

## Ο ΡΟΛΟΣ ΤΩΝ ΤΠΕ ΣΕ ΕΝΑ ΔΟΜΗΜΕΝΗΣ ΜΟΡΦΗΣ ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Μία περίπτωση στην Ευκλείδεια Γεωμετρία

**Γεώργιος Δημάκος**  
Αναπληρωτής Καθηγητής  
Π. Τ. Δ. Ε. Πανεπιστήμιο Αθήνας  
E-mail: [gdimakos@primedu.uoa.gr](mailto:gdimakos@primedu.uoa.gr)

**Εμμανουήλ Νικολουδάκης (M.Ed, M.Sc.)**  
Υποψήφιος Διδάκτορας  
Π. Τ. Δ. Ε. Πανεπιστήμιο Αθήνας  
E-mail: [enikolou@otenet.gr](mailto:enikolou@otenet.gr)

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας (ΔΜΦΕ) επινοήθηκε για να εξυπηρετήσει καταστάσεις συνεργατικής μάθησης και συνδυάστηκε με τη χρήση υπολογιστή στη διαδικασία διδασκαλίας – μάθησης. Στο παρόν άρθρο αναλύουμε το ρόλο του υπολογιστή στις δράσεις που περιέχονται σε ένα ΔΜΦΕ.

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας, ΤΠΕ, θεωρία van Hiele, Γνωστική Μαθητεία.

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μπορεί κανείς να διακρίνει διάφορες όψεις των μαθηματικών. Εμείς θα αναφερθούμε σε τρεις. Στην πρώτη τα μαθηματικά είναι αξιώματα, θεωρήματα και αποδείξεις και χρειάζεται προσπάθεια για να τα ανακαλύψουμε και να τα κατανοήσουμε. Στη δεύτερη όψη τα μαθηματικά βρίσκονται παντού γύρω μας και ως παγκόσμια γλώσσα συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση του κόσμου που μας περιβάλλει. Η όψη των μαθηματικών εδώ θα μπορούσε να ιδωθεί μέσα από τις διάφορες κουλτούρες. Την τρίτη όψη, που φαίνεται να ενοποιεί τις δύο προηγούμενες, αποτελεί η διαδικασία. Η διαδικασία ως σύλληψη από το περιβάλλον, ως ανακάλυψη στο περιβάλλον, ως παλινδρόμηση αλλά και ως μάθηση. Σύμφωνα μάλιστα με τον Lakatos :

*Τα μαθηματικά δεν είναι μόνο αξιώματα, θεωρήματα, αποδείξεις, αλλά και διαδικασία, η οποία περιλαμβάνει σύλληψη ιδεών, ανακαλυπτικές ενέργειες, λάθη, οπισθοδρομήσεις στην ανάπτυξη ενός θέματος, λανθασμένες ή ασαφείς αντιλήψεις κλπ,*  
(Lakatos, 1976, introduction)

Στην προσπάθεια για να ανακαλύψουν και να κατανοήσουν οι μαθητές τα μαθηματικά καθοριστικό ρόλο παίζει ο τρόπος εκπαίδευσης. Όσον αφορά τη πρώτη όψη των μαθηματικών οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί ερευνητές στηρίζονται στην παράδοση της πειραματικής ψυχολογίας, θεωρώντας έτσι, την ανάπτυξη των γνωστικών ικανοτήτων κεντρική στην ανθρώπινη ανάπτυξη. Θεωρούν ότι αυτές οι ικανότητες εμφανίζονται σε κανονική ακολουθία ανεξάρτητα από πλαίσιο ή περιεχόμενο. Τα σχολεία τείνουν να αντιμετωπίζονται ως εργαστήρια όπου προωθείται η ανάπτυξη συγκεκριμένων ικανοτήτων που θεωρούνται καλές για τον καθένα. Η ερευνητική δραστηριότητα εστιάζει στο να προτείνει ποιες μεταβολές μπορούν να βελτιώσουν τη μαθηματική εκπαίδευση (Καλαβάσης, Σταθοπούλου, 2000). Όσον αφορά την δεύτερη όψη οι μαθηματικοί εκπαιδευτικοί σιγά-σιγά αντιλαμβάνονται ότι οι έρευνες που εντοπίζουν τις αιτίες αποκλειστικά στις ατομικές διαφορές και μαθηματικές ικανότητες αντιμετωπίζουν μερικά μόνο το φαινόμενο της μαθηματικής εκπαίδευσης (Καλαβάσης, κ.α. 2000). Όσον αφορά την τρίτη όψη η βελτίωση της διδακτικής διαδικασίας και η αναζήτηση νέων μορφών διδασκαλίας που οδηγούν τους

μαθητές σε καλύτερα γνωστικά αποτελέσματα αποτελεί έναν από τους βασικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης (Τζεκάκη, 2003). Ειδικά ο τρόπος διδασκαλίας της Γεωμετρίας έχει απασχολήσει εδώ και αρκετές δεκαετίες παιδαγωγούς και μαθηματικούς (Ζαράνης, 2001). Στο σημείο αυτό έχουν λόγο και οι ΤΠΕ. Η τεχνολογία, σήμερα, συμπαρίσταται στο δύσκολο έργο της Διδακτικής των Μαθηματικών με ένα δυναμικό και πολύ ελκυστικό τρόπο που οι ερευνητές για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας προτείνουν (Ζαράνης, 2002; Baralis et al., 2000).

Ωστόσο, από έρευνες των τελευταίων ετών φαίνεται ότι το ελληνικό σχολείο παραμένει ακόμη και σήμερα αρκετά αυταρχικό, παραδοσιακό, συντηρητικό με διδασκαλία λογοκοπική, ενώ οι κοινωνικές μορφές που δεσπόζουν είναι η μετωπική και η ατομική (Κανάκης, 2002; Κανάκης, 2001β; Πετρουλάκης, 1992; Μαυρογιώργος, 1984). Εκείνο, όμως, που πρέπει να τονιστεί είναι η ανάγκη να κατανοήσουν οι εκπαιδευτικοί το ρόλο και την αξία των ΤΠΕ μέσα από τις δυνατότητες που παρέχουν στην εκπαιδευτική διαδικασία (Νικολουδάκης, Χουστουλάκης, 2005). Δεδομένου, όμως, ότι οι εκπαιδευτικοί είναι άτομα διαφορετικών κοινωνικών προελεύσεων και επιδράσεων, διαφορετικών προσωπικών και κοινωνικών επιλογών και στάσεων και διαφορετικών αντιλήψεων και ιδεών για τη διδακτική διαδικασία και τη διδακτική του μαθήματος που διδάσκουν (Τζεκάκη, 2003) παρουσιάζουν διαφορετικές τάσεις απέναντι στην ενσωμάτωση των ΤΠΕ στην διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης. Έτσι, αν και πολλοί εκπαιδευτικοί τόσο στο εξωτερικό, όσο και στην Ελλάδα εμφανίζονται θετικοί απέναντι στις ΤΠΕ (Μπίκος, 1995, Γκρίτσιη κ.α, 2000, Κυνηγός κ.α, 2000, Καρτσιώτης, 2003, Tsiougridou & Vrizas, 2003), δεν θεωρούν εαυτούς επαρκώς προετοιμασμένους, ώστε να διδάξουν με τη χρήση τεχνολογικών εργαλείων (Ropp, 1999), με τελικό αποτέλεσμα να παρουσιάζονται διστακτικοί σχετικά με την ενσωμάτωση των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία (Rosen & Weil, 1995). Επίσης, σύμφωνα με τον Whitley (1997) οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης εμφανίζουν σε μεγαλύτερο βαθμό φόβο για τους υπολογιστές (computer phobia) και αποφεύγουν την χρήση τους. Έτσι, όμως, οι ΤΠΕ παροπλίζονται ή καθίστανται αναποτελεσματικές. Πρέπει ακόμη να σημειωθεί ότι η διαδικασία σύμφωνα με την οποία οι εκπαιδευτικοί ενσωματώνουν τις ΤΠΕ στη διδασκαλία τους γίνεται βαθμιαία και σταδιακά, μέσα από μία σειρά διακριτών φάσεων (Roussel, 1995; Sherry, 1998).

