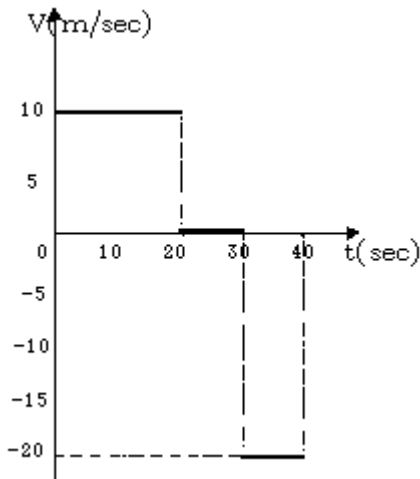


## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗΣ

1) Δίνεται η διπλανή γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο.

Να γίνει το διάγραμμα  $x - t$  (θέσης - χρόνου), αν όταν  $t_0=0$  είναι  $x_0 = 0$ .



### Υπόδειξη

Βρείτε τα εμβαδά μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των χρόνων.

2) Δυο αυτοκίνητα ξεκινάνε συγχρόνως από 2 σημεία Α και Β μιας ευθείας με ταχύτητες  $v_1=72 \text{ Km/h}$  και  $v_2=108 \text{ Km/h}$ , κινούμενα αντίθετα το ένα προς το άλλο. Να βρεθεί πότε και σε ποιο σημείο θα συναντηθούν, αν  $AB=60 \text{ Km}$ .

### Υπόδειξη

Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης κάθε κινητού. Στο σημείο συνάντησης τα κινητά θα βρίσκονται στην ίδια θέση και θα έχουν τον ίδιο χρόνο κίνησης.

3) Αυτοκίνητο διανύει κατά την κίνησή του δυο διαδοχικά διαστήματα  $s_1, s_2$  με  $v_1=100 \text{ Km/h}$  και  $v_2=60 \text{ Km/h}$ . Να βρείτε την μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου:

α) αν τα διαστήματα είναι ίσα και

β) αν τα διαστήματα διανύονται σε ίσους χρόνους.

### Λύση

(α) Η μέση ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση :

$$u_{\mu} = \frac{\Delta x_{ολ}}{\Delta t} = \frac{\Delta x_{ολ}}{t_2} = \frac{2\Delta x_1}{t_2} \quad (1)$$

επειδή  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_{ολ} / 2$

Επειδή  $\Delta x_1 = u_1 t_1$ , από την

$$(1) \Rightarrow u_{\mu} = \frac{2 \cdot u_1 t_1}{t_2} \quad (2)$$

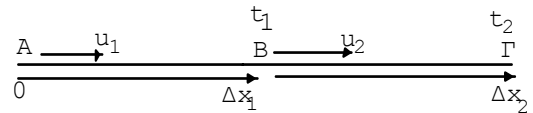
Αλλά  $\Delta x_2 = \Delta x_1$

οπότε  $u_2 (t_2 - t_1) = u_1 t_1$

άρα  $t_1 (u_1 + u_2) = u_2 t_2$

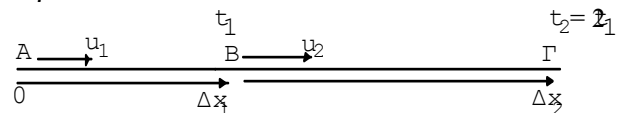
$$t_1 = \frac{u_2}{u_1 + u_2} t_2$$

$$(2) \Rightarrow u_{\mu} = \frac{2u_1 u_2}{u_1 + u_2} = 75 \text{ Km/h}$$



(β) Τώρα τα χρονικά διαστήματα  $\Delta t_1$  και  $\Delta t_2$  είναι ίσα.

Άρα



$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \Rightarrow t_1 - 0 = t_2 - t_1$$

$$\text{οπότε } t_2 = 2t_1 .$$

Επομένως

$$u_{\mu} = \frac{\Delta x_{ολ}}{\Delta t} = \frac{\Delta x_{ολ}}{t_2}$$

$$u_{\mu} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{t_2} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2t_1} \quad (3)$$

Επειδή  $\Delta x_1 = u_1 t_1$  και

$\Delta x_2 = u_2 (t_2 - t_1)$  έχουμε :

$$\Delta x_2 = u_2 (2t_1 - t_1)$$

$$\Delta x_2 = u_2 t_1 .$$

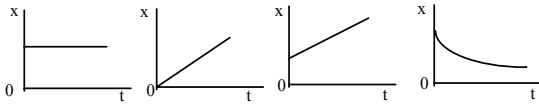
Οπότε από τη σχέση (3)

έχουμε:

$$u_{\mu} = \frac{u_1 t_1 + u_2 t_1}{2t_1} = \frac{t_1 (u_1 + u_2)}{2t_1} = \frac{u_1 + u_2}{2}$$

$$u_{\mu} = 80 \text{ Km/h}$$

4) Ποια από τις ακόλουθες γραφικές παραστάσεις εκφράζει τη μεταβολή της θέσης συναρτήσει του χρόνου, στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση; Υποτίθεται ότι το κινητό τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκεται στην αφετηρία της κίνησής του.



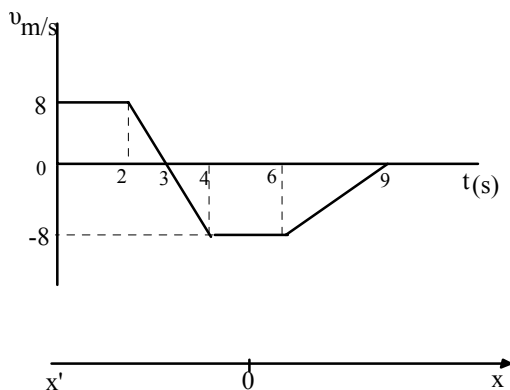
5) Να συνδέσετε με γραμμές τα φυσικά μεγέθη της αριστερής στήλης με τις αντίστοιχες μονάδες της δεξιάς στήλης.

χρόνος	m
μετατόπιση	sec
ταχύτητα	$m/s^2$
	$m/s$

6) Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα και η γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο  $t$  φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

A. Σε ποια χρονικά διαστήματα η κίνηση του κινητού είναι ομαλή;

B. Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση του κινