Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΩΝ ΔΕΞΙΟΤΗΤΩΝ ΤΟΥ HOFFER ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΟΥ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ ΤΟΥ VAN HIELE ΚΑΙ ΤΗΣ ΓΝΩΣΤΙΚΗΣ ΜΑΘΗΤΕΙΑΣ

Εμμανουήλ Νικολουδάκης (M.Ed & M.Sc.)
Υποψήφιος Διδάκτορας
Π. Τ. Δ. Ε. Πανεπιστήμιο Αθήνας
enikolou@otenet.gr

Μπαραλής Γεώργιος
Λέκτορας του Π. Τ. Δ. Ε. Πανεπιστημίου Αθηνών
gmparalis@primedu.uoa.gr

Περίληψη

Ο Hoffer στο άρθρο του "*Geometry is more than proof"* παρατηρεί ότι η Γεωμετρία είναι κάτι περισσότερο από αποδείξεις θεωρημάτων και προτείνει να αναπτύξουν οι μαθητές στα πλαίσια του μαθήματος πέντε περιοχές δεξιοτήτων εξίσου σημαντικές: οπτικές, λεκτικές, σχεδίασης, λογικές και εφαρμογής. Στην παρούσα εργασία, που είναι μέρος μιας ευρύτερης έρευνας, ανακοινώνουμε τα αποτελέσματα βελτίωσης των δεξιοτήτων του Hoffer, που προέκυψαν από τη διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας σε μαθητές Α΄ Λυκείου, με το συνδυασμό δύο γνωστών θεωριών: της θεωρίας van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας.

Εισαγωγή

Ένας σημαντικός αριθμός μαθητών αντιμετωπίζουν δυσκολίες κατανόησης στο μάθημα της γεωμετρίας (van Hiele, 1969) τόσο στο εξωτερικό (Senk 1985 , Hoffer 1981 , Usiskin 1982 & 1987 , Burger & Shaughnessy 1986 , Crowley 1987 , Fuys, Geddes & Tischler 1988 , Gutierrez, Jaime & Fortuny 1991 , APU 1982 , Mason 1997) όσο και στην Ελλάδα (Θωμαΐδης & Πούλος 2000 , Γαγάτσης 1993 , Ζαράνης 2000 , Ζάχος 2000) και λόγω των συνθηκών που επικρατούν στην παραδοσιακή διδασκαλία οι δυσκολίες αυτές εντείνονται ακόμη περισσότερο. Σύμφωνα δε με τον Kynigos (1993) οι μαθητές όταν εισάγονται για πρώτη φορά στο Λύκειο, στην παραγωγική γεωμετρία, το πραγματικό τους υπόβαθρο δεν

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

περιλαμβάνει καθόλου τη χρήση βασικών ιδιοτήτων των σχημάτων. Ειδικότερα παρατηρείται οι μαθητές να μην αντιλαμβάνονται τις διαδικασίες στο μάθημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας παρουσιάζοντας σοβαρές δυσκολίες τόσο στις αποδείξεις θεωρημάτων και εφαρμογών που περιέχονται στο βιβλίο τους (Weber 2003), όσο και στην απόδειξη άγνωστων απλών προτάσεων της Γεωμετρίας (Senk 1985 , Θωμαίδης & Πούλος 2000).

Η διδασκαλία με τη θεωρία van Hiele δεν προϋποθέτει διδασκαλία με σύγχρονες θεωρήσεις, όπως π.χ. σε πραγματικά πλαίσια, η οποία κινητοποιεί το μαθητή, καθιστά συνδέσεις του προς διδασκαλίαν αντικειμένου με προβλήματα και καταστάσεις της καθημερινότητας που αντιλαμβάνονται οι μαθητές και χρησιμοποιεί τη ορολογία της γεωμετρίας προκειμένου να περιγράψει, να ερμηνεύσει, να δομήσει κ.λπ. την πραγματικότητα, μολονότι απαιτούνται και κατάλληλες κοινωνικο-πολιτισμικές δραστηριότητες (Bartolini, Boero, 1998). Ωστόσο, η Γνωστική Μαθητεία προτείνει τη μάθηση μέσω αυθεντικών δραστηριοτήτων, σε πλαίσιο και λαμβάνοντας υπόψη την κοινωνικο-πολιτισμική διάσταση των συμμετεχόντων στη διαδικασία διδασκαλίας μάθησης (Brown, Collins, & Duguid, 1989), ενώ ενισχύεται από το ρόλο της Τεχνολογίας. Στην εργασία αυτή προτείνουμε ένα μοντέλο διδασκαλίας για το μάθημα της Γεωμετρίας στο Λύκειο το οποίο βασίζεται στο συνδυασμό των φάσεων της θεωρίας του van Hiele με τις μεθόδους της Γνωστικής Μαθητείας. Η επιλογή αυτών των θεωριών οφείλεται στο γεγονός ότι η θεωρία των επιπέδων σκέψης των van Hieles αναφέρεται ειδικά στο μάθημα της Γεωμετρίας, ενώ η Γνωστική Μαθητεία αποτελεί κοινωνικογνωστική θεωρία που αφ' ενός είναι σύμφωνη με τις αρχές του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού και αφ' ετέρου αποτελεί έναν εκπρόσωπο της Ζώνης της Επικείμενης Ανάπτυξης του Vygotsky. Επομένως θέτουμε μία μέθοδο που αναφέρεται ειδικά στη διδασκαλία της Γεωμετρίας στα πλαίσια σύγχρονων διδακτικών προσεγγίσεων ανάλογων με αυτών των Bartolini και Boero (1998).

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που αφορούν τη βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer, και συγκεκριμένα απαντάμε στο ερώτημα: Υπάρχει διαφορά ως προς τη βελτίωση των προτεινόμενων από τον Hoffer δεξιοτήτων ανάμεσα στους μαθητές της Α΄ τάξης του Λυκείου, που διδάσκονται με το συνδυασμό των φάσεων του van Hiele και τις μεθόδους της Γνωστικής Μαθητείας και στους μαθητές οι οποίοι διδάσκονται με την παραδοσιακή διδασκαλία;

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Η θεωρία van Hiele

Σύμφωνα με τους Ολλανδούς ερευνητές Dina και Pierre van Hiele οι μαθητές μεταβαίνουν διαδοχικά από το ένα επίπεδο στο άλλο, χωρίς να προσπερνούν κάποιο από τα πέντε επίπεδα γεωμετρικής σκέψης. Η μετάβαση αυτή δεν αποτελεί φυσική διαδικασία αλλά πραγματοποιείται κάτω από την επίδραση ενός προγράμματος διδασκαλίας–μάθησης. Κατά τον Hoffer (1981) τα επίπεδα αυτά είναι τα εξής:

- *Αναγνώριση* (Gestalt). Οι μαθητές σε αυτό το επίπεδο αντιλαμβάνονται τα σχήματα ως μια ολότητα με βάση τη μορφή τους. (Κολέζα, 2000).
- *Ανάλυση*. Οι μαθητές αναγνωρίζουν τα συστατικά και τις ιδιότητες ενός σχήματος, αλλά όχι και των σχέσεων μεταξύ των ιδιοτήτων και των σχημάτων.
- *Ταξινόμηση*. Οι μαθητές κατανοούν τις σχέσεις μεταξύ των ιδιοτήτων ενός σχήματος και μεταξύ των σχημάτων, ενώ αρχίζουν να αντιλαμβάνονται την έννοια του ορισμού.
- *Επαγωγή*. Οι μαθητές μπορούν να σκεφτούν λογικά για τα γεωμετρικά αντικείμενα χρησιμοποιώντας τις ιδιότητές τους σε ένα παραγωγικό πρότυπο.
- *Αυστηρότητα ή Ακρίβεια.* Οι μαθητές μπορούν να διακρίνουν και να συγκρίνουν διαφορετικά συστήματα γεωμετριών και να αντιλαμβάνονται τη σπουδαιότητα της ακρίβειας της διατύπωσης των γεωμετρικών θεωριών.

