

## Διδακτική προσέγγιση του Πυθαγορείου Θεωρήματος για μαθητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης με χρήση διαδικτυακών τεχνολογιών.

**Εμμανουήλ Νικολουδάκης (M.Ed)**  
Υποψήφιος Διδάκτορας  
Π. Τ. Δ. Ε. Πανεπιστήμιο Αθηνών  
enikolou@otenet.gr

**Εμμανουήλ Χουστουλάκης**  
Μ.Δ.Ε στη Διδακτική Τεχνολογίας  
& Ψηφιακά Συστήματα  
Πανεπιστήμιο Πειραιώς  
exoustou@otenet.gr

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Πολλοί μαθητές, καθώς μελετούν, θα ήθελαν να υπήρχε η δυνατότητα να ανατρέξουν ή και να επαναλάβουν, από το χώρο μελέτης τους, το μάθημα που διδάχτηκαν στη σχολική τάξη. Για το λόγο αυτό αναπτύξαμε ένα εκπαιδευτικό λογισμικό και αξιοποιώντας τις ΤΠΕ τους δώσαμε την ευκαιρία αυτή. Λαμβάνοντας επιπλέον υπόψη μας, την άποψη του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου, ότι δηλ. οι μαθητές, αφ' ενός παρουσιάζουν μεταξύ τους αρκετές διαφορές στον τρόπο οικειοποίησης της γνώσης και αφ' ετέρου ότι δεν μαθαίνουν όλοι με την ίδια ταχύτητα, έγινε προσπάθεια αντιμετώπισης των δύο αυτών παραγόντων. Συγκεκριμένα φροντίσαμε το ηλεκτρονικό εκπαιδευτικό περιβάλλον που σχεδιάσαμε, να παρέχει περισσότερες από μία πλοηγήσεις, αντιστοιχίζοντας σε κάθε πλοήγηση και μία διαφορετική θεωρία μάθησης, ώστε να επιτρέψουμε στους μαθητές να επιλέξουν τον τρόπο διδασκαλίας τους. Η προτεινόμενη εφαρμογή αναφέρεται στη διδασκαλία του Πυθαγορείου Θεωρήματος και η χρήση έγινε στα πλαίσια μιας πειραματικής διδασκαλίας.

**ΛΕΞΕΙΣ-ΚΛΕΙΔΙΑ:** διδασκαλία γεωμετρίας, εκπαιδευτικό λογισμικό, αναπαραστάσεις.

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η έρευνα έχει δείξει ότι οι μαθητές συναντούν δυσκολίες στην κατανόηση των εννοιών της Γεωμετρίας (van Hiele, 1986). Το εν λόγω μάθημα απαιτεί και επιπλέον δεξιότητες από τους μαθητές, όπως σχεδιαστικές, οπτικές κλπ. (Hoffer 1986). Έτσι, όπως άλλωστε δείχνει και η καθημερινή εμπειρία στην τάξη, οι μαθητές παρουσιάζουν δυσκολίες όχι μόνο με τα θεωρήματα που αναφέρονται στα γεωμετρικά σχήματα, αλλά και με τα σχήματα αυτά καθαυτά (Γαγάτσης, 1993). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αποτυχία πολλών μαθητών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης στο μάθημα της Γεωμετρίας. Σημαντικό βέβαια μέρος ευθύνης στην αποτυχία φέρει και η κατά κόρον εφαρμοζόμενη, όχι μόνον στην Ελλάδα αλλά και διεθνώς, συμπεριφοριστική παραδοσιακή διδασκαλία. Οι Bonwell & Eison (1991) χαρακτηριστικά αναφέρουν πως η έρευνα έχει δείξει ότι οι παραδοσιακές μέθοδοι επικρατούν στα κολλέγια και τα πανεπιστήμια. Το ίδιο συμβαίνει και στον Ελλαδικό χώρο, όπου οι παραδοσιακές αντιλήψεις για τη διδασκαλία και την αξιολόγηση των μαθηματικών εξακολουθούν να αποτελούν την κυρίαρχη πρακτική (Φερεντίνος, 2001), δηλ. η πλειονότητα των εκπαιδευτικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης επιμένει να εφαρμόζει το παραδοσιακό μοντέλο διδασκαλίας (Χαραλάμπος, 2000). Επίσης οι Θωμαΐδης και Πούλος (2000) αναφέρουν σε σχετική έρευνά τους ότι μαθητές της Α' τάξης του Λυκείου αντιμετωπίζουν δυσκολίες κατανόησης στο μάθημα

[www.e-diktyo.eu](http://www.e-diktyo.eu)

[www.epyna.gr](http://www.epyna.gr)

της Γεωμετρίας, όταν διδάσκονται με την μετωπική παραδοσιακή διδασκαλία. Σημειώνουμε δε, ότι οι μαθητές παρουσιάζουν σοβαρές δυσκολίες, όχι μόνον όταν αποδεικνύουν απλές προτάσεις της Γεωμετρίας, αλλά και όταν ακόμη αναπαραγάγουν αποδείξεις που περιέχονται στο διδακτικό τους εγχειρίδιο. (Ντζιαχρήστος, 1989; Ζαράνης, 1997). Επίσης με βάση τα δεδομένα που συλλέχθηκαν από μια ερευνητική προσπάθεια που πραγματοποιήθηκε στις Η.Π.Α. γύρω από τη Γνωστική Ανάπτυξη και Επιτυχία στη Γεωμετρία της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης (CDASSG – Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry), οι Senk (1985) και Usiskin (1982) επιβεβαιώνουν, ότι για τους περισσότερους μαθητές το να γράφουν αποδείξεις είναι δύσκολο, ενώ αδυνατούν να κατανοήσουν την αναγκαιότητα και το νόημα των αυστηρών αποδείξεων στο πλαίσιο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, η οποία δηλώνει την αυστηρότητά της επικυρώνοντας ακόμα και «προφανή» αποτελέσματα της παρατήρησης και της διαίσθησης (Senk, 1985; Hoffer 1986; Usiskin 1982).

### ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Η έννοια της αναπαράστασης είναι κεντρική στην Ψυχολογία (γνωστική, εξελικτική, κοινωνική και πολιτισμική), η οποία προσπαθεί να ερμηνεύσει τον τρόπο με τον οποίο ο άνθρωπος "μαθαίνει", διότι οι αναπαραστάσεις δρουν ως ερεθισμοί στις αισθήσεις και παρεμβαίνουν σε κάθε μαθησιακή διεργασία που κάνουν οι μαθητές για τις έννοιες ή τα αντικείμενα που τους διδάσκουμε. Οι αναπαραστάσεις συνίστανται από διαγράμματα, πίνακες, γραφικές παραστάσεις, διάφορα μοντέλα, γραφικά των computers καθώς και τυπικά σύμβολα και άλλες παραστάσεις της γλώσσας των Μαθηματικών. Τα γεωμετρικά σχήματα αποτελούν αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούνται στη διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης των γεωμετρικών προτάσεων και τα οποία παίζουν το ρόλο της «σκαλωσιάς» στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης, η οποία χαρακτηρίζεται από μια αλληλεπίδραση μεταξύ γεωμετρικού σχήματος και αντίστοιχης γεωμετρικής έννοιας. Ωστόσο, η ανάλυση της διαδικασίας εξέλιξης της γεωμετρικής σκέψης, η περιγραφή της φύσης των οπτικών αναπαραστάσεων και ο ρόλος της διαίσθησης και της φαντασίας στη δημιουργία αυτών των αναπαραστάσεων, είναι - σύμφωνα με πολλούς ερευνητές - από τα πιο δύσκολα θέματα στα πλαίσια της κατανόησης του μαθηματικού τρόπου σκέψης (Κολέζα, 2003).

Σύμφωνα με τον Duval (1995α) ένα άτομο μπορεί να έχει πρόσβαση σε μια μαθηματική έννοια, μόνον αν διαθέτει τουλάχιστον δύο σημειωτικά συστήματα γι' αυτή την έννοια, και αν μπορεί να περνά χωρίς δυσκολία από το ένα σύστημα στο άλλο. Ένα σημαντικό πρόβλημα που εμφανίζεται συχνά στη διδασκαλία των Μαθηματικών είναι ότι οι μαθητές δεν μπορούν να περάσουν από το ένα σύστημα αναπαράστασης στο άλλο, δεν μπορούν δηλαδή να κινητοποιήσουν πολλά συστήματα συγχρόνως, και κυρίως δεν αναγνωρίζουν την ίδια έννοια μέσα από διαφορετικές της αναπαραστάσεις σε διάφορα σημειωτικά συστήματα πχ. φυσική γλώσσα - γεωμετρικό σχήμα (Κολέζα, 2003). Δεδομένου δε ότι, αν έχουμε μια άποψη για το πώς μαθαίνουν οι άνθρωποι, τότε μπορούμε να προτείνουμε μεθόδους και για το πώς να οργανώσουμε την εκπαίδευση, μία θεωρία μάθησης είναι σημαντική, διότι μας επιτρέπει να διατυπώσουμε μια θεωρία διδακτικής και στη συνέχεια να αναπτύξουμε κατάλληλα λογισμικά, δραστηριότητες, κ.λπ. για τη διδασκαλία ενός μαθηματικού αντικείμενου-γνώσης (Νικολουδάκης, Φερεντίνος, & Χουστουλάκης, 2006). Ειδικά δε, μια θεωρία μάθησης που αξιοποιεί τις ΤΠΕ και συγκεκριμένα τις δυναμικές αναπαραστάσεις σε οθόνη υπολογιστή παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για το μάθημα της Γεωμετρίας, διότι βοηθά το μαθητή να κινητοποιήσει πολλά

συστήματα συγχρόνως για την ίδια έννοια μέσα από τις διαφορετικές της αναπαραστάσεις σε διάφορα σημειωτικά συστήματα.

Οι τεχνολογίες που βασίζονται σε υπολογιστή εκτός ότι αποτελούν μια μεγάλη ελπίδα στο να αυξηθούν την πρόσβαση στη γνώση, αποτελούν και ένα καλό μέσο για την πρόωξη της. Οι πρόσφατες τεχνολογίες οδηγούν στην ανάπτυξη πολλών νέων ευκαιριών για να καθοδηγήσουμε και να βελτιώσουμε τη μάθηση, τις οποίες δεν ήμασταν σε θέση καν να φανταστούμε πριν λίγα χρόνια. Οι δε δυναμικές αναπαραστάσεις στην οθόνη υπολογιστή παίζουν σημαντικό ρόλο στη διαδικασία διδασκαλίας – μάθησης των μαθηματικών από την άποψη της διδακτικής. Επίσης, ο Καλαβάσης (1997) σημειώνει: «Παρατηρούμε ότι οι απαιτήσεις ικανοτήτων σε τεχνολογικό περιβάλλον συγκλίνουν κατ' απόλυτο τρόπο με τις διδακτικές προτάσεις των θεωριών μάθησης και της επιστημολογίας όπως αυτές συντίθενται από τη Διδακτική των Μαθηματικών».