Πάντως, σε κάθε περίπτωση η δυνατότητα να διαχείρισης πληροφοριών ή ιδεών με τη βοήθεια υπολογιστή, σε κατάλληλα περιβάλλοντα, είναι μια σημαντική ικανότητα που οι άνθρωποι μπορούν να μάθουν να χρησιμοποιούν ως γνωστική στρατηγική. Ιδιαίτερα τα περιβάλλοντα μάθησης βασισμένα σε υπολογιστή (computer-based learning environments) διαθέτουν ένα χαρακτηριστικό το οποίο τα κάνει να ξεχωρίζουν από άλλα εκπαιδευτικά μέσα. Συγκεκριμένα πρόκειται για την δυνατότητα της αλληλεπίδρασης (interactivity) που παρέχουν, η οποία επιτρέπει ένα επικοινωνιακό διάλογο ανάμεσα στον μαθητή και στο εκπαιδευτικό πρόγραμμα. Έτσι, επιτρέπεται στους μαθητές να εισάγουν πληροφορίες, να έχουν πρόσβαση σε αυτές, να τις τροποποιούν, να παρατηρούν τα εκάστοτε αποτελέσματα και να φτάνουν σε συμπεράσματα. Κεντρικό σημείο αποτελεί ότι οι μαθητές μπορούν να αναπτύξουν εικασίες και να πιστοποιούν την ισχύ τους ή να τις απορρίπτουν ως μη ισχύουσες με τη βοήθεια του λογισμικού. Γενικά, λοιπόν, με τη βοήθεια του υπολογιστή δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να διαχειρίζονται την πληροφορία και να έχουν τον έλεγχο του μαθησιακού αντικειμένου μέσα από μια ενεργή συμμετοχή στη μαθησιακή διαδικασία, που θα τους κάνει να κατανοούν αξιώματα, θεωρήματα, αποδείξεις, να συλλαμβάνουν ιδέες, να προβαίνουν σε ανακαλυπτικές ενέργειες, να αντιμετωπίζουν τα λάθη, να εικάζουν στην ανάπτυξη ενός θέματος, έστω και με λανθασμένες εικασίες.

Τα προαναφερθέντα για τις ΤΠΕ εξεγείρουν το ενδιαφέρον των μαθητών και δίνουν αφ' ενός την ευκαιρία άσκησης της κρισης του μαθητή και της δυνατότητας λήψης ορθών αποφάσεων και αφ' ετέρου την ευκαιρία στο δάσκαλο να παρακινήσει τους μαθητές σε μια αμφίδρομη σχέση αλληλεπίδρασης μαθητή – προγράμματος στα πλαίσια μιας κατάλληλης θεωρίας μάθησης δεδομένου ο τρόπος χρήσης του υπολογιστή στη μαθησιακή διαδικασία δεν είναι ανεξάρτητος από τη θεωρία μάθησης που τη στηρίζει. Η συνεργατική μάθηση στα πλαίσια των ΤΠΕ αποτελεί σύνθεση σύγχρονων θεωριών μάθησης, όπως η εγκαθιδρυμένη μάθηση ή η γνωστική μαθητεία, που θεωρούν ότι τα άτομα είναι ενεργά μέλη κοινοτήτων μάθησης που οικοδομούν τη γνώση μέσα σε κατάλληλα περιβάλλοντα. Άλλωστε, μας ενδιαφέρει η απόδοση των μαθητών στα πλαίσια της ετερογένειάς τους (Σαλβαράς και Σαλβαρά, 2007) να είναι προϊόν προσωπικής και συλλογικής προσπάθειας, που σημαίνει να μαθαίνει τόσο ο μεμονωμένος μαθητής όσο και ολόκληρη η σχολική τάξη.

Οι Johnson, Johnson and Stanne (1995) μετά από έρευνες πάνω στην συνεργατική μάθηση με τις ΤΠΕ κατέληξαν στα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Η υποβοηθούμενη από υπολογιστή συνεργατική μάθηση προάγει υψηλότερη ποσότητα και ποιότητα καθημερινής επίτευξης, μεγαλύτερη ικανότητα τεκμηριωμένης μάθησης καθώς και καλύτερη ικανότητα να χρησιμοποιούν οι μαθητές τις γνώσεις τους στην επίλυση προβλημάτων.
2. Οι συνεργατικές ομάδες είναι πιο γρήγορες και πιο ακριβείς από τις ατομικιστικές και ανταγωνιστικές ομάδες.
3. Οι μαθητές χρειάζονται λιγότερη βοήθεια από τον δάσκαλο.

Προτεινόμενη δε οργάνωση της υλοποίησης δραστηριοτήτων εκπαιδευτικού λογισμικού είναι η μελέτη σε ομάδες δύο ή τριών μαθητών, καθώς έτσι επενδύουν στην ομαδική μελέτη, στη συζήτηση πολύπλοκων ιδεών ή δύσκολων βημάτων και στην επεξεργασία προτεινόμενων θεμάτων (Βλάμος, Βλάμου, Δημάκος, 1999). Άλλωστε, σύμφωνα με τον Τριλιανό (2002) οι περισσότεροι μαθητές νιώθουν μεγάλο ενθουσιασμό, όταν εμπλέκονται σε μαθησιακές δραστηριότητες οι οποίες τους επιτρέπουν να αλληλεπιδρούν και να επικοινωνούν με τους συμμαθητές τους.