Σύμφωνα με τη Senk (1985) άτομα που σκέφτονται σε διαφορετικά επίπεδα δεν μπορούν να καταλάβουν το ένα το άλλο. Ο Hoffer (1981) στο άρθρο του "*Geometry is more than proof*" παρατηρεί ότι η Γεωμετρία είναι κάτι περισσότερο από αποδείξεις θεωρημάτων και προτείνει οι μαθητές να αναπτύξουν στα πλαίσια της Γεωμετρίας πέντε περιοχές δεξιοτήτων: οπτικές, λεκτικές, σχεδίασης, λογικές και εφαρμογής, τις οποίες θεωρεί εξίσου σημαντικές για το μάθημα της γεωμετρίας.

Οι φάσεις μάθησης της θεωρίας van Hiele

Η θεωρία του van Hiele συνοδεύεται επίσης από την ενόραση καθώς και από την περιγραφή πέντε, μη γραμμικών κατά τους Hoffer (1986) και Geddes & Fortunato (1993) φάσεων μάθησης, με τη βοήθεια των οποίων ο μαθητής μπορεί να περάσει από ένα επίπεδο στο επόμενο.

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25^{ου} Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Πρώτη φάση: Πληροφόρηση. Οι μαθητές ερευνούν το θέμα μέσω των υλικών που ο δάσκαλος τους διαθέτει, π.χ. εξετάζονται παραδείγματα και αντιπαραδείγματα για να ανακαλύψουν μια δομή.

Δεύτερη φάση: Περιορισμένος προσανατολισμός. Το παιδί έρχεται σε επαφή με τις αρχικές συνδέσεις του δικτύου των σχέσεων που πρόκειται να σχηματιστούν μέσω μιας προσεκτικά οργανωμένης ακολουθίας δραστηριοτήτων, απλών βημάτων που απαιτούν συγκεκριμένη απάντηση.

Τρίτη φάση: Αποσαφήνιση. Ο δάσκαλος οργανώνει τη συζήτηση μέσα στην τάξη, η οποία θα καταλήξει σε μια σωστή χρήση της γλώσσας και την οποία ο μαθητής πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιεί.

Τέταρτη φάση: Ελεύθερος προσανατολισμός. Οι μαθητές αντιμετωπίζουν στόχους που απαιτούν πολλά βήματα και πραγματοποιούνται με διαφορετικούς τρόπους.

Πέμπτη φάση: Ολοκλήρωση. Ο δάσκαλος προσκαλεί τους μαθητές να αναστοχαστούν πάνω στις ενέργειές τους και βοηθάει ώστε τα αντικείμενα και οι σχέσεις να ενσωματωθούν σε ένα νέο γνωστικό σχήμα van Hiele (1986, σ. 177).

Ωστόσο, σύμφωνα με σχετικές έρευνες τίθεται θέμα καταλληλότητας των φάσεων της θεωρίας van Hiele σε διάφορα περιβάλλοντα (Ding and Jones, 2007) και τονίζεται ότι πολλά ερωτήματα, όπως π.χ. το ερώτημα πώς οι φάσεις διδασκαλίας σχετίζονται με το αντικείμενο της διδασκαλίας και την προγενέστερη επίδοση των μαθητών (Ding and Jones, 2007) παραμένουν αναπάντητα λόγω έλλειψης έρευνας σχετικής με τις διδακτικές φάσεις του van Hiele (Clements and Battista,1992.σ.434).

Η γνωστική μαθητεία

Η γνωστική μαθητεία αποτελεί ένα διδακτικό σχεδιαστικό μοντέλο που είναι βασισμένο στις σύγχρονες αντιλήψεις για το πώς μαθαίνουν τα άτομα (Bransford, Brown, & Cocking, 2000). Το φιλοσοφικό και θεωρητικό υπόβαθρό της οριοθετείται από την Κοινωνικοπολιτισμική Θεωρία Μάθησης (sociocultural learning theory), τη Ζώνη της Επικείμενης Ανάπτυξης του Vygotsky (ZPD) (zone of proximal development), την Εγκαθιδρυμένη (ή Εγκατεστημένη) Γνώση (situated cognition) και την Παραδοσιακή Μαθητεία (traditional apprenticeship), ενώ οι Brown, Collins και Duguid (1989) τονίζουν το ρόλο της νόμιμης περιφερειακής συμμετοχής (legitimate peripheral participation).

Η προσέγγιση της εν λόγω μεθόδου, όπως διατυπώθηκε από τους Collins, Brown, & Newman, (1989) και Collins, Brown, & Holum, (1991) συνίσταται από τις έξι ακόλουθες διδακτικές μεθόδους:

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

- Επίδειξη μοντέλου (modelling): Οι μαθητές παρατηρούν ειδικό που εκτελεί συγκεκριμένο έργο, ώστε να σχηματίσουν κατάλληλο νοητικό μοντέλο.
- Καθοδήγηση (coaching): Συμβουλές και υποστήριξη από το δάσκαλο και από ανατροφοδότηση.
- Παροχή υποστηριγμάτων και Εξασθένηση (scaffolding and fading): Εκτέλεση ή υποστήριξη από το δάσκαλο αρχικών προβληματικών βημάτων με σταδιακή αποχώρησή του, γεγονός που αφήνει στο μαθητή την πρωτοβουλία κινήσεων.
- Σαφήνεια (articulation): Εξωτερίκευση γνώσεων και δραστηριοτήτων κατά τη λύση προβλημάτων.
- Αναστοχασμός (reflection): Ο μαθητής συγκρίνει τη δική του διαδικασία επίλυσης προβλημάτων με εκείνη των ειδικών και άλλων μαθητών.
- Εξερεύνηση (exploration): Έρευνα για λύση προβλημάτων με προσωπικό τρόπο.

Ο ρόλος της τεχνολογίας στην περίπτωση του μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας

Αρχικά σημειώνουμε ότι ο ρόλος της τεχνολογίας στη διδασκαλία στις μέρες μας έχει υποστηριχθεί από πολλούς ερευνητές και δασκάλους (Hillel 1993 , Dorfler 1993 , Laborde 1993). Σύμφωνα δε με τους Noss και Hoyles, (1992) ο υπολογιστής παίζει βασικό ρόλο όσον αφορά την αλληλεπίδραση καθηγητή, μαθητών και δραστηριοτήτων τις οποίες οι μαθητές καλούνται να ολοκληρώσουν. Οι Clements και Battista (1990) θεωρούν ότι η τεχνολογία μπορεί να βοηθήσει τα παιδιά να βελτιώσουν τον τρόπο κατασκευής των γεωμετρικών εννοιών και την ικανότητά τους να αιτιολογούν και πρότειναν την εφαρμογή στα σχολεία ενός αναλυτικού προγράμματος Γεωμετρίας προσανατολισμένου γύρω από τη Logo. Σημειώνουμε ακόμη, ότι με το δυναμικό λογισμικό “The Geometer’s Sketchpad” μπορούμε να έχουμε κατασκευές που σύμφωνα με τον De Villiers (1999) βοηθούν στη μετάβαση από το δεύτερο επίπεδο van Hiele στο τρίτο, ενώ σύμφωνα με την Mariotti (2003) με το «σύρσιμο» (dragging) δημιουργείται ένα «εργαλείο σημειωτικής διαμεσολάβησης» από την προοπτική του Vygotsky.