#### **ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ**

Συμφωνούμε με τους Κεκέ & Μυλωνάκου-Κεκέ (2001) ότι οι μαθητές διαθέτουν διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μαθαίνουν. Μερικοί ενδιαφέρονται για γεγονότα, δεδομένα και αλγορίθμους, άλλοι αισθάνονται περισσότερο άνετα με θεωρίες και μαθηματικά μοντέλα, με τα οποία αλληλεπιδρούν, ενώ κάποιοι άλλοι προτιμούν την «οπτικοποιημένη» παρουσίαση πληροφοριών με συνοδεία ήχου κατά την οποία απλώς παρακολουθούν την εξέλιξη των γεγονότων, δηλ. χωρίς ουσιαστική ενεργητική συμμετοχή. Μας ενδιέφερε, λοιπόν, να εφοδιάσουμε το μαθητή με ένα τέτοιο εκπαιδευτικό λογισμικό, στο οποίο οι γενικές ιδιότητες του περιεχομένου, της πλοήγησης, της αλληλεπίδρασης, των δραστηριοτήτων αλλά και τα χαρακτηριστικά του γνωρίσματα να τίθενται σύμφωνα με τις προτιμήσεις μάθησης του μαθητή- χρήστη (Retalis et al, 2004).

Στην περίπτωση μας τέσσερα πράγματα είναι αυτά που χαρακτηρίζουν το εκπαιδευτικό λογισμικό. Το πρώτο αφορά την προσαρμοστικότητα με βάση τις ανάγκες του μαθητή. Το δεύτερο σχετίζεται με τη θεωρία μάθησης. Το τρίτο αφορά τη δυνατότητα παρακολούθησης του προγράμματος μαθημάτων από την πλευρά του μαθητή, ακολουθώντας το πρόγραμμα του σχολείου. Το τέταρτο σχετίζεται με τη δυνατότητα επανάληψης του μαθήματος από το χώρο μελέτης του μαθητή.

Αμέσως πιο κάτω αναλύουμε τα χαρακτηριστικά του λογισμικού:

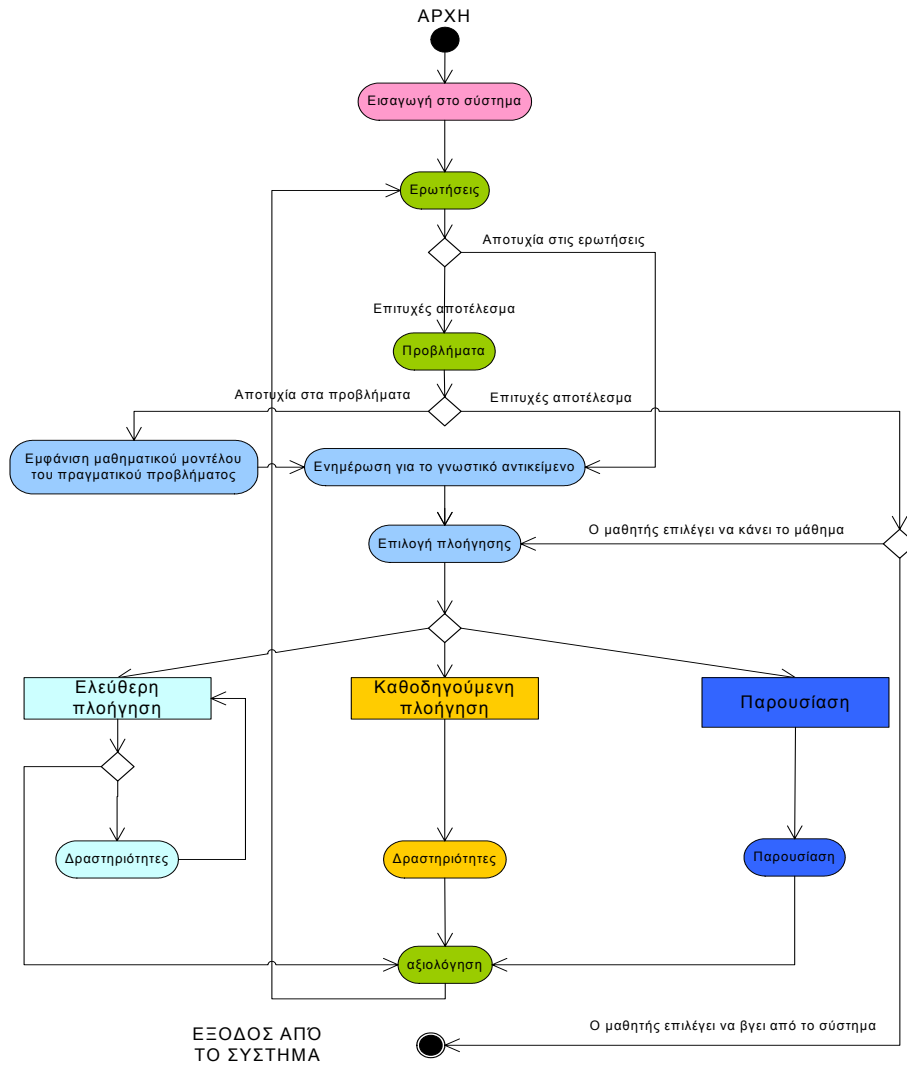
- Η προσαρμοστικότητα του εκπαιδευτικού λογισμικού έχει διαστάσεις σημείο αναφοράς. Αρχικά αναφέρεται στις ανάγκες του μαθητή, όπως αυτές καθορίζονται από ένα διαγνωστικό test και αφετέρου του επιτρέπει να επιλέξει την πλοήγησή του σύμφωνα με τη μορφή διδασκαλίας που ο ίδιος επιθυμεί.
- Το εκπαιδευτικό λογισμικό είναι έτσι σχεδιασμένο, ώστε αφήνει το περιθώριο στους μαθητές να αλλάξουν τη θεωρία μάθησης και κατά συνέπεια τον τρόπο διδασκαλίας τους, αν κατά τη διεξαγωγή της, οι μαθητές δεν νοιώθουν ικανοποιημένοι δηλ. αν κατά την άποψη των διδασκόμενων η παρεχόμενη διδακτική μέθοδος δεν τους βοηθά να κατανοήσουν το γνωστικό αντικείμενο που τους διδάσκεται.
- Το εκπαιδευτικό λογισμικό δίνει τη δυνατότητα, ακόμα και όταν ο μαθητής απουσιάζει από το σχολείο να μην διακόπτεται η συνέχεια της σειράς μαθημάτων που παρακολουθεί, αφού μπορεί να διδαχθεί το μάθημα και από το σπίτι του.
- Ο οποιοσδήποτε μαθητής επιθυμεί μπορεί να επαναλάβει τη διδαχθείσα ενότητα από το χώρο μελέτης του, όσες φορές θέλει και στο χρόνο που θέλει, δηλ. δεν υπάρχουν χωροχρονικοί περιορισμοί.

