

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
 ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
 ΠΕΜΠΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2003
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
 ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
 ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να αποδείξετε ότι ο $v^{\text{ος}}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι $\alpha_v = \alpha_1 + (v-1)\omega$.

Μονάδες 7

- B.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν $\log_{\alpha}\theta = x$, τότε:

α. $\alpha^{\theta} = x$ **β.** $x^{\alpha} = \theta$ **γ.** $\alpha^x = \theta$

Μονάδες 3

- Γ.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν S_v συμβολίζει το άθροισμα των πρώτων v όρων μιας γεωμετρικής προόδου α_v με λόγο $\lambda \neq 1$ και πρώτο όρο α_1 , τότε είναι:

α. $S_v = \alpha_1 \frac{\lambda-1}{\lambda^v-1}$ **β.** $S_v = \alpha_1 \frac{\lambda^v-1}{\lambda-1}$ **γ.** $S_v = \alpha_1 \frac{1-\lambda^v}{\lambda-1}$

Μονάδες 3

- Δ.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Ο τύπος που εκφράζει την εφαπτομένη της γωνίας 2α είναι:

α. $\varepsilon\varphi 2\alpha = \frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1-\varepsilon\varphi^2\alpha}$ **β.** $\varepsilon\varphi 2\alpha = \frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1+\varepsilon\varphi^2\alpha}$

γ. $\varepsilon\varphi 2\alpha = \frac{\varepsilon\varphi\alpha}{1-\varepsilon\varphi^2\alpha}$

Μονάδες 3

Ε. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω προτάσεις ορθά συμπληρωμένες:

α. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

β. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$.

γ. Αν α είναι ένας θετικός αριθμός και $\alpha \neq 1$, τότε η συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$ έχει σύνολο τιμών το διάστημα

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2ο

Για κάθε πραγματικό αριθμό x να αποδείξετε ότι:

$$\sin x (\eta\mu 2x + 4\eta\mu x) = (\sin 2x + 4\sin x + 1) \eta\mu x$$

Μονάδες 12

και να βρείτε εκείνους τους πραγματικούς αριθμούς x για τους οποίους

$$\sin 2x + 4\sin x + 1 = 0 .$$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η ακολουθία με γενικό όρο $\alpha_n = -11 + 2n$ με πρώτο όρο α_1 καθώς και το πολυώνυμο

$$P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3.$$

α. Να αποδείξετε ότι η ακολουθία α_n είναι αριθμητική πρόοδος και έχει πρώτο όρο $\alpha_1 = -9$ και διαφορά $\omega = 2$.

Μονάδες 9

β. Να βρείτε το άθροισμα $S = \alpha_{12} + \alpha_{13} + \dots + \alpha_{21}$, όπου

$\alpha_{12}, \alpha_{13}, \dots, \alpha_{21}$ είναι διαδοχικοί όροι της προόδου α_n .

Μονάδες 7

γ. Να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης $P(x)=0$ είναι διαδοχικοί όροι της παραπάνω προόδου α_n .

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 3)$ και

$$g(x) = \ln 3 + \ln(e^x - 1).$$

α. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των $f(x)$ και $g(x)$.

Μονάδες 6

β. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.

Μονάδες 10

γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 2g(x)$.

Μονάδες 9

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.