Ειδικότερα, ο ρόλος της τεχνολογίας σύμφωνα με τους Collins (1991), De Corte (1990); De Bruijn (1993b) , Wilson & Cole (1991) στη Γνωστική Μαθητεία είναι πολύ σημαντικός, διότι οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25^{ου} Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

παρέχουν σημαντική βοήθεια στις μεθόδους αυτού του μοντέλου. Συγκεκριμένα οι Τ.Π.Ε., μέσω κατάλληλων παραδειγμάτων για τη Γνωστική Μαθητεία (Dimakos, Nikoloudakis, Ferentinos, & Choustoulakis, 2007), επιτρέπουν τη δημιουργία καταστάσεων μίμησης του πραγματικού κόσμου (Collins, 1991). Έτσι η μάθηση λαμβάνει χώρα μέσα στο κοινωνικό πλαίσιο (situated learning), πράγμα που επιτρέπει στο μαθητή να αντιλαμβάνεται το σκοπό της μάθησης και της χρήσης των δεξιοτήτων που αποκτά (Brown, Collins, & Duguid, 1989).

Το προτεινόμενο μοντέλο

Γνωρίζουμε ότι:

1) Πολλές θεωρίες και μοντέλα διδακτικού σχεδιασμού μοιράζονται από κοινού κάποιες θεμελιώδεις αρχές (Merill, 2000). Παράλληλα, κάποιες θεωρίες, που έχουν προταθεί, δεν λειτουργούν αποκλειστικά στη βάση ενός και μόνο μοντέλου. Στην περίπτωση των φάσεων του van Hiele (1959, σελ. 177), ο ίδιος ο van Hiele κατά την ανάλυση των φάσεων, σημειώνει *«…δεν ανέφερα μια συγκεκριμένη μορφή διδασκαλίας. **Οι ιδέες που έχουν χρησιμοποιηθεί εδώ, έχουν θέση σε κάθε μέθοδο διδασκαλίας**»* (van Hiele, 1959. σελ. 177). Επίσης, οι Collins, Brown, και Holum (1991) σημειώνουν ότι δεν υπάρχει ένας τύπος για την εφαρμογή των μεθόδων της Γνωστικής Μαθητείας και ότι τελικά, **εξαρτάται από το δάσκαλο να προσδιοριστούν οι τρόποι στους οποίους η γνωστική μαθητεία μπορεί να λειτουργήσει στην περιοχή διδασκαλίας του**.

2) Η διδασκαλία σύμφωνα με τον Σαλβαρά (2004) είναι σύνθετη και διλημματική δραστηριότητα, που έχει ανάγκη από ένα φάσμα στρατηγικών. Δεν πρέπει όμως να περιορίζεται στις στρατηγικές της προτυποποιημένης διδασκαλίας που αποβλέπουν στην αναπαραγωγή της γνώσης, αλλά είναι απαραίτητο να προχωρεί και στη χρήση των στρατηγικών της ανακάλυψης και της παραγωγής της γνώσης (Σαλβαράς 1992, 1996, 2000).

Λαμβάνοντας υπόψη μας τις παραπάνω δηλώσεις των van Hiele (1959, σελ. 177), Collins, Brown, και Holum (1991), Hershkowitz (1998) και Σαλβαρά (2004) και επιπλέον ότι:

α) οι μαθητές φαίνεται να μη κατανοούν τις διαδικασίες στο μάθημα της γεωμετρίας (van Hieles 1986 , Hoffer 1981 , Usiskin 1982 , 1987 , Burger 1982 , Burger & Shaughnessy 1986 , Crowley 1987 , Fuys, Geddes,

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

& Tischler 1988 , Gutierrez, Jaime, & Fortuny 1991 , Mason 1997 , Wirszup,1976).

β) οι μαθητές παρουσιάζουν σοβαρές δυσκολίες στις αποδείξεις (Weber 2003) τόσο, όταν αναπαραγάγουν αποδείξεις που περιέχονται στο βιβλίο τους, αλλά και πολύ περισσότερο όταν αποδεικνύουν απλές προτάσεις της Γεωμετρίας (Senk, 1985) με αποτέλεσμα η απόδοσή τους να μην θεωρείται καλή (Burger & Shaughnessy 1986 , Hoffer 1983 , Wirszup 1976)

γ) η θεωρία των επιπέδων σκέψης των van Hieles αναφέρεται ειδικά στο μάθημα της Γεωμετρίας,

δ) η Γνωστική Μαθητεία σύμφωνα με τους Collins, Brown, και Newman, (1989) και τους Collins, Brown και Holum (1991) καθιστά φανερή τη σκέψη, και

ε) σύμφωνα με τους Fuys, Geddes, και Tischler (1988) η πρόοδος από το ένα επίπεδο στο άλλο εξαρτάται από τη διδασκαλία παρά από την ηλικία ενός μαθητή ή τη βιολογική του ωρίμανση, επιχειρούμε να διδάξουμε το μάθημα της Γεωμετρίας συνδυάζοντας τις φάσεις που προτείνει η θεωρία του van Hiele με τις μεθόδους της Γνωστικής Μαθητείας.

Ο συνδυασμός των φάσεων της θεωρίας του van Hiele με τις μεθόδους της Γνωστικής Μαθητείας έγινε με βάση:

α) τα χαρακτηριστικά τους,

β) τις ενέργειές τους, συμφωνώντας με τον Καλαβάση (2000) ότι η δραστηριότητα τόσο του διδάσκοντα όσο και του μαθητή να προσιδιάζει με τη λειτουργία του ερευνητή και

γ) τους ρόλους των συμμετεχόντων στη διδακτική διαδικασία στις δύο θεωρίες με σκοπό την επίτευξη ενός κοινού στόχου εστιάζοντας στην αντικατάσταση της ομογενοποίησης των μαθητικών συμπεριφορών από την ετερογένεια των προσωπικοτήτων σε μια επικοινωνιακή διαδικασία (Καλαβάσης, 2000).

Συγκεκριμένα:

Η φάση (Φ-1) της Πληροφόρησης της θεωρίας van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο της Επίδειξης του μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας.

Η φάση (Φ-2) του Περιορισμένου Προσανατολισμού του van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο της Καθοδήγησης του μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας

Η φάση (Φ-3) της Αποσαφήνισης του van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο της Σαφήνειας του μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Η φάση (Φ-4) του Ελεύθερου προσανατολισμού (ή Εξερεύνησης) του van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο της Εξερεύνησης του μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας

Η φάση (Φ-5) της ολοκλήρωσης του van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο του Αναστοχασμού του μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας

Όλες οι φάσεις συνδυάστηκαν με τη μέθοδο της Παροχής Υποστηριγμάτων.

Η υλοποίηση της μεθόδου

Η υλοποίηση του προηγούμενου μοντέλου έγινε με τη βοήθεια ενός Δομημένης Μορφής Φύλλου Εργασίας – ΔΜΦΕ (Νικολουδάκης & Χουστουλάκης, 2004), όπου σχεδιάσαμε ένα πίνακα που τον ονομάσαμε Πίνακα Ελέγχου του Συλλογισμού της Αποδεικτικής Διαδικασίας – ΠΕΣΑΔ (Dimakos, Nikoloudakis, Ferentinos, Choustoulakis, 2007) και που σκοπό είχε να βοηθήσει τους μαθητές στο να αιτιολογούν απλές προτάσεις γεωμετρίας.