#### ΔΟΜΗΜΕΝΗΣ ΜΟΡΦΗΣ ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας (ΔΜΦΕ) αποσκοπεί στον αποκλεισμό μιας παραδοσιακού τύπου διδασκαλίας, στην ενεργοποίηση και στη συμμετοχή των μαθητών στη διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης και στην καλύτερη επικοινωνία μεταξύ των συμμετεχόντων στην εν λόγω διαδικασία (Δημάκος & Νικολουδάκης, 2008; Νικολουδάκης & Χουστουλάκης, 2004). Χαρακτηρίζεται από τέσσερις αρχές - άξονες δομής του:

1. της μη μεταφοράς της πληροφορίας
2. της κινητοποίησης
3. της αναγκαιότητας των ορισμών και θεωρημάτων
4. των υπομνήσεων και των διαδοχικών βημάτων

• Σύμφωνα με τον πρώτο άξονα, της μη μεταφοράς της πληροφορίας, με το ΔΜΦΕ δεν πρέπει να μεταφέρεται καμία έτοιμη πληροφορία, αλλά δράσεις, οι οποίες θα: (α) βοηθήσουν το μαθητή να κατασκευάσει μόνος του τη γνώση του μέσω κοινωνικής αλληλεπίδρασης στα πλαίσια μιας

κοινωνικό-γνωστικής θεωρίας μάθησης (β) εκμαιεύσουν από το μαθητή το στόχο με όρους διατύπωσης.

• Σύμφωνα με τον δεύτερο άξονα, **της κινητοποίησης**, προκαλείται το ενδιαφέρον του μαθητή για το γνωστικό αντικείμενο. Η κινητοποίηση μπορεί να επιτευχθεί με ένα ενδιαφέρον ερώτημα ή πρόβλημα που θα προκαλέσει το μαθητή να ασχοληθεί για να βρει την απάντηση π.χ. “ποιο από τα ακόλουθα σύνολα περιέχει περισσότερα στοιχεία:”

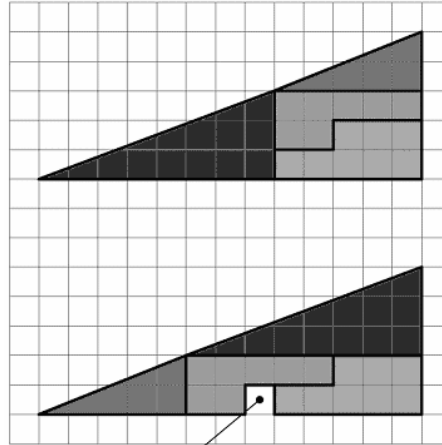
$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 \dots\}$ , και

$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, \dots\}$

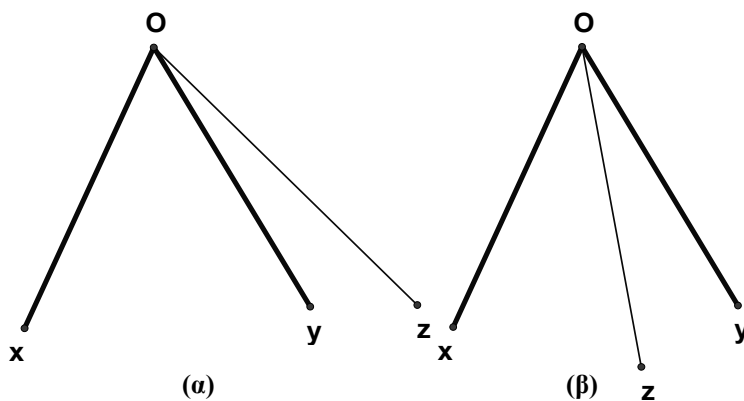
Για τη διδασκαλία της έννοιας της κλίσης ή του εμβαδού ένα ενδιαφέρον ερώτημα με τη βοήθεια των τριγώνων του σχήματος 1. Συγκεκριμένα στο σχήμα 1 φαίνονται δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα, που το καθένα αποτελείται από δύο άλλα ορθογώνια τρίγωνα και από δύο πεντάπλευρα, τα οποία είναι αναδιατεταγμένα.

Όμως, κατά την αναδιάταξη «χάνεται» ένα τετράγωνο. Οι μαθητές, μαθαίνοντας την έννοια της κλίσης, θα ανακαλύψουν ότι στην πραγματικότητα δεν πρόκειται για δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα.

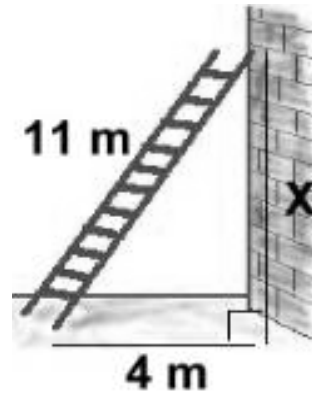
• Σύμφωνα με τον τρίτο άξονα **της αναγκαιότητας ορισμών και θεωρημάτων** αιτιολογείται η αναγκαιότητα του ορισμού και η χρησιμότητα του θεωρήματος που διδάσκονται. Για παράδειγμα, ένας ορισμός μπορεί να προκύπτει ως ανάγκη του να μπορεί κάποιος να διακρίνει σαφώς μία κατηγορία αντικειμένων από άλλα που πιθανόν να μοιάζουν με αυτό π.χ. η έννοια της ακολουθίας από τις συναρτήσεις ή της συνάρτησης από τις αντιστοιχίες. Επίσης, αν πούμε στους μαθητές να



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

σχεδιάσουν δύο γωνίες  $\widehat{xOy}$  και  $\widehat{zOy}$  με κοινή κορυφή και μία κοινή πλευρά, τότε πιθανόν

κάποιοι μαθητές να σχεδιάσουν την περίπτωση (α) και κάποιοι μαθητές την περίπτωση (β) όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Με αυτό αφορμή μπορούμε να ορίζουμε τις εφεξής γωνίες. Ομοίως, η χρησιμότητα ενός θεωρήματος μπορεί να φανεί μέσα από ένα πραγματικό πρόβλημα π.χ. για το Πυθαγόρειο Θεώρημα από την ανάγκη υπολογισμού του μήκους μιας επικλινούς σκάλας που στηρίζεται στον τοίχο και στο έδαφος(σχήμα 3).

- Σύμφωνα με τον τέταρτο άξονα *των υπομνήσεων και των διαδοχικών βημάτων* παρέχονται στο μαθητή σε μορφή υπόμνησης απαραίτητες προαπαιτούμενες γνώσεις που θα του χρειαστούν κατά τη διαδικασία των δράσεων και που σε καμία περίπτωση δεν αποτελούν απάντηση κανενός ερωτήματος. Οι δράσεις για διαπραγμάτευση της νέας γνώσης, πρέπει να ακολουθούν τέτοια βήματα, ώστε το επόμενο να στηρίζεται στα προηγούμενα. Έτσι, παρά το γεγονός ότι το ΔΜΦΕ έχει σκοπό τη διαπραγμάτευση της γνώσης μέσα από συνεργατικές διαδικασίες λαμβάνει υπόψη του τους προκαταβολικούς οργανωτές (Ausubel, 1960) και την άποψη του Ausubel (1968) ότι αυτό που ήδη ξέρει ο μαθητής αποτελεί τον πλέον σημαντικό παράγοντα που επηρεάζει τη μάθηση. Αυτό που ήδη ξέρει ο μαθητής θα το ονομάσουμε για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας «σταθερή γνώση».