Αξίζει δε, να σημειωθεί ότι μέσω του εν λόγω ηλεκτρονικού περιβάλλοντος, που αποτελεί ένα σύστημα, ενθαρρύνεται η συνεργασία μεταξύ των μαθητών ή μεταξύ μαθητών και δασκάλου δεδομένου ότι κάθε μέλος της τάξης - συμπεριλαμβανομένου και του δασκάλου - μπορεί να επισκεφθεί τον ιστοχώρο του μαθήματος, προκειμένου όλοι μαζί να συνεργασθούν online. Έτσι με παράλληλη χρήση του συγκεκριμένου ηλεκτρονικού περιβάλλοντος με κατάλληλο λογισμικό, όπως π.χ. το Synergo (Avouris, Margaritis & Komis, 2004), το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υποστηρίξει την συνεργατική επίλυση προβλημάτων και την ανάλυση και διερεύνηση της συνεργατικής δραστηριότητας, ή ακόμη και με παράλληλη χρήση του chat μόνον δημιουργούνται συνθήκες σημαντικής βοήθειας προς το μαθητή.

Ο μαθητής, όπως φαίνεται στο διάγραμμα ενεργειών του εκπαιδευτικού λογισμικού (Διάγραμμα -1), ξεκινάει με ένα διαγνωστικό test, που αποτελείται από δύο μέρη: (α) από δώδεκα ερωτήσεις κατανοημένες σε τέσσερις θεματικές ενότητες, που η κάθε μία θεματική ενότητα περιέχει τρία ερωτήματα, και (β) από τρία πραγματικά προβλήματα. Με το test αυτό το σύστημα πληροφορείται εάν ο μαθητής γνωρίζει το Πυθαγόρειο Θεώρημα (Π.Θ) ή όχι. Το σύστημα θεωρεί ότι ο μαθητής επιτυγχάνει σε μία θεματική ενότητα, εφόσον απαντήσει σωστά σε δύο από τα τρία ερωτήματα της εν λόγω θεματικής ενότητας και ότι ο μαθητής αποτυγχάνει, εφόσον απαντήσει λάθος σε δύο από τα τρία ερωτήματά της. Ως προς τα προβλήματα, το σύστημα θεωρεί ότι, ο μαθητής επιτυγχάνει σε ένα πρόβλημα, εφόσον το λύσει σωστά. Θεωρείται ότι ο μαθητής πέτυχε στο test, αν πετύχει και στις τέσσερις θεματικές ενότητες ερωτήσεων και αν λύσει σωστά και τα τρία προβλήματα. Σε περίπτωση επιτυχίας του μαθητή στο test το λογισμικό θεωρεί ότι ο μαθητής γνωρίζει το Π.Θ, και ρωτάει το μαθητή, αν θέλει να κάνει και το μάθημα ή θέλει να εξέλθει από το σύστημα, αφού δεν έχει νόημα να διδάξεις σε κάποιον κάτι που ήδη το γνωρίζει. Η περίπτωση αποτυχίας του μαθητή στο διαγνωστικό test σημαίνει ότι ο μαθητής απέτυχε ή στο μέρος των ερωτήσεων ή σε ένα πρόβλημα. Αν ο μαθητής απέτυχε στις ερωτήσεις το σύστημα τον πληροφορεί ότι θα διδαχθεί το Π.Θ και τον οδηγεί στην κατάλληλη ιστοσελίδα για να αρχίσει η διδασκαλία, καλώντας το μαθητή να επιλέξει μία από τις προσφερόμενες πλοηγήσεις, που θα αναπτύξουμε παρακάτω (Σχήμα -1).