Το ΔΜΦΕ χαρακτηρίζεται από τέσσερις αρχές - άξονες:

1. της μη μεταφοράς της πληροφορίας
2. της κινητοποίησης
3. της αναγκαιότητας των ορισμών και θεωρημάτων
   των υπομνήσεων και των διαδοχικών βημάτων

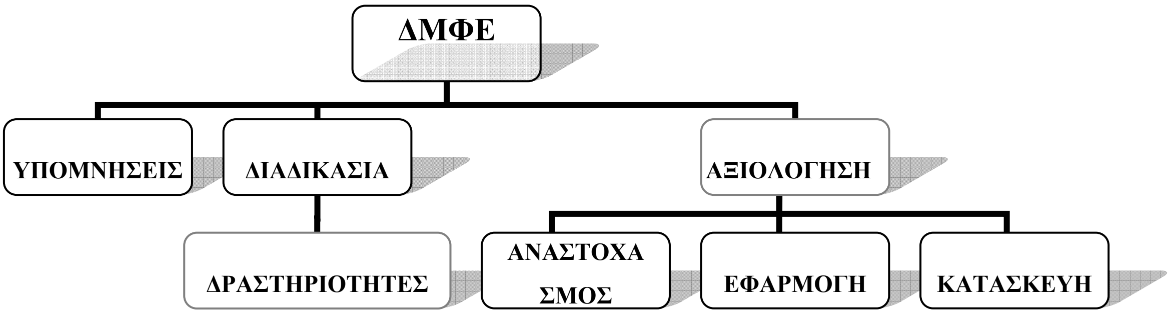
και έχει την ακόλουθη δομή (σχήμα-1):

1. **Υπομνήσεις** όπου υλοποιείται ο συνδυασμός της φάσης της Πληροφόρησης της θεωρίας van Hiele με τη μέθοδο της Επίδειξης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας

2. **Διαδικασία** όπου υλοποιούνται οι συνδυασμοί:
   - της φάσης του Περιορισμένου Προσανατολισμού του van Hiele με τη μέθοδο της Καθοδήγησης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας
   - της φάσης της Αποσαφήνισης του van Hiele με τη μέθοδο της Σαφήνειας του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας
   - της φάση του Ελεύθερου προσανατολισμού (ή Εξερεύνησης) του van Hiele με τη μέθοδο της Εξερεύνησης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας

3. **Αξιολόγηση** όπου υλοποιείται ο συνδυασμός της φάσης της Πληροφόρησης της θεωρίας van Hiele με τη μέθοδο του Αναστοχασμού του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας (πίνακας -1).

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*



Σχήμα-1

Πίνακας-1

ΠΙΝΑΚΑΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ				
ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΦΑΣΕΩΝ van HIELE και ΜΕΘΟΔΩΝ ΓΝΩΣΤΙΚΗΣ ΜΑΘΗΤΕΙΑΣ		Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας - ΔΜΦΕ		
ΦΑΣΕΙΣ van HIELE	ΜΕΘΟΔΟΙ ΓΝΩΣΤΙΚΗΣ ΜΑΘΗΤΕΙΑΣ	ΜΕΡΗ	ΔΡΑΣΕΙΣ	
			ΔΑΣΚΑΛΟΣ	ΜΑΘΗΤΗΣ
Φ-1: Πληροφόρηση	Επίδειξη	Υπομνήσεις	Υπενθυμίζει απαραίτητα θεωρήματα και δείχνει πώς λειτουργούν. Καθιστά φανερές κάποιες διαδικασίες μέσω παραδειγμάτων.	Θυμάται θεωρήματα Ενημερώνεται για την ορολογία Εξοικειώνεται για το γνωστικό αντικείμενο που θα διδαχθεί Ρωτάει
Φ-2: Περιορισμένος Προσανατολισμός	Καθοδήγηση	Διαδικασία Δραστηριότη-τες ΠΕΣΑΔ	Προετοιμάζει ερωτήματα με λίγα βήματα	Μετρά Σχεδιάζει Παρατηρεί Συγκρίνει Ανακαλύπτει δομές Απαντά σε απλά βήματα
Φ-3: Αποσαφήνιση	Διατύπωση		Απαιτεί ακρίβεια στη διατύπωση Επεμβαίνει διορθωτικά Ρωτάει	Διατυπώνει θεωρήματα Απόψεις για το πώς και το τι
Φ-4: Ελεύθερος Προσανατολισμός	Εξερεύνηση (και Επίδειξη)		Σχεδιάζει στόχους που να πραγματοποιούνται με διαφορετικούς τρόπους Ενθαρρύνει για ανεξάρτητες - διαφορετικές λύσεις προβλημάτων	Αποδεικνύει Κάνει χρήση του ΠΕΣΑΔ
Φ-5: Ολοκλήρωση	Αναστοχασμός	Αξιολόγηση	Βοηθά τους μαθητές να σκεφτούν με αναστοχαστικό τρόπο	Περιγράφουν το πώς, το τι και το γιατί

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Η έρευνα

Προκειμένου να διερευνηθεί αν υπάρχει διαφορά ως προς τη βελτίωση των προτεινόμενων από τον Hoffer δεξιοτήτων ανάμεσα στους μαθητές της Α΄ τάξης του Λυκείου, που διδάσκονται με το συνδυασμό των φάσεων του van Hiele και τις μεθόδους της Γνωστικής Μαθητείας και στους μαθητές οι οποίοι διδάσκονται με την παραδοσιακή διδασκαλία πραγματοποιήθηκε σχετική έρευνα σε ένα δείγμα μαθητών της Α' Λυκείου.

Το δείγμα

Στην έρευνά μας συμμετείχαν 250 μαθητές από 6 Λύκεια (5 δημόσια και 1 ιδιωτικό) της Δυτικής Αθήνας. Οι συμμετέχοντες προέρχονταν από 11 διαφορετικά τμήματα της Α΄ Λυκείου. Για τις ανάγκες της έρευνας το δείγμα των μαθητών χωρίστηκε σε δύο ομάδες, την Πειραματική Ομάδα (Π.Ο.) και Ομάδα Ελέγχου (Ο. Ε.). Στην Π.Ο. συμμετείχαν 138 μαθητές της Α΄ τάξης Λυκείου που φοιτούσαν στα ακόλουθα τμήματα: $Α_2$ (23 μαθητές), $Α_3$ (23 μαθητές) και $Α_4$ (23 μαθητές) του 6ου ΓΕΛ Περιστερίου και $Α_1$ (25 μαθητές), $Α_2$ (22 μαθητές) και $Α_3$ (22 μαθητές) του 8ου ΓΕΛ Περιστερίου. Στην Ο.Ε. συμμετείχαν συνολικά 112 μαθητές της Α΄ τάξης Λυκείου που φοιτούσαν στα ακόλουθα τμήματα: $Α_2$ (25 μαθητές) του 1ου ΓΕΛ Αγ. Βαρβάρας, $Α_1$ (25 μαθητές) του 5ου ΓΕΛ Αιγάλεω, $Α_2$ (25 μαθητές) του 2ου ΓΕΛ Χαϊδαρίου, η Α τάξη (ένα τμήμα) του Ιδιωτικού Λυκείου Παπαχαραλάμπους, (12 μαθητές) και $Α_1$ (25 μαθητές) του 6ου ΓΕΛ Περιστερίου. Όσον αφορά την επιλογή του δείγματος, επιλέχθηκαν τμήματα που, σύμφωνα με την γνώμη των καθηγητών που δίδασκαν γεωμετρία στα τμήματα αυτά ήταν περίπου ισοδύναμα ως προς το επίπεδο γεωμετρικής σκέψης, (εξάλλου η ισοδυναμία των τμημάτων επαληθεύθηκε με τη βοήθεια του ελέγχου t-test ανεξάρτητων δειγμάτων). Η ισοδυναμία των διδασκόντων στα τμήματα ελέγχθηκε με βάση τα έτη υπηρεσίας, επιμορφώσεις και μεταπτυχιακές σπουδές.

Εργαλεία

Για τον εντοπισμό των δεξιοτήτων των μαθητών χρησιμοποιήθηκε *το τροποποιημένο από τον Alan Hoffer van Hiele geometry test*. Για το σκοπό αυτό κατασκευάστηκαν ερωτηματολόγια, για τη σύνταξη των οποίων χρησιμοποιήθηκε το τροποποιημένο μοντέλο van Hiele από τον Alan Hoffer. Τα ερωτηματολόγια χωρίστηκαν σε αρχικές δοκιμασίες (pre-test) και τελικές δοκιμασίες (post-test), που διαιρέθηκαν στα τέσσερα πρώτα επίπεδα van Hiele, αφού, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, σύμφωνα με τους Usiskin (1982) και Fuys, Geddes, & Tischler (1988) το επίπεδο 5

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

δεν μπορεί να ελεγχθεί και δεν υφίσταται σε λυκειακό επίπεδο. Για κάθε ένα από τα πρώτα τέσσερα επίπεδα και κατά επίπεδο ετοιμάστηκε ένα ερωτηματολόγιο. Θεωρήθηκε αναγκαίο για να μπορεί να γίνει η σύγκριση της απόδοσης των μαθητών "πριν" και "μετά" την πειραματική διδασκαλία, να κατασκευαστούν όλα τα ερωτηματολόγια με τον ίδιο αριθμό ερωτήσεων, 15 ερωτήσεις, που αντιστοιχούσαν 3 ανά κάθε δεξιότητα και οι οποίες διαφέρουν κυρίως στο βαθμό δυσκολίας.

Το Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας. Κατά την πραγματοποίηση της διδασκαλίας χρησιμοποιήθηκε το ΔΜΦΕ

Το λογισμικό The Geometer's Sketchpad. Οι μαθητές διαχειρίστηκαν προετοιμασμένα από τους ερευνητές αρχεία .gsp στην οθόνη υπολογιστών.

Η μέθοδος

Το τροποποιημένο από τον Alan Hoffer van Hiele geometry test δόθηκε στα μέλη της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας σε δύο χρονικές στιγμές: α) ως pre-test, πριν από την πραγματοποίηση της διδασκαλίας και β) ως post-test, μετά την ολοκλήρωση της διδασκαλίας. Και στις δύο περιπτώσεις, δόθηκε στα πλαίσια μιας διδακτικής ώρας. Το τεστ περιείχε 15 ερωτήσεις και είχε διάρκεια 35 λεπτών.

Στόχος του τεστ, όταν δόθηκε ως pre-test, πριν από τη διδασκαλία, ήταν να αποτυπώσει το τρέχον επίπεδο των δεξιοτήτων του Hoffer (οπτικές, λεκτικές, σχεδιαστικές, λογικές και εφαρμογής), στο οποίο βρίσκονταν οι μαθητές πριν από την πραγματοποίηση της διδασκαλίας. Στόχος του τεστ όταν δόθηκε ως post-test, μετά από τη διδασκαλία, ήταν να εξετάσει εάν και ποιες από τις δεξιότητες του Hoffer (οπτικές, λεκτικές, σχεδιαστικές, λογικές και εφαρμογής) βελτιώθηκαν με τη διδασκαλία.

Για τη βαθμολόγηση του τροποποιημένου από τον Alan Hoffer van Hiele geometry test ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία. Εξαιτίας του γεγονότος ότι κάποιες ερωτήσεις περιείχαν 3 υποερωτήματα, και προκειμένου να μην έχουμε προβλήματα στη βαθμολόγηση με δεκαδικά ψηφία, αποφασίσαμε να βαθμολογήσουμε την κάθε ερώτηση στην κλίμακα 0-3, ώστε κάθε υποερώτημα να βαθμολογείται με 1 μονάδα. Δηλαδή, σε κάθε ερώτηση η μη απάντηση ή η τελείως λανθασμένη απάντηση βαθμολογήθηκε με 0 και η ορθή απάντηση βαθμολογήθηκε με 3. Αντίστοιχα, δόθηκαν 1 ή 2 μονάδες σε κάθε ερώτηση ανάλογα με το πόσο ολοκληρωμένη θεωρήθηκε μια απάντηση. Να σημειώσουμε εδώ ότι σε κάθε επίπεδο van Hiele υπήρχαν 3 ερωτήσεις για κάθε δεξιότητα. Επομένως,

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25^{ου} Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

υπήρχαν 12 ερωτήσεις συνολικά για κάθε δεξιότητα και στα 4 επίπεδα. Από την προοπτική των επιπέδων van Hiele, σε κάθε επίπεδο van Hiele υπήρχαν συνολικά 15 ερωτήσεις (3 ερωτήσεις ανά δεξιότητα), δεδομένου ότι εξετάζαμε 5 περιοχές δεξιοτήτων. Τέλος υπενθυμίζουμε ότι οι εν λόγω ερωτήσεις δόθηκαν σε δύο χρονικές στιγμές, πριν και μετά την πραγματοποίηση της διδασκαλίας στην πειραματική ομάδα.

Στη συνέχεια αθροίστηκαν οι βαθμοί κάθε ερώτησης για κάθε επίπεδο και για κάθε δεξιότητα του Hoffer. Κατόπιν αθροίστηκαν τα αθροίσματα κάθε δεξιότητας σε κάθε επίπεδο και το εν λόγω άθροισμα αποτέλεσε τη συνολική βαθμολογία του μαθητή για κάθε δεξιότητα. Με τον ίδιο τρόπο βαθμολογήθηκε και το post-test. Η διαφορά της συνολικής βαθμολογίας για κάθε δεξιότητα πριν από τη διδασκαλία από την συνολική βαθμολογία για κάθε δεξιότητα μετά από τη διδασκαλία δήλωνε την βελτίωση του μαθητή ανά δεξιότητα. Για τις ανάγκες της βαθμολόγησης των ερωτήσεων κατασκευάσαμε τον παρακάτω πίνακα (πίνακας -2), ο οποίος μας παρείχε τα συνολικά αθροίσματα για κάθε δεξιότητα και για κάθε επίπεδο:

Πίνακας -2

Πίνακας Αξιολόγησης δεξιοτήτων κατά Hoffer																	
		1^{o} επίπεδο				**2^{o} επίπεδο**				**3^{o} επίπεδο**				**4^{o} επίπεδο**			
		i	ii	iii	Σ_i	i	ii	iii	Σ_i	i	ii	iii	Σ_i	i	ii	iii	Σ_i
Οπτική	**Πριν**																
	Μετά																
Λεκτική	**Πριν**																
	Μετά																
Σχεδιαστική	**Πριν**																
	Μετά																
Λογική	**Πριν**																
	Μετά																
Εφαρμογής	**Πριν**																
	Μετά																
Σύνολο																	

Η εν λόγω διαδικασία δηλώνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\Delta D = \sum_{j=1}^{4}\left(\sum_{i=1}^{3} jDi\right)(\text{post -t}) - \sum_{j=1}^{4}\left(\sum_{i=1}^{3} jDi\right)(\text{pre-t})$$

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Όπου ΔD η διαφορά της συνολικής στα επίπεδα βαθμολογίας της δεξιότητας πριν από τη συνολική στα επίπεδα βαθμολογίας της δεξιότητας μετά.
όπου jDi μεταβλητή που δηλώνει τη βαθμολογία κάθε μαθητή
στο επίπεδο j = 1,2,3,4
της δεξιότητας D = ΟΔ., ΛΔ., ΣΔ., ΓΔ., ΕΔ.
της ερώτησης i =1,2,3.

Η διδασκαλία

Η διδασκαλία στην Π.Ο. με το μοντέλο αυτό, που υλοποιήθηκε με τη βοήθεια ενός Δομημένης Μορφής Φύλλου Εργασίας, έλαβε χώρα σε πέντε διαδοχικές χρονικές περιόδους που εντάχθηκαν στο πρόγραμμα του σχολείου.
Κατά χρονική περίοδο οι μαθητές διδάχθηκαν:

Περίοδος	**Γνωστικό αντικείμενο που διδάχθηκε**
1η	Όλα είδη των παραλληλογράμμων και τα μέρη τους ολιστικά και τη σχετική ορολογία
2η	Τις ιδιότητες και τα σχετικά θεωρήματα των παραλληλογράμμων, χωρίς τις αποδείξεις τους. Έγινε η διαπίστωσή της ισχύος τους πειραματικά μέσω Η/Υ
3η	Την ταξινόμηση των παραλληλογράμμων και την διεύρυνση / μεταφορά των ιδιοτήτων
4η	Την αιτιολόγηση απλών προτάσεων και να χρησιμοποιούν τον Πίνακα Ελέγχου του Συλλογισμού της Αποδεικτικής Διαδικασίας (ΠΕΣΑΔ) για την παραγωγή συλλογισμών
5η	Τις αποδείξεις που αφορούν τις ιδιότητες και τα σχετικά θεωρήματα των παραλληλογράμμων

Η διδασκαλία της Π.Ο. έγινε στα εργαστήρια υπολογιστών του σχολείου. Οι μαθητές στα τμήματα 23 ατόμων εργάσθηκαν σε ομάδες εργασίας των 3 και 5 ατόμων ενώ στα τμήματα 22 ή 25 ατόμων εργάσθηκαν σε ομάδες εργασίας των 3 και 4 ατόμων. Στο εργαστήριο των υπολογιστών υπήρχε ένας διδάσκων ανά τμήμα, ο οποίος ήταν ο καθηγητής της τάξης, ενώ παρατηρητής ήταν ο ένας από τους ερευνητές. Οι διδάσκοντες στην Π.Ο. είχαν δεχθεί επιμόρφωση από τους ερευνητές, ενώ οι διδάσκοντες στην Ο.Ε. πραγματοποίησαν το κανονικό τους μάθημα, χωρίς να λάβουν καμία

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

επιμόρφωση. Κάθε ομάδα είχε μπροστά της ένα υπολογιστή και οι μαθητές διαχειρίστηκαν προετοιμασμένα από τους ερευνητές αρχεία .gsp στην οθόνη υπολογιστών. Οι μαθητές κάθε ομάδας εργάστηκαν στα πλαίσια της ομαδοσυνεργατικής μάθησης. Αντάλλασσαν απόψεις όχι μόνο τα μέλη κάθε ομάδας αλλά και με το διδάσκοντα και τις άλλες ομάδες. Η διδασκαλία εντάχθηκε στο πρόγραμμα του σχολείου και κάθε διδασκαλία διάρκεσε 45 λεπτά (μία διδακτική ώρα). Η ύλη που διδάχθηκε ήταν το 5ο Κεφάλαιο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, που είχε θέμα τα Παραλληλόγραμμα, όπως προβλέπεται από το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών του ΥΠΕΠΘ.

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι η πρώτη, η δεύτερη και η τρίτη περίοδος για τη βελτίωση των οπτικών, λεκτικών, σχεδιαστικών δεξιοτήτων του Hoffer ήταν πολύ σημαντικές. Συγκεκριμένα οι μαθητές ασχολήθηκαν με την αναγνώριση, τη σχεδίαση και την περιγραφή των σχημάτων. Η τέταρτη και η πέμπτη περίοδος απευθυνόταν στις λογικές και στις δεξιότητες εφαρμογής. Υιοθετώντας την άποψη του Kynigos (1993) που αναφέραμε προηγούμενα θεωρήσαμε αναγκαίο προκειμένου να τους βοηθήσουμε να παράγουν απλές σκέψης αιτιολόγησης, με τελικό σκοπό να μάθουν να κάνουν αποδείξεις, να χρησιμοποιήσουν ένα πίνακα, που επινοήσαμε γι' αυτό το λόγο, δηλ. να βοηθά τους μαθητές στην παραγωγή σκέψης. Τον πίνακα αυτό (βλ. παράρτημα) καλέσαμε Πίνακα Ελέγχου του Συλλογισμού της Αποδεικτικής Διαδικασίας - ΠΕΣΑΔ (Dimakos, et. Al, 2007). Σύντομα αναφέρουμε ότι αποτελείται από 6 μέρη[1]. Στο πέμπτο και στο έκτο μέρος οι μαθητές θέτουν στόχους, τους οποίους πρέπει να αιτιολογήσουν και κατόπιν οδηγούνται στη σύνθεση αυτών των στόχων για να κάνουν μία απόδειξη.

Οι μαθητές της ομάδας ελέγχου διδάχθηκαν με τη συνήθη παραδοσιακή διδασκαλία που επικρατεί στην πλειονότητα των ελληνικών και ξένων σχολείων.

Αποτελέσματα

Προκειμένου να απαντήσουμε στο ερώτημα που θέσαμε στην έρευνά μας έγιναν οι ακόλουθοι έλεγχοι.

---

[1] Περισσότερα σχετικά με τον ΠΕΣΑΔ μπορεί να δει κάποιος στο G. Dimakos, E. Nikoloudakis, S. Ferentinos and E. Choustoulakis, Developing a Proof-Writing Tool for Novice Lyceum Geometry Students, The Teaching Of Mathematics, Vol. X, 2, (2007), 87–106.

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Πραγματοποιήθηκε ένας στατιστικός έλεγχος t-test ανεξάρτητων δειγμάτων πριν την πειραματική διδασκαλία για να διαπιστώσουμε, αν οι δύο ομάδες ερωτώμενων (ομάδα ελέγχου και πειραματική ομάδα) ήταν ισοδύναμες από πλευράς δεξιοτήτων. Συγκεκριμένα, μετρήθηκαν οι ακόλουθες δεξιότητες: οπτική δεξιότητα, λεκτική δεξιότητα, λογική δεξιότητα, σχεδιαστική δεξιότητα και δεξιότητα εφαρμογής.

Προέκυψε ότι στην οπτική, λεκτική και στη δεξιότητα εφαρμογής δεν βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στα μέλη των δύο ομάδων ερωτώμενων. Αναλυτικότερα, για τις δεξιότητες που δεν βρέθηκαν διαφορές έχουμε: για την οπτική δεξιότητα ($t = -0{,}510$ $df = 248$, $p > 0{,}05$), για τη λεκτική δεξιότητα ($t = 0{,}715$ $df = 248$, $p > 0{,}05$) και για τη δεξιότητα εφαρμογής ($t = 0{,}896$ $df = 248$, $p > 0{,}05$).

Γι' αυτές τις δεξιότητες που βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές έχουμε: για τη σχεδιαστική δεξιότητα ($t = 3{,}863$ $df = 248$, $p < 0{,}05$) και για τη λογική δεξιότητα ($t = 3{,}807$ $df = 248$, $p < 0{,}05$). Στον Πίνακα 3 φαίνονται τα περιγραφικά στατιστικά δεδομένα για κάθε δεξιότητα πριν τη διδασκαλία..

Πίνακας 3- Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία ομάδων πριν τη διδασκαλία

Δεξιότητα	Ομάδα ερωτώμενου	N	Μέσος όρος	Τυπική απόκλιση	Μέσος όρος τυπικού σφάλματος
Οπτική	Ομάδα ελέγχου	112	17,75	3,938	0,372
	Πειραματική ομάδα	138	18,00	3,782	0,322
Λεκτική	Ομάδα ελέγχου	112	17,54	3,531	0,334
	Πειραματική ομάδα	138	17,22	3,472	0,296
Σχεδιαστική	Ομάδα ελέγχου	112	19,86	3,034	0,287
	Πειραματική ομάδα	138	18,23	3,617	0,308
Λογική	Ομάδα ελέγχου	112	20,21	2,982	0,282
	Πειραματική ομάδα	138	18,67	3,360	0,286
Εφαρμογής	Ομάδα ελέγχου	112	18,50	3,137	0,296
	Πειραματική ομάδα	138	18,14	3,101	0,264

Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε στατιστικός έλεγχος t-test εξαρτημένων δειγμάτων ανάμεσα στα μέλη της ομάδας ελέγχου πριν και μετά την πραγματοποίηση της πειραματικής διδασκαλίας, προκειμένου να εξετάσουμε αν υπάρχει στατιστικά σημαντική βελτίωση των μελών αυτής της ομάδας σε κάποιες δεξιότητες. Για την ομάδα ελέγχου δεν προέκυψε

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

στατιστικά σημαντική διαφορά σε καμία δεξιότητα. Αναλυτικότερα, έχουμε: για την οπτική δεξιότητα ($t = -1{,}748 \;\; df = 111,\ p > 0{,}05$), για τη λεκτική δεξιότητα ($t = -1{,}748 \;\; df = 111,\ p > 0{,}05$), για τη σχεδιαστική δεξιότητα ($t = -1{,}748 \;\; df = 111,\ p > 0{,}05$), για τη λογική δεξιότητα ($t = -1{,}748 \;\; df = 111,\ p > 0{,}05$) και για τη δεξιότητα εφαρμογής ($t = -1{,}421 \;\; df = 111,\ p > 0{,}05$). Επομένως, συμπεραίνουμε ότι οι μαθητές της ομάδας ελέγχου δεν βελτιώνουν σημαντικά καμιά από τις προτεινόμενες από τον Hoffer δεξιότητες.

Επίσης, πραγματοποιήθηκε στατιστικός έλεγχος t-test εξαρτημένων δειγμάτων ανάμεσα στα μέλη της πειραματικής ομάδας πριν και μετά την πραγματοποίηση της πειραματικής διδασκαλίας, προκειμένου να εξετάσουμε εάν υπάρχει στατιστικά σημαντική βελτίωση των μελών αυτής της ομάδας σε κάποιες δεξιότητες. Οι μαθητές της πειραματικής ομάδας παρουσίασαν στατιστικά σημαντική βελτίωση στην λεκτική δεξιότητα ($t = -34{,}475 \; df = 137,\ p < 0{,}05$), στη σχεδιαστική δεξιότητα ($t = -8{,}903 \; df = 137,\ p < 0{,}05$) και στη λογική δεξιότητα ($t = -31{,}428 \; df = 137,\ p < 0{,}05$). Αντίθετα, για τους μαθητές της πειραματικής διδασκαλίας δεν προέκυψαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στην οπτική δεξιότητα ($t = -1{,}745 \; df = 137,\ p > 0{,}05$) και στη δεξιότητα εφαρμογής ($t = -1{,}745 \; df = 137,\ p > 0{,}05$)

Συμπέρασμα

Από τα πιο πάνω προκύπτει ότι οι μαθητές της Α΄ τάξης του Λυκείου που διδάσκονται με το συνδυασμό των φάσεων του van Hiele με τις μεθόδους της Γνωστικής Μαθητείας, βελτιώνουν τις προτεινόμενες από τον Hoffer δεξιότητες σε σχέση με τους μαθητές οι οποίοι διδάσκονται με την παραδοσιακή διδασκαλία. Το συγκεκριμένο συμπέρασμα για τη βελτίωση των δεξιοτήτων των μαθητών της πειραματικής ομάδας συμφωνεί με αποτελέσματα άλλων ερευνών σχετικών με τη βελτίωση δεξιοτήτων των μαθητών στη Γεωμετρία (Ζαράνης, 2000) καθώς και με το Hoffer (1986) που υποστηρίζει ότι οι σαφείς δραστηριότητες συνήθως βοηθούν τους μαθητές να έχουν καλές επιδόσεις στη Γεωμετρία.

Abstract

Hoffer highlights, in his article "*Geometry is more than proof",* that Geometry is more than just proofs of theorems, and proposes that students should develop skills on five regions of geometry: visual, verbal, drawing, logical and applied. In this article, which is part of a wider research, we show that Hoffer skills significantly improved, when we combined two

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

well-known cognitive theories, that of van Hiele theory and Cognitive Apprenticeship, in the teaching of Euclidean Geometry to first-year Senior High-School pupils.

Βιβλιογραφία

A.P.U. (1982). Mathematical Development. Primary and Secondary Survey Reports.

Bartolini Bussi, M., & Boero, P., (1998). Teaching and learning geometry in contexts in Mammana, C., & Villani, V. (Eds*.) Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. An ICMI Study* (pp. 1-3). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bransford, J., Brown, A., & Cocking, R. (2000). *How People Learn: Brain, Mind, and Experience & School*. Washington, DC: National Academy Press.

Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher,* 18 (1), 32-42.

Burger, W. F. (1982). *Using the Van Hiele model to describe reasoning processes in Geometry.* Paper presented at American Educational Research Association Meeting, March.

Burger, W., Shaugnessy, M., (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. Research in Mathematics Education Vol. 17. No 1, 31-48

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial understanding, In *Dougles, A. Grouws (Eds.), Handbook of Research Mathematics Teaching and Learning*, McMillan Publishing Company: New York.

Clements, D., Battista, M., (1990). The effects of logo on children's conceptualizations of angle and polygons. Journal for Research in Mathematics Education, 21(5), 356-371.

Collins, A., (1991). Cognitive apprenticeship and instructional technology. In Jones B. & Idol L. (Eds) Educational values and cognitive instruction: implications for reform. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, pp. 121-138.

Collins, A., Brown, J. S., & Holum, A. (1991). Cognitive apprenticeship: Making thinking visible. *American Educator*: The Professional Journal of the American Federation of Teachers, 15(3), 6-11, 38-46.

Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S.E. (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, Learning and Instruction: Essays in Honor of Robert Glaser* (pp.453-494). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Crowley, M., L., (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. In M.M. Lindquist, Ed., Learning and teaching geometry, K-12 (pp. 1-16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

De Bruijn H.,(1993b), Situated cognition in a computerized learning environment for adult basic education students. Doctoral Dessertation: University of Twente, Nederlands.

De Corte, E. (1990). Learning with new information technologies in schools: perspectives from the psychology of learning and instruction. Journal of Computer Assisted Learning, 6, 2, 69-87.

De Villiers, M., D., (1999). *Rethinking proof with the Geometer's Sketchpad.* Berkeley, CA: Key Curriculum Press.