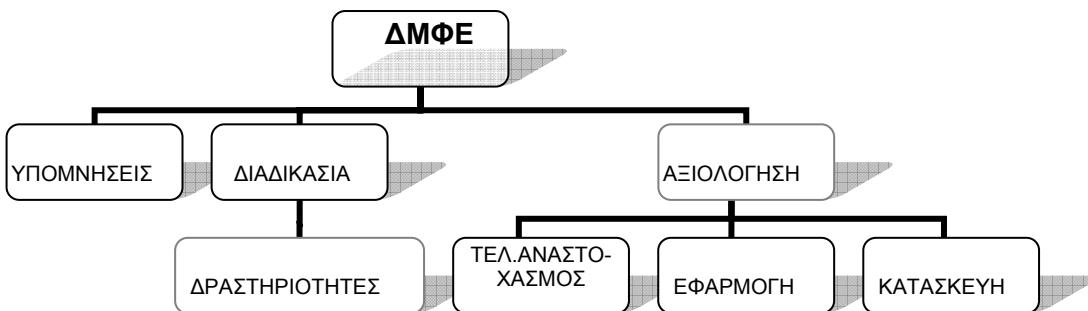
### Η Δομή του Δ. Μ.Φ.Ε.

Το ΔΜΦΕ αποτελείται από τρία μέρη-ενότητες: τις **Υπομνήσεις**, τη **Διαδικασία** και την **Αξιολόγηση** (σχήμα 4).

Οι *Υπομνήσεις*, το πρώτο μέρος, έχει σκοπό αφ' ενός να κινητοποιήσει τους μαθητές και αφ' ετέρου να βοηθήσει τους μαθητές μέσω των υπομνήσεων να συμμετέχουν ενεργά στη διαδικασία διδασκαλίας – μάθησης.

Το δεύτερο μέρος αποτελεί η *Διαδικασία*. Οι μαθητές εργαζόμενοι ομαδοσυνεργατικά στα πλαίσια της Ζώνης της Επικείμενης Ανάπτυξης του Vygotsky (ZPD), θα κατασκευάσουν ενεργά τη γνώση τους μέσω κατάλληλα προετοιμασμένων δραστηριοτήτων. Ιδιαίτερη θέση στη Διαδικασία έχει ο Πίνακας Ελέγχου Συλλογισμού της Αποδεικτικής Διαδικασίας-ΠΕΣΑΔ. (Dimakos et.al., 2007). Σκοπός του ΠΕΣΑΔ είναι να βοηθηθούν οι *αρχάριοι* μαθητές στο να κάνουν απλούς συλλογισμούς, όπως «Για να δείξω ότι...Αρκεί να δείξω ότι...» και τελικά αποδείξεις.

Το τρίτο μέρος, η *Αξιολόγηση* περιλαμβάνει τον Τελικό Αναστοχασμό, την Εφαρμογή και την Κατασκευή. Στον Τελικό Αναστοχασμό ζητείται από τους μαθητές η περιγραφή του γνωστικού αντικείμενου που διδάχτηκαν (π.χ. περιγράψτε με λίγα λόγια από το τηλέφωνο, στον συμμαθητή σας, που έλειπε από την τάξη, τι μάθατε σήμερα). Με την Εφαρμογή ζητείται από τους μαθητές να λύσουν ένα απλό πρόβλημα στο γνωστικό αντικείμενο που διδάχτηκαν και με την Κατασκευή ζητείται από τους μαθητές να κατασκευάσουν ένα δικό τους πρόβλημα και να ζητήσουν τη λύση από τους συμμαθητές τους.



Σχήμα 4

Προκειμένου να εξηγήσουμε το ρόλο του υπολογιστή στη περίπτωση του ΔΜΦΕ θα αναφερθούμε εν τάχει σε μία μέθοδο διδασκαλίας την οποία χρησιμοποιήσαμε για να διδάξουμε μαθητές της Α΄τάξης του Λυκείου Ευκλείδεια Γεωμετρία (Δημάκος, Νικολουδάκης, 2008). Συγκεκριμένα συνδυάσαμε τις φάσεις της Θεωρίας van Hiele (1986) με τις μεθόδους της Γνωστικής Μαθητείας (Collins, Brown, & Newman, 1989; Collins, Brown, Holum, A., 1991)

Συγκεκριμένα συνδυάσαμε(Δημάκος, Νικολουδάκης, 2008):

- τη φάση της Πληροφόρησης της θεωρίας van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο της Επίδειξης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας
- τη φάση του Περιορισμένου Προσανατολισμού του van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο της Καθοδήγησης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας
- τη φάση της Αποσαφήνισης του van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο της Σαφήνειας του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας
- τη φάση -4 του Ελεύθερου προσανατολισμού (ή Εξερεύνησης) του van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο της Εξερεύνησης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας
- τη φάση -5 της ολοκλήρωσης του van Hiele συνδυάστηκε με τη μέθοδο του Αναστοχασμού του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας
- Όλες οι φάσεις συνδυάστηκαν με τη μέθοδο της Παροχής Υποστηριγμάτων.

### Υλοποίηση της μεθόδου

Για την υλοποίηση της μεθόδου αυτής χρησιμοποιήθηκε το ΔΜΦΕ. Συγκεκριμένα στις ενότητες του ΔΜΦΕ υλοποιήθηκαν οι πιο πάνω συνδυασμοί.

Συγκεκριμένα:

- Στις Υπομνήσεις υλοποιείται ο συνδυασμός της 1<sup>ης</sup> φάσης της πληροφόρησης με τη μέθοδο της Επίδειξης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας. Συγκεκριμένα ο δάσκαλος διαθέτει στους μαθητές τα απαραίτητα θεωρήματα καθώς και σχετικά παραδείγματα και αντιπαραδείγματα και δείχνει πώς λειτουργούν, ώστε οι μαθητές να σχηματίσουν το κατάλληλο νοητικό μοντέλο που θα βοηθήσει στην κατανόηση του διδασκόμενου γνωστικού αντικειμένου. Με τη βοήθεια μιας πραγματικής κατάστασης – προβλήματος εξηγεί τη χρησιμότητα της μάθησης του προς διδασκαλίαν γνωστικού αντικειμένου.
- Στη Διαδικασία που διαιρείται σε δύο μέρη, υλοποιούνται, στο πρώτο μέρος, οι συνδυασμοί της 2<sup>ης</sup> φάσης του Περιορισμένου Προσανατολισμού του van Hiele με την μέθοδο της Καθοδήγησης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας, της 3<sup>ης</sup> φάσης της Αποσαφήνισης του van Hiele με την μέθοδο της Σαφήνειας του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας και στο δεύτερο μέρος που υλοποιείται ο συνδυασμός της 4<sup>ης</sup> φάσης του Ελεύθερου προσανατολισμού του van Hiele με την μέθοδο της Εξερεύνησης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας. Στο πρώτο μέρος οι δραστηριότητες είναι απλά βήματα που απαιτούν συγκεκριμένη απάντηση π.χ. μετρούν, παρατηρούν αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή, εικάζουν και ελέγχουν με τη βοήθεια του λογισμικού την αλήθεια ή μη της εικασίας τους, απαντούν σε απλά ερωτήματα. Παρέχονται συμβουλές και υποστήριξη από το δάσκαλο αλλά και από ανατροφοδότηση. Ο δάσκαλος οργανώνει τη συζήτηση μέσα στην τάξη, η οποία θα καταλήξει σε μια σωστή χρήση της γλώσσας. Οι μαθητές ανταλλάσσουν απόψεις, εξωτερικεύουν τις γνώσεις τους κατά τη λύση προβλημάτων και δέχονται επεξηγήσεις από το δάσκαλο π.χ. για τα σχήματα που σχεδίασαν και για τις ιδιότητες και τις σχέσεις που αναδύονται από τις δραστηριότητες αυτές καθώς και από τους συμμαθητές τους. Ενθαρρύνεται από τον διδάσκοντα η ακριβής και κατάλληλη τεχνική γλώσσα, την οποία ο