Αν ο μαθητής αποτύχει, επειδή δεν κατάφερε να λύσει κάποιο από τα πραγματικά προβλήματα, τότε το σύστημα δεν τον οδηγεί στην ιστοσελίδα που αρχίζει η διδασκαλία, όπως όταν αποτυγχάνει στο test, αλλά τον οδηγεί σε μια ιστοσελίδα που του εμφανίζει το αντίστοιχο *μαθηματικό μοντέλο* του πραγματικού προβλήματος. Για παράδειγμα, στο πρώτο από τα προβλήματα ο μαθητής καλείται να υπολογίσει το μήκος μιας σκάλας που στηρίζεται στον τοίχο ενός σπιτιού και στο έδαφος. Στην περίπτωση αδυναμίας του μαθητή να λύσει το πρόβλημα, το λογισμικό του εμφανίζει το μαθηματικό μοντέλο (Σχήμα -2), που κρύβεται πίσω από το εν λόγω πρόβλημα, με τη βαθμιαία εξαφάνιση όλων των άλλων στοιχείων της εικόνας εκτός από το μαθηματικό μοντέλο και εν προκειμένω εκτός από ένα ορθογώνιο τρίγωνο του οποίου η υποτείνουσα είναι η σκάλα.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ



Διάγραμμα - 1

Κεντρική σελίδα μαθήματος - Microsoft Internet Explorer

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Αγορασμένο Εργαλεία Βοήθεια

Πλοήγηση Αναζήτηση Αγορασμένα

C:\Documents and Settings\Manóλης\Το έγγραφό μου\Το Σύστημα\mathima\_men.htm

### Το Πυθαγόρειο Θεώρημα

**Μάθημα στο Πυθαγόρειο Θεώρημα**  
Εισαγωγή / εδώ

Όλοι οι άνθρωποι δεν μαθαίνουν με τον ίδιο τρόπο. Έτσι στο σύστημα μας φροντίσαμε να συμπεριλάβουμε τρεις τρόπους με τους οποίους μπορείς να διασχίσεις το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Με τον πρώτο τρόπο, την ελεύθερη πλοήγηση μπορείς να καθορίσεις από με ποιες σελίδες θα κάνεις τις δραστηριότητες. Με την δεύτερη επιλογή, την καθοδηγούμενη πλοήγηση, σε καθοδηγεί το σύστημα στην εκτέλεση των δραστηριοτήτων και με την τρίτη επιλογή την παρουσίαση το σύστημα θα σου παρουσιάσει το μάθημα χωρίς εσύ να συμμετέχεις στις δραστηριότητες. Μπορείς ακόμη κατά τη διάρκεια του μαθήματος, αν το κρίνεις σκόπιμο, να αλλάξεις πλοήγηση, δηλ. να αλλάξεις τον τρόπο διδασκαλίας.

Εκκίνησε λογότυπ

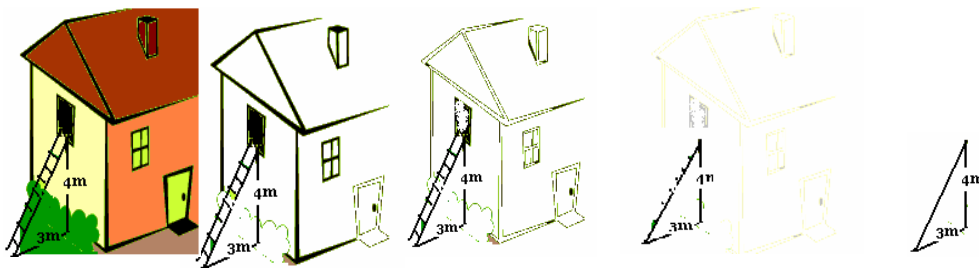
Κάνε κλικ [εδώ](#) για να δούμε το πρόβλημα που έχουν ο Ραμφοίς και η Ιουλιέττα και να στην δώδεις πλοήγηση για να διασχίσεις το μάθημα και να τους βοηθήσεις.