Dimakos, G., Nikoloudakis E., Ferentinos, S., Choustoulakis, E., (2007). Developing a Proof-Writing Tool for Novice Lyceum Geometry Students. *The Teaching Of Mathematics Vol. X, 2, pp. 87–106*

Dimakos, G., Nikoloudakis E., Ferentinos, S., Choustoulakis, E., (2007). The role of examples in Cognitive Apprenticeship, *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, (accepted for publication)

Ding, L. and Jones, K., (2007). Using the van Hiele theory to analyse the teaching of geometrical proof at grade 8 in Shanghai. To appear in European Research in Mathematics Education V.

Dorfler, W., (1993). Computer use and views of the mind. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds), Learning from computers: Mathematics Education and Technology (pp.159-186). Berlin: Springer - Verlag.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*, Dordrecht, Holland: Reidel.

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R., (1988). The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. Journal for Research in Mathematics Education: Monograph Number 3.

Geddes, D., & Fortunato, I.(1993). "Geometry: Research and Classroom Activities," in D. T. Owens, Ed., Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics. New York: Macmillan,.

Gutierrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J., (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. Journal for Research in Mathematics Education, 22, 237-251.

Hershkowitz, R. (1998). About reasoning in geometry. In: C. Mammana and V. Villani (eds.) Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century, An ICMI Study [Chapter 2.1]. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Hillel, J., (1993). Computer Algebra Systems as Cognitive Technologies: Implication for the Practice of Mathematics Education. In C. Keitel and K. Ruthven (Eds), *Learning from computers: Mathematics Education and Technology (pp. 18-47).* Berlin: Springer-Verlag.

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:

Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher, 74,* 11-18.

Hoffer, A.,(1986). Geometry and visual thinking. In T.R.Post (Ed.), Teaching mathematics in grades K-8: Research based methods (σελ.233-261). Newton, MA: Allyn and Bacon

Kynigos, C. (1993). Children's Inductive Thinking during Intrinsic and Euclidean Geometrical Activities in a Computer Programming Environment. Educational Studies in Mathematics, 24, 177-197.

Laborde, C. (1993). The computer as part of the learning environment: the case of geometry. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds), *Learning from computers: Mathematics Education and Technology (pp. 48-67).* Berlin: Springer - Verlag.

Mariotti M., A., (2003). *Geometry: dynamic intuition and theory* http://www.math.uoa.gr/me/conf2/papers/mariotti.pdf

Mason, M. M. (1997). The van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted,* 21, 39-53.

Merrill, M., D., (2000). Knowledge objects and mental models. In D. A. Wiley (Ed.). The Instructional Use of Learning Objects. Washington D.C.: Association for Educational Communications and Technology.

Noss, R., Hoyles, C. (1992). Looking Back and Looking Forward. In C. Hoyles and R. Noss (eds), *Learning Mathematics and Logo* (pp. 431-470). Cambridge, Ma: MIT Press.

Senk, S. L. & Thompson, D. R. (2003). Standards-based school mathematics curricula: What are they? What do students learn? Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Senk, S. (1982). "Achievement in Writing Geometry Proofs." Presented at the American Educational Research Association annual meeting, New York, NY. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 218 091)

Senk, S. L. (1985). How well do students write geometry proofs? *Mathematics Teacher*, 78, 448-456.

Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing Geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 309-321.

Usiskin, Z., (1987). "Resolving the continuing dilemmas in school geometry". In M. M. Lindquist and A. P. Shulte (Eds), Learning and Teaching Geometry, K-12. Reston, VA, National Coucil of Teachers of Mathematics.

Usiskin, Z., & Senk, S., 1990 "Evaluating a test of van Hiele levels: A response to Crowley and Wilson", Journal for Research in Mathematics Education, , 21(3), pp 242-245.

Usiskin, Z., (1982). Van Hiele Levels and Achivment in Secondary School Geometry, Columbus, OH,ERIC

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:

Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Van Hiele, P. M. (1959). La pense de l'enfant et la géométrie. *Bulletin de l'Association des Professeurs Mathématiques de l'Enseignement Public*, 198-205.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of Mathematics Education*. New York: Academic Press, Inc.

verbal material. Journal of Educational Psychology, 51, 267-272

Weber, K. (2003). Students' difficulties with proof. *Teaching and Learning: Research Sampler*. Mathematical Association of America's MAA Online Web site. Retrieved June 23, 2006, from http://www.maa.org/t_and_l/sampler/rs_8.htm

Wilson B. & Cole P., (1991). A review of cognitive teaching models. Educational Technology Research and Development, 39, 4, 47-64.

Wirszup, I., (1976). "Breakthroughs in the Psychology of Learning and Teaching Geometry" in J.

Γαγάτσης, Α., (1993) Θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών Εκδόσεις Κυριακίδη Θεσσαλονίκη

Ζαράνης, Ν., (2000). Η αξιοποίηση της θεωρίας van Hiele στην διδασκαλία της Γεωμετρίας στην υποχρεωτική εκπαίδευση με την βοήθεια υπολογιστή Διδακτορική Διατριβή.

Ζάχος, Ι.,(2000). *Αξιολόγηση του επιπέδου γεωμετρικής σκέψης van Hiele των μαθητών της Β΄τάξης του Λυκείου*. Gutenberg, Αθήνα.

Θωμαΐδης,Γ., Πούλος, Α. (2000) *Διδακτική της Ευκλείδειας Γεωμετρίας* Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη

Καλαβάσης, Φ., & Μεϊμάρης, Μ. (2000). *Διεπιστημονική Προσέγγιση των Μαθηματικών και της Διδασκαλίας τους*. Αθήνα: Gutenberg.

Κολέζα, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών*. Εκδόσεις Leader Books. Αθήνα 2000.

Νικολουδάκης Εμμ., Χουστουλάκης Εμμ., (2004) Αιτίες που δυσχεραίνουν την επικοινωνία μεταξύ δασκάλου και μαθητών στη διδασκαλία των Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης. Μία προτεινόμενη λύση. *Πρακτικά του 21ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε. σσ. 359-372*. Αθήνα.

Νικολουδάκης Εμμ., Χουστουλάκης Εμμ., (2005) Μοντέλα και Μαθηματικά: Δύο Όψεις του Ίδιου Νομίσματος. *Πρακτικά του 22ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε* Αθήνα

Σαλβαράς, Ι., (2004). Οι σκέψεις, η συμπεριφορά και τα επιτεύγματα των μαθητών στη συνδυασμένη χρήση των στρατηγικών διδασκαλίας, της αμοιβαιότητας και της ένταξης. Εκπαίδευση & Επιστήμη τόμος 1, τ1, Απρίλιος http://www.cc.uoa.gr/ptde/journal/greek/index_gr.html

Σαλβαράς, Ι. (2000). Μελετήματα για τη θεωρία και την πράξη της διδασκαλίας, Αθήνα: Αυτοέκδοση.

Σαλβαράς, Ι. (1996). Διδακτικοί στόχοι, Αθήνα: Γεννάδειος Σχολή

Η αναφορά για αυτό το άρθρο είναι:
Νικολουδάκης Εμμ., Μπαραλής Γ.(2008) «Βελτίωση των δεξιοτήτων του Hoffer με τη βοήθεια του συνδυασμού της Θεωρίας Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης του van Hiele και της Γνωστικής Μαθητείας» *Πρακτικά του 25ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε, σ.σ. 689-709*

Σαλβαράς, Ι. (1992). *Διερεύνηση της διάδρασης στην τάξη για τη διαμόρφωση ενός φάσματος στρατηγικών διδασκα¬λίας.* Διδακτορική διατριβή Π.Τ.Δ.Ε. – Ε.Κ.Π.Α.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