μαθητής πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιεί και διατυπώνουν συμπεράσματα. Στο δεύτερο μέρος με τον Πίνακα Ελέγχου Συλλογισμού της Αποδεικτικής Διαδικασίας (ΠΕΣΑΔ) (Dimakos, et al., 2007) που υλοποιεί το συνδυασμό της 4<sup>ης</sup> φάσης του Ελεύθερου προσανατολισμού του van Hiele με την Εξερεύνηση της Γνωστικής Μαθητείας οι μαθητές εμπλέκονται σε πιο σύνθετα έργα και αντιμετωπίζουν στόχους που απαιτούν πολλά και όχι μονόδρομα βήματα και που μπορούν να ολοκληρώνονται με περισσότερες από μία προσεγγίσεις. Εδώ δίνεται η ευκαιρία ανάπτυξης στρατηγικών, σύνθετων εικασιών και του ελέγχου τους και οι μαθητές αποκτούν εμπειρία στην επίλυση προβλημάτων.

- Στην αξιολόγηση, υλοποιείται ο συνδυασμός της 5<sup>ης</sup> φάσης της Ολοκλήρωσης του van Hiele με τη μέθοδο του Αναστοχασμού του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να συνοψίσουν την εμπειρία που απέκτησαν κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας. Συγκεκριμένα οι μαθητές συγκρίνουν τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων με εκείνη των άλλων μαθητών και με την προτεινόμενη από το δάσκαλο. Περιγράφουν τι έμαθαν. Εξηγούν τι και γιατί το έκαναν, αιτιολογούν τη σκέψη τους και κατασκευάζουν ένα δικό τους πρόβλημα για το γνωστικό αντικείμενο που διδάχτηκαν.

### Ο ρόλος του υπολογιστή στη περίπτωση του ΔΜΦΕ

Σύμφωνα με τα προαναφερθέντα στο συνδυασμό:

- της 1<sup>ης</sup> φάσης της πληροφόρησης με τη μέθοδο της Επίδειξης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας ο διδάσκων με τη βοήθεια των ΤΠΕ μπορεί να επιδείξει πραγματικά μοντέλα προκειμένου να δημιουργήσει τα αντίστοιχα νοητικά. Ο Balacheff (2001) ισχυρίζεται ότι αυτή η μετάβαση από την οθόνη του υπολογιστή στα μαθηματικά είναι μια διαδικασία *modelling*. Οι αναπαραστάσεις συνεπικουρούν στη μάθηση με πρωτεύουσες τις οπτικές, αλλά και τις όποιες άλλες που τα multimedia και hypermedia στη σύγχρονη τεχνολογία υποστηρίζουν (Νικολουδάκης & Χουστουλάκης, 2005). Οι δυναμικές αναπαραστάσεις που προκύπτουν από κατάλληλα λογισμικά παρέχουν σημαντικές διευκολύνσεις στην κατανόηση μιας διδασκόμενης έννοιας.
- της 2<sup>ης</sup> φάσης του Περιορισμένου Προσανατολισμού του van Hiele με την μέθοδο της Καθοδήγησης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας, οι μαθητές πρέπει να φτάσουν σε μία δομή μέσω ανακάλυψης της εν λόγω δομής. Στο ΔΜΦΕ παρέχονται τα κατάλληλα ερωτήματα που έχουν σκοπό να οδηγήσουν τους μαθητές να εικάσουν την εν λόγω δομή μέσω παρατήρησης εικόνων των DGS<sup>1</sup>, όπως το Cabri, στην διεπιφάνεια του υπολογιστή. Οι δε πολλαπλές αναπαραστάσεις της ίδιας έννοιας βοηθούν τους μαθητές να αντιμετωπίσουν την έννοια ως ένα όλο, να συνειδητοποιήσουν τις ιδιότητές της και να εξάγουν τη δομή της (Lesh, Post, & Mehr, 1987).
- της 3<sup>ης</sup> φάσης της Αποσαφήνισης του van Hiele με την μέθοδο της Σαφήνειας του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας οι μαθητές πρέπει να διατυπώσουν τη δομή. Σύμφωνα με τη Mariotti (2003), από την προοπτική του Vygotsky, με το σύρσιμο (dragging) δημιουργείται ένα «εργαλείο σημειωτικής διαμεσολάβησης», ενώ το σχήμα με την έννοια βρίσκονται σε διαλεκτική σχέση και δύσκολα διαχωρίζονται στην ανάπτυξη της γεωμετρικής λογικής. Οι Νικολουδάκης & Ιωάννου (2003) θεωρούν ότι το υπολογιστικό περιβάλλον συμβάλλει με την “αλλαγή” γλώσσας - δεδομένου ότι το λογισμικό χρησιμοποιεί τη δική του γλώσσα επικοινωνίας κι αλληλεπίδρασης -

<sup>1</sup> Αφορά τύπους λογισμικών που μοιράζονται με Cabri το γενικό χαρακτηριστικό γνώρισμα του ‘drag mode’ παραδείγματος χάριν το Sketchpad ή Geometric Supposer.

στην αλλαγή του τρόπου επικοινωνίας αποσκοπώντας και επιτυγχάνοντας καλύτερα αποτελέσματα στη διαδικασία διδασκαλίας μάθησης.

- της 4<sup>ης</sup> φάσης του Ελεύθερου προσανατολισμού του van Hiele με την μέθοδο της Εξερεύνησης του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας, οι μαθητές προχωρούν ερευνητικά στην επίλυση προβλημάτων. Μπορούν να σχεδιάσουν και να μετρήσουν με ακρίβεια με τη βοήθεια του λογισμικού, πράγμα που θα τους βοηθήσει να εικάσουν με μεγαλύτερη συνέπεια προς τα δεδομένα του προβλήματος, έστω και αν, με τη βοήθεια του λογισμικού, διαπιστώσουν κατόπιν ότι η εικασία τους μπορεί να μην αληθεύει τελικά. Ακόμη έχοντας πεισθεί για την ισχύ της εικασίας τους ενθαρρύνονται στο να προχωρήσουν στην αποδεικτική διαδικασία, δηλ. να κάνουν την απόδειξή της. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι δυναμικές αναπαραστάσεις παρέχουν, επίσης, στο μαθητή την ευκαιρία διερεύνησης προβλήματος του οποίου θα μεταφράσουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων. Με το όρο *μετάφραση αναπαραστάσεων* εννοούμε τη ψυχολογική διαδικασία που λαμβάνει χώρα όταν μεταφερόμαστε από ένα σύστημα αναπαράστασης σε άλλο, όπως για παράδειγμα από μια αλγεβρική εξίσωση σε γραφική παράσταση (Γαγάτσης & Σιάμαρη, 2003; Κολέζα, 2003) δεδομένου ότι ένα άτομο σύμφωνα με τον Duval (1995α) μπορεί να έχει πρόσβαση σε μια μαθηματική έννοια, μόνον αν διαθέτει τουλάχιστον δύο σημειωτικά συστήματα γι' αυτή την έννοια, και μπορεί να περνά χωρίς δυσκολία από το ένα σύστημα στο άλλο.

- της 5<sup>ης</sup> φάσης της Ολοκλήρωσης του van Hiele με τη μέθοδο του Αναστοχασμού του Μοντέλου της Γνωστικής Μαθητείας ο μαθητής με τη βοήθεια του υπολογιστή μπορεί να επαναλάβει ολόκληρη ή μέρος από τη διαδικασία και να ανστοχαστεί πάνω σε αυτή. Μπορεί να αλλάξει τις συνθήκες του προβλήματος και να διατυπώσει ένα νέο πρόβλημα. Μπορεί γενικά να συνθέσει δικές του ιδέες στην οθόνη του υπολογιστή και να ελέγξει την ισχύ τους. Μπορεί να πιστοποιήσει την ισχύ του γνωστικού αντικείμενου που διδάχτηκε και να την επεκτείνει.

### ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Το ΔΜΦΕ εμπλέκοντας τους μαθητές σε καταστάσεις υπολογιστικού περιβάλλοντος επιτρέπει την ανάπτυξη και τον έλεγχο εικασιών, την ενεργό συμμετοχή του μαθητή στη διαδικασία διδασκαλίας – μάθησης, και τελικά την κατασκευή της γνώσης από τους χρήστες του λογισμικού. Ο ρόλος των ΤΠΕ, όπως διεξοδικά αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, είναι πολύ σημαντικός στη διαδικασία διδασκαλίας – μάθησης με το ΔΜΦΕ. Ωστόσο, θα πρέπει να πούμε ότι η κατασκευή του ΔΜΦΕ απαιτεί πολύ προσοχή προκειμένου ο διδάσκων να δημιουργήσει όλες εκείνες τις συνθήκες που κάνουν το μαθητή να λειτουργεί όπως ένας ερευνητής.

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ausubel, D. (1960). The use of advance organizers in the learning and retention of meaningful verbal material. *Journal of Educational Psychology*, 51, 267-272
2. Ausubel, D. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart, and Winston.
3. Balacheff, N. (2001) Learning mathematics as modelling. Ανακτήθηκε στις 22 Νοεμβρίου 2008 από <http://mathforum.org/technology/papers/papers/balacheff/balacheff.html>
4. Baralis, G., Malafekas, T., Rappos E., Vlamos, P. (2000). The Instruction of Euclidean Geometry with the Use Of Educational Software in Multilingual Classes *The Teaching of Mathematics*, Vol. III, 2, pp. 105-113
5. Dimakos, G., Nikoloudakis E., Ferentinos, S., Choustoulakis, E. (2007). Developing a Proof-Writing Tool for Novice Lyceum Geometry Students. *The Teaching Of Mathematics* Vol. X, 2, pp. 87–106



6. Duval, R., (1995a), *Semiosis et Pensee Humaine: Registres semiotiques et apprentissages intellectuels*, Peter Lang.
7. Collins, A., Brown, J. S., & Holum, A. (1991). Cognitive apprenticeship: Making thinking visible. *American Educator: The Professional Journal of the American Federation of Teachers*, 15(3), 6-11, 38-46.
8. Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S.E., (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, Learning and Instruction: Essays in Honor of Robert Glaser* (pp.453-494). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
9. Johnson, R., Johnson, D. W., & Stanne, M. (1985). Effects of cooperative, competitive, and individualistic goal structures on computer-assisted instruction. *Journal of Educational Psychology*, 77, 668--677.
10. Lakatos, I. (1976), *Proofs and Refutations*, Cambridge: Cambridge University Press.
11. Lesh, R., Post, T., & Mehr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). London: Lawrence erlbaum associates.
12. Mariotti Maria Alessandra (2003) *Geometry: dynamic intuition and theory* Ανακοινώσεις του 2<sup>ο</sup> Συνεδρίου για τα Μαθηματικά στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση που διοργανώθηκε από το Εθνικό Και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών - Πανεπιστήμιο Κύπρου με Θέμα "Τα Μαθηματικά Στο Γυμνάσιο" στις 11 - 13 Απριλίου 2003 στην Αθήνα.
13. Ropp, M., (1999). Exploring individual characteristics associated with learning to use computers in preservice teacher preparation, *Journal of Research on Computing in Education*, 31 (4), 402-423.
14. Rosen, L., Weil, M. (1995). Computer availability, computer experience, and technophobia among public school teachers, *Computers in human Behaviour*, 11, 9- 31.
15. Russel, A., L. (1995). Stages in Learning new technology: naive adult email users, *Computers & Education*, 25 (4), 173-178.
16. Sherry, L. (1998). An integrated technology adoption and diffusion model, *International Journal of Educational Telecommunications*, 4 (2), 113-145.
17. Tsitouridou, M., Vryzas, K., (2003). Early childhood education teachers' attitudes towards computer and information technology: the case of Greece, *Information Technology in Childhood Education Annual*, 187-207.
18. Van Hiele, P., (1986). *Structure and insight: A theory of Mathematics Education*. New York: Academic Press, Inc.
19. Whitley, B., E. (1997). Gender differences in computer-related attitudes and behavior: a metaanalysis, *Comomputers in Human Behavior*, 13, 1-22.
20. Βλάμος, Π., Βλάμου Ε., Δημάκος Γ., (1999). Αρχές Δημιουργίας Δραστηριοτήτων Εκπαιδευτικού Λογισμικού. Πρακτικά 4<sup>ο</sup> Πανελλήνιου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή Διδακτική των Μαθηματικών & Πληροφορική στην Εκπαίδευση. Ρέθυμνο.
21. Γαγάτσης, Α., Σταμαρη Α. (2003) *Αναπαραστάσεις και Επίλυση Προβλημάτων Αναλογίες από Μαθητές Γυμνασίων Ελλάδας και Κύπρου* 2ο Συνέδριο για τα Μαθηματικά στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση <http://www.math.uoa.gr/me/conf2/papers.html> τελευταία πρόσβαση 9-1-2001
22. Γκρίτση, Φ., Καζαμπεζά, Μ., Κότσαρη Μ., (2000). Απόψεις των νηπιαγωγών για τη χρήση του υπολογιστή στην πρώτη σχολική ηλικία, στο Β. Κόμης (επιμ.), Πρακτικά 2ου Πανελλήνιου Συνεδρίου «Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση», 601-607, Πάτρα.
23. Δημάκος, Γ., Νικολουδάκης, Ε., (2008). Η διδασκαλία της γεωμετρίας στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση με χρήση της θεωρίας των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης του van Hiele και τη βοήθεια των Τ.Π.Ε. στα πλαίσια της συνεργατικής μάθησης. Μία έρευνα σε μαθητές της Α΄ Λυκείου. *Πρακτικά 5ης Διεθνούς Δημερίδας Διδακτικής των Μαθηματικών*. Ρέθυμνο.
24. Ζαράνης, Ν., (2002). Η συμβολή της γλώσσας LOGO στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών στην Α΄ τάξη του Γυμνασίου. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, τ. 57, σελ. 21-34.

25. Ζαράνης, Ν., (2001). Δραστηριότητες με εκπαιδευτικό λογισμικό και φύλλα εργασίας για τις ενότητες της Γεωμετρίας στην Α' τάξη του Γυμνασίου. Πρακτικά 1ου Συνεδρίου για την Αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην διδακτική τάξη - Εκπαιδευτικό Λογισμικό - Διαδίκτυο, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Ν. Κυκλάδων, Ι.Τ.Ε., Σύρος, Μάιος 2001, σελ. 138-152.
26. Καλαβάσης, Φ., Σταθοπούλου, Χ. (2000). Μαθηματικά και κουλτούρες: η συνάντηση της κοινωνικής ανθρωπολογίας με τη μαθηματική εκπαίδευση. *Πρακτικά 17ου συνεδρίου της ΕΜΕ*.
27. Κανάκης, Ι. Ν. (2001β). Η μαθητική εργασία σε μικρές ομάδες, το σχέδιο δράσης και η εφαρμογή τους στο ελληνικό σχολείο. Στο: Χατζηδήμου, Δ. (Επιμ.), Παιδαγωγική και Εκπαίδευση, Τιμητικός τόμος για τα 65χρονα του Καθηγητή Παναγιώτη Δ. Ξωχέλλη. Θεσσαλονίκη, εκδ. οίκος Αδελφών Κυριακίδη, σσ. 279-302.
28. Κανάκης, Ι., (2002). Οι σκοποί της διδασκαλίας σε μια ανοικτή κοινωνία και οι εναλλακτικές μορφές μάθησης Πρακτικά 2ου Διεθνούς Συνεδρίου Η παιδεία στην αυγή του 21ου αιώνα. Ιστορικοσυγκριτικές προσεγγίσεις Πάτρα
29. Καρτσιώτης Θ. (2003). Αξιολόγηση της διαδικασίας επιμόρφωσης και του έργου «ΛΑΕΡΤΗΣ», προτάσεις εκπαιδευτικών για την αξιοποίηση των Τ.Π.Ε. στην ΤΕΕ, ΘΕΜΑΤΑ στην εκπαίδευση, 4(2), 267-289.
30. Κολεζα Ε.(2003). *Νοητικές Διεργασίες Ανάπτυξης Γεωμετρικών Εννοιών*. 2ο Συνέδριο για τα Μαθηματικά στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση <http://www.math.uoa.gr/me/conf2/papers.html> τελευταία πρόσβαση 9-1-2001
31. Κυνηγός Π., Καραγεώργος Δ., Βαβουράκη Α. και Γαβρήλης Κ. (2000), Οι απόψεις των καθηγητών του 'Οδυσσέα' για τη χρήση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση, στο Β. Κόμης (επιμ.), Πρακτικά 2ου Πανελληνίου Συνεδρίου «Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση», 593-600, Πάτρα.
32. Μαυρογιώργος, Γ. (1984) Σχολικός χώρος και αυταρχική εκπαίδευση. Στο: Γκότοβου, Α., Κριτική Παιδαγωγική και εκπαιδευτική πράξη. Γιάννενα, σσ. 175-187.
33. Μπίκος Κ. (1995). Εκπαιδευτικοί και Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές, Θεσσαλονίκη, εκδ. Κυριακίδη.
34. Νικολουδάκης, Ε., Χουστουλάκης, Ε. (2004). Αιτίες που δυσχεραίνουν την επικοινωνία μεταξύ δασκάλου και μαθητών στη διδασκαλία των Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης. Μία προτεινόμενη λύση. Αθήνα. Πρακτικά του 21ου Συνεδρίου της Ε.Μ.Ε. σσ. 359-372.
35. Νικολουδάκης, Ε., Ιωάννου, Σ. (2003). Σχέσεις εμβαδών. Ο λόγος των εμβαδών α) δύο ομοίων τριγώνων β) δύο τριγώνων που μία γωνία του ενός είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία του άλλου. *Πρακτικά 2ου Πανελληνίου Συνεδρίου των Εκπαιδευτικών για τις ΤΠΕ «Αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στη Διδακτική Πράξη»* Σύρος 9, 10, 11 Μαΐου 2003 σσ. 378-385.
36. Νικολουδάκης, Ε., Χουστουλάκης, Ε. (2005). Η ανάπτυξη της λογικομαθηματικής σκέψης μέσω αναπαραστάσεων που προκύπτουν από την αξιοποίηση των Τ.Π.Ε: Ένα παράδειγμα. Πρακτικά 3ου Πανελληνίου Συνεδρίου των Εκπαιδευτικών για τις ΤΠΕ, Σύρος 13-15 Μαΐου 2005, τόμος α', 194-202.
37. Πετρουλάκης, Ν. (1992) Προγράμματα, Εκπαιδευτικοί στόχοι, Μεθοδολογία, έκδοση νέα βελτιωμένη. (Αθήνα, εκδ. Μ. Π. Γρηγόρη).
38. Σαλβαράς Γ., Σαλβαρά Μ. (2007). *Σχολική Πρακτική. Μοντέλα και Στρατηγικές Διδασκαλίας Κατασκευή και χρήση Εργαλείων Διδασκαλίας*, Ατραπός
39. Τζεκάκη, Μ., (2003) Η «Εκχώρηση» του Προβλήματος: Μια Σημαντική Φάση στη Διδασκαλία των Μαθηματικών. Στο Μ. Κούρκουλος, Γ. Τρούλης, & Κ. Τζανάκης (επιμ.), *Πρακτικά 4ης Διεθνούς Δημερίδας της Διδακτικής των Μαθηματικών, 163-171*. Ρέθυμνο: ΠΤΔΕ, Πανεπιστήμιο Κρήτης.
40. Τριλιανός, Θ. (2002). Η παρώθηση του μαθητή για μάθηση, Αθήνα.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

## Δομημένης Μορφής Φύλλο Εργασίας

Όνοματεπώνυμο μαθητών ομάδας

Διδάσκων .....  
Μαθηματικός

---



---



---

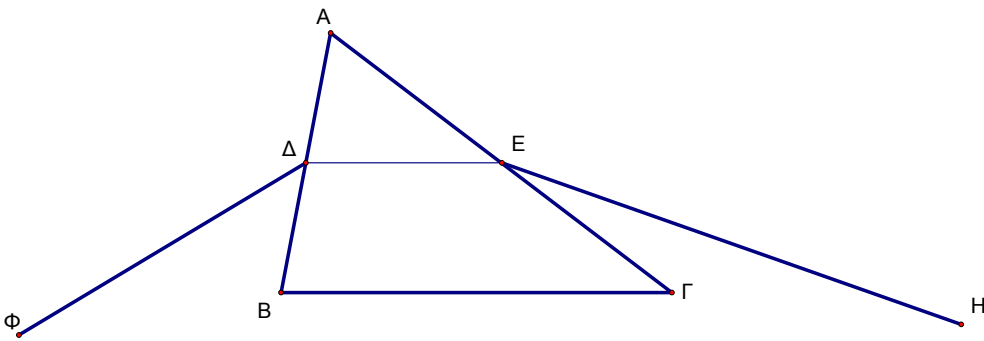
Τάξη.....

Σχολείο .....

Ημερομηνία.....

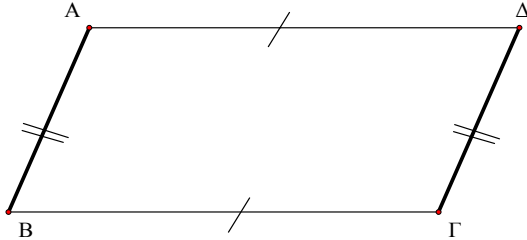
Τίτλος μαθήματος : **Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών ενός τριγώνου ...**

**Πρόβλημα** Μία ακτίνα πέφτει στο μέσον μιας πλευράς πρίσματος με διατομή τρίγωνο, διαθλάται, και εξέρχεται από το μέσον μιας άλλης πλευράς. Αν η τρίτη πλευρά του τριγωνικού πρίσματος έχει μήκος 10 cm. Να υπολογιστεί το μήκος του μέρους της ακτίνας που βρίσκεται μέσα στο πρίσμα και να εξηγήσετε γιατί είναι παράλληλο σε αυτή.



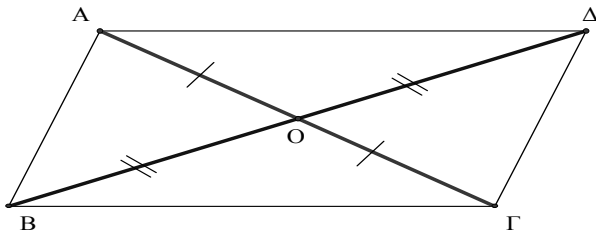
## 1. ΥΠΟΜΝΗΣΕΙΣ.

1.1. Αν οι απέναντι πλευρές ενός τετραπλεύρου είναι ίσες και παράλληλες αυτό είναι παραλληλόγραμμο και αντιστρόφως.



$$\begin{aligned} AB // &= ΓΔ \\ \text{ή} \\ ΒΓ // &= ΑΔ \end{aligned} \Leftrightarrow \text{ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο}$$

1.2. Αν οι διαγώνιοι ενός τετραπλεύρου διχοτομούνται αυτό είναι παραλληλόγραμμο

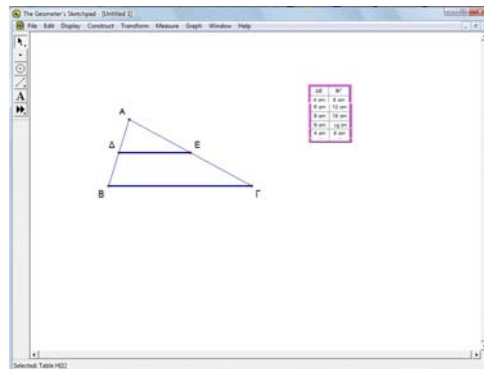


$$\begin{aligned} ΑΟ &= ΟΓ \\ \text{και} \\ ΒΟ &= ΟΔ \end{aligned} \Leftrightarrow \text{ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο}$$

## 2. ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

(Οι μαθητές εργάζονται στον υπολογιστή. Το χρησιμοποιούμενο software είναι το sketchpad.

Οι μαθητές με τη βοήθεια των εντολών μέτρηση  $\rightarrow$ μήκος του sketchpad συμπληρώνουν ένα πίνακα)



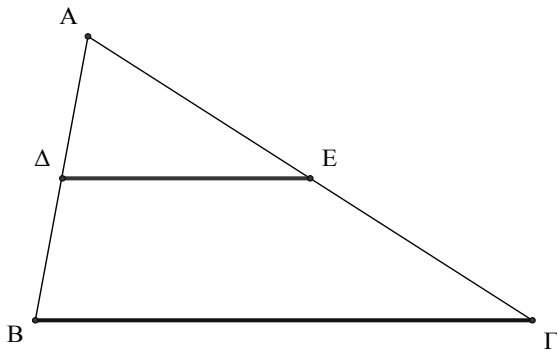
- 2.1. Μετακινείστε μια κορυφή του τριγώνου ΑΒΓ και μετρήστε το μήκος του ευθ. τμήματος ΔΕ που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών του τριγώνου και το μήκος της τρίτης πλευράς ΒΓ και συμπληρώστε τον ακόλουθο πίνακα.

ΔΕ	ΒΓ

- 2.2. Τι παρατηρείτε;

.....

- 2.3. Γράψτε τη σχέση για το τρίγωνο του σχήματος:



(1)
-----

- 2.4. Διατυπώστε τη σχέση για το τρίγωνο του σχήματος:

.....

- 2.5. Να αποδείξετε τη σχέση (1)



2.6. Να κάνετε το σχήμα και να διατυπώσετε το:

ΘΕΩΡΗΜΑ.....

.....

.....

.....

.....

.....

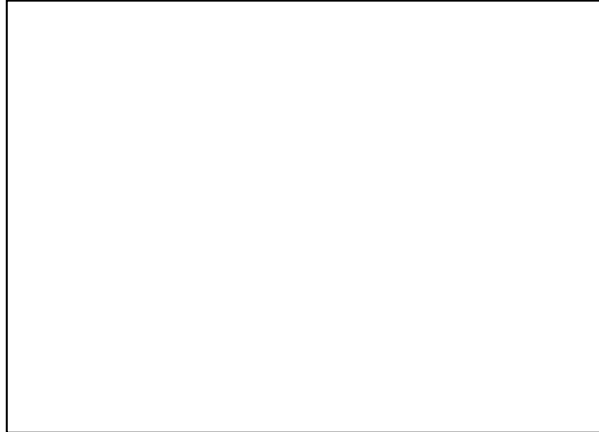
.....

.....

.....

.....

.....



### 3. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

3.1. Απαντήστε στο αρχικό πρόβλημα.

3.2. Στο σχήμα να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΔΕΖ αν γνωρίζετε ότι τα Δ,Ε,Ζ είναι τα μέσα των πλευρών του ΑΒΓ και ότι η περίμετρος του ΑΒΓ είναι 30 cm.

3.3. Δείξτε ότι το τετράπλευρο με κορυφές τα μέσα των πλευρών ενός τετραπλεύρου είναι παραλληλόγραμμο.

3.4. Να φτιάξετε μία δική σας άσκηση χρησιμοποιώντας αυτό που μάθατε και να τη δώσετε στην ομάδα σας για λύση.

3.5. Να περιγράψετε από το τηλέφωνο, σε κάποιον που έλειπε από την τάξη σας, τι μάθατε σήμερα