Ελεύθερη Πλοήγηση Καθοδηγούμενη Πλοήγηση Παρουσίαση

Βοηθήματα

©2006 Εμμανουήλ Νικολαΐδης

Σχήμα -1



Σχήμα -2

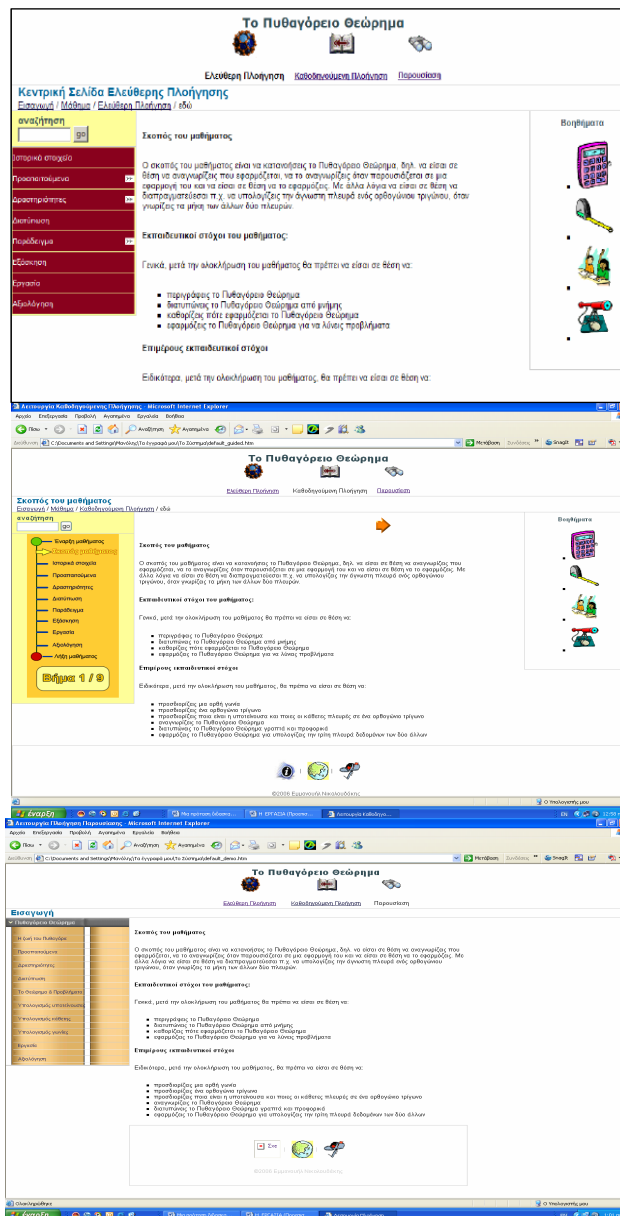
## ΟΙ ΠΛΟΗΓΗΣΕΙΣ

Το εκπαιδευτικό λογισμικό σχεδιάστηκε έτσι, ώστε να διαθέτει τρεις πλοηγήσεις (Σχήμα -3):

1. την **Ελεύθερη**, που αντιστοιχεί στη Θεωρία Κατασκευής της Γνώσης, δηλ. το ριζοσπαστικό κονστрукτιβισμό του Glaserfeld (1997).
2. την **Καθοδηγούμενη**, που αντιστοιχεί στην Ανακαλυπτική Μάθηση του Bruner (1966) και,
3. την **Παρουσίαση** που αντιστοιχεί στο Συμπεριφοριστικό Μοντέλο.

Για κάθε πλοήγηση έχουν προετοιμαστεί από τον διδάσκοντα οι ακόλουθες δράσεις<sup>1</sup>:

- *Ιστορικά στοιχεία*, όπου γίνεται αναφορά στον Πυθαγόρα και τη Σχολή του
- *Προαπαιτούμενες γνώσεις*, δηλ. υπομνήσεις μέσω αναπαραστάσεων γεωμετρικών σχημάτων (π.χ. ορθή γωνία, ορθογώνιο τρίγωνο κ.λπ.) και κείμενου με απαραίτητες γνώσεις για να βοηθήσουν το μαθητή στη διδασκαλία
- *Δραστηριότητες*, τις οποίες καλείται ο μαθητής να κάνει για να κατασκευάσει το νοητικό μοντέλο για το Π.Θ (Σχήμα -4)
- *Διατύπωση* του ΠΘ, όπου παρέχεται κινούμενο (animated) οπτικό



Σχήμα -3

<sup>1</sup> Χρησιμοποιούμε τον όρο δράση σε αντιδιαστολή του όρου δραστηριότητα, που είναι ένα από τα είδη δράσης του εκπαιδευτικού λογισμικού.

υλικό και καλείται ο μαθητής να περιγράψει το θεώρημα μέσα από την εικόνα.

- *Παραδείγματα*, στα οποία παρουσιάζονται στο μαθητή μέσω flash animations τη διαδικασία λύσης ασκήσεων, στις οποίες ζητείται να υπολογιστεί το μήκος μιας πλευράς (υποτείνουσα ή κάθετη) ενός ορθογωνίου τριγώνου ή ζητείται να εξετασθεί αν ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- *Εξάσκηση*, όπου δίδονται ασκήσεις για εξάσκηση, ενώ ταυτόχρονα το σύστημα παρέχει ανάδραση και συμβουλές για τη λύση των ασκήσεων.
- *Εργασία για το σπίτι*.
- *Αξιολόγηση*.

Στην πρώτη πλοήγηση, την Ελεύθερη πλοήγηση, το σύστημα επιτρέπει στο μαθητή να καθορίσει μόνος του τη σειρά των δράσεων επιτρέποντας του την πρόσβαση σε αυτές σύμφωνα με τις επιθυμίες του. Ο μαθητής με αυτήν την πλοήγηση κατασκευάζει μόνος του τη γνώση του, λαμβάνοντας ο ίδιος αποφάσεις για τις ενέργειές του π.χ. επιλέγοντας ό ίδιος τη σειρά των γνωστικών αντικειμένων, σύμφωνα με τη θεωρία Κατασκευής της γνώσης.

Στη δεύτερη πλοήγηση, την Καθοδηγούμενη, η διδασκαλία έχει γραμμικό χαρακτήρα, δηλ. ο μαθητής σε αντίθεση με την ελεύθερη πλοήγηση οδηγείται από το σύστημα στις δράσεις με μία προκαθορισμένη σειρά και μέσω ερωτημάτων ο μαθητής οδηγείται στο να ανακαλύψει τη σχέση που εκφράζει το ΠΘ σύμφωνα με τη θεωρία της Ανακαλυπτικής Μάθησης του Bruner (1966). Τέλος στην τρίτη πλοήγηση ο μαθητής παρακολουθεί, δηλ. βλέπει και ακούει μόνο, μέσω πολυμεσικής παρουσίασης (βίντεο), τη διδασκαλία του ΠΘ δηλ. η τρίτη πλοήγηση αντιστοιχεί στο Συμπεριφοριστικό μοντέλο διδασκαλίας, δεδομένου ότι παρακολουθεί παραμένοντας όμως «ανενεργός».

Και οι τρεις πλοηγήσεις καταλήγουν στην αξιολόγηση, η οποία δεν είναι τίποτα άλλο από το αρχικό διαγνωστικό test, στο οποίο οι μαθητές αρχικά απέτυχαν και που τώρα, αφού διδάχτηκαν το μάθημα μέσω του συστήματος, μας ενδιαφέρει να δούμε, εάν είναι σε θέση να απαντήσουν στο test επιτυχώς.

#### Δραστηριότητες

Εισαγωγή / Μάθημα / Καθοδηγούμενη Πλοήγηση / εδώ

αναζήτηση

Ιστορικά στοιχεία

Προσπαιτούμενα >>

Δραστηριότητες >>

Διατύπωση

Παράδειγμα >>

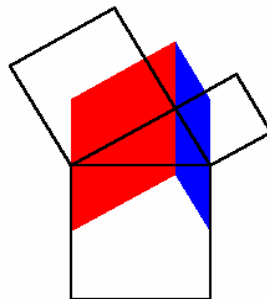
Εξάσκηση

Εργασία

Αξιολόγηση

#### 1η δραστηριότητα

Παρατήρησε ότι το εμβαδό του τετραγώνου της υποτείνουσας "χωράει" στα τετράγωνα των καθέτων πλευρών.



Σχήμα -4



## ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στην παρούσα εργασία παρουσιάστηκε μια διδακτική πρόταση, ουσιαστικά ένα πείραμα που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια ενός υπολογιστικού περιβάλλοντος, το οποίο αξιοποιεί τις νεότερες τεχνολογίες διαδικτύου. Το σημαντικό είναι ότι δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να επαναλάβουν το μάθημα από το χώρο μελέτης τους. Αυτό σημαίνει ότι ο δάσκαλος δίδαξε το μάθημα στο σχολείο σύμφωνα με το διδακτικό συμβόλαιο του Brousseau (1997) που καθορίζει την αλληλεπίδραση ανάμεσα στους διδάσκοντες και στους μαθητές, καθώς και τις γνωστικές δυσκολίες που οι τελευταίοι συναντούν (Sierpiska, 2002) και το σύστημα επέτρεψε την επανάληψη του μαθήματος με δυνατότητες βοήθειας για υπέρβαση πιθανών δυσκολιών κατανόησης. Πρέπει να σημειώσουμε ότι ο διδάσκων ανέβασε στο δικτυακό χώρο του σχολείου και Δομημένης Μορφής Φύλλα Εργασίας, τα οποία απαιτούν διδασκαλία με χρήση υπολογιστή (Νικολουδάκης & Χουστουλάκης, 2004) προκειμένου να βοηθήσει τους μαθητές στην πραγματοποίηση των δράσεων. Το εν λόγω λογισμικό αποτελεί ένα ολοκληρωμένο περιβάλλον, που προσφέρει μια ποικιλία από μαθησιακά αντικείμενα (πολυμεσικό υλικό, παρουσιάσεις, προσομοιώσεις κτλ.), για τη διδασκαλία του Πυθαγορείου Θεωρήματος κυρίως σε μαθητές Γυμνασίου. Λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του συγκεκριμένου μαθησιακού περιβάλλοντος, αλλά και των δυνατοτήτων που προσφέρουν οι Τ.Π.Ε, το συγκεκριμένο εκπαιδευτικό περιβάλλον μπορεί να χρησιμοποιηθεί και από μαθητές μικρότερων ή μεγαλύτερων τάξεων. Μέσα από τις δραστηριότητες που παρουσιάζονται στο περιβάλλον του υπολογιστή, οι μαθητές εξοικειώνονται με τις μαθηματικές έννοιες και πειραματίζονται με νέες ιδέες. Επίσης, σημαντικό θεωρούμε το γεγονός ότι οι μαθητές είναι δυνατόν να συνεργαστούν μεταξύ τους αλλά και με το δάσκαλο, δημιουργώντας ομαδοσυνεργατικά σχήματα, στα πλαίσια της Ζώνης της Επικείμενης Ανάπτυξης του Vygotsky (Δαφέρμος, 2002; Vygotsky, 1997), ενώ παράλληλα εμπλέκονται πιο ενεργά στην εκπαιδευτική διαδικασία. Λόγω χώρου θα περιοριστούμε μόνο στο να αναφέρουμε ότι οι μαθητές έδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την όλη διαδικασία του πειράματος.

## ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Τελειώνοντας, πρέπει να σημειώσουμε ότι τίποτα από τα πιο πάνω δεν θα ήταν εφικτό χωρίς τη χρήση της Τεχνολογίας, που απαιτεί, όμως, από τον εκπαιδευτικό να διαδραματίσει τουλάχιστον έναν επιπλέον ρόλο, εκείνον του διαχειριστή, που ανεβάζει στον ιστοχώρο του σχολείου, και σε καθημερινή βάση, το μάθημα που δίδαξε. Έτσι για μία ακόμη φορά καθίσταται προφανής και ίσως επιτακτική η αναγκαιότητα επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών σε θέματα Τ.Π.Ε.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Avouris N., Margaritis M., & Komis V. (2004). Modelling interaction during small-group synchronous problem-solving activities: The Synergo approach, 2nd International Workshop on Designing Computational Models of Collaborative Learning Interaction, ITS2004, 7th Conference on Intelligent Tutoring Systems, Maceio, Brasil.
2. Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*, Harvard University Press.
3. Brousseau, G., (1997). *Theory of didactical situations in Mathematics*, Kluwer
4. Duval, R. (1995<sup>a</sup>), *Semiosis et Pensee Humaine: Registres semiotiques et apprentissage intellectuels*, Peter Lang.

5. Hoffer, A. (1986). Geometry and visual thinking. In T.R.Post (Ed.), Teaching mathematics in grades K-8: Research based methods (σελ.233-261). Newton, MA: Allyn and Bacon
6. Retalis, S., Paraskeva, F., Tzanavari, A., & Garzotto, F. (2004). Learning Styles and Instructional Design as Inputs for Adaptive Educational Hypermedia Material Design. *Proceedings of "Information and Communication Technologies in Education"* - Fourth Hellenic Conference with International Participation, Athens, Greece.
7. Senk, S. L. (1985). How well do students write geometry proofs? *Mathematics Teacher*, 78, 448-456.
8. Sierpimska A, (2002). *Lecture Notes on the Theory of Didactic Situations*. Σημειώσεις για το μεταπτυχιακό μάθημα του Τμήματος Επιστημών Αγωγής του Πανεπιστημίου Κύπρου «Σύγχρονη Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών» (επιμέλεια Π.Σπόρου σε μετάφραση Νικολουδάκη Μανόλη), Λευκωσία.
9. Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and Achievement in Secondary school Geometry*. Columbus, OH: ERIC
10. Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of Mathematics Education*. New York: Academic Press, Inc.
11. von Glaserfeld, E. (Ed.) (1997). *Radical constructivism in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
12. Vygotsky, L. S. (1997). *Νους στην κοινωνία: Η ανάπτυξη των ανώτερων ψυχολογικών διαδικασιών*, επιμ. Στ. Βοσνιάδου, Αθήνα: Gutenberg.
13. Γαγάτσης, Α. (1993). Θέματα διδακτικής Μαθηματικών, Θεσσαλονίκη: Αδελφοί Κυριακίδη.
14. Δαφέρμος, Μ. (2002). *Η Πολιτισμική – Ιστορική Θεωρία Του Vygotsky* Φιλοσοφικές – Ψυχολογικές -Παιδαγωγικές Διαστάσεις. Εκδόσεις Ατραπός Αθήνα
15. Ζαράνης, Ν. (1997). Ανάπτυξη και υλοποίηση των επιπέδων Van Hiele στην γεωμετρία με τη βοήθεια υπολογιστή, *14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας*, EME, 281-291.
16. Θωμαΐδης, Γ., Πούλος, Α. (2000). *Διδακτική της Ευκλείδειας Γεωμετρίας*, Θεσσαλονίκη: Ζήτη.
17. Καλαβάσης, Φ. (1997). *Η Επίδραση του Νέου Τεχνολογικού Περιβάλλοντος στους Στόχους της Μαθηματικής Εκπαίδευσης*. Θέματα διδακτικής μαθηματικών – ΙΙΙ, Διδακτική μαθηματικών και νέες τεχνολογίες. Επιμέλεια: Φ. Καλαβάσης – Μ. Μειμάρης, σ. 21-38, Αθήνα: Πανεπιστήμιο Αιγαίου - Gutenberg.
18. Κεκές, Ι., Μυλωνάκου-Κεκέ, Η. (2001). Διαδίκτυο και Μάθηση: Οι στρατηγικές για την «πλοήγηση» και η διδακτική τους αξία. *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*, τ.5, Αθήνα
19. Κολέζα, Ε. (2003). *Νοητικές διεργασίες ανάπτυξης γεωμετρικών εννοιών*. 2<sup>ο</sup> Συνέδριο για τα Μαθηματικά στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, Αθήνα, Διαθέσιμο στο <http://www.math.uoa.gr/me/conf2/papers/koleza.pdf>. Ανακτήθηκε στις 15/02/2007.
20. Νικολουδάκης, Ε., Φερεντίνος, Σ., & Χουστουλάκης, Ε. (2006). Ο Υπολογιστής ως Γνωστικό Εργαλείο στη Διδασκαλία των Μαθηματικών. *Αστρολάβος*, τ.5, σ. 96-110
21. Νικολουδάκης, Ε., Χουστουλάκης, Ε. (2004). *Αιτίες που δυσχεραίνουν την επικοινωνία μεταξύ δασκάλου και μαθητών στη διδασκαλία των Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης: Μία προτεινόμενη λύση*. Πρακτικά 21ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας της Ε.Μ.Ε, σ. 359-372.
22. Ντζιαχρήστος, Ε. (1989). Η επιμόρφωση των δασκάλων και η διδασκαλία της Γεωμετρίας, *6ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας της ΕΜΕ*, σ. 160-168.
23. Φερεντίνος, Σ. (2001). Ο ρόλος των δραστηριοτήτων στη μαθηματική εκπαίδευση. *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*. Τεύχος 5, σ. 7 – 21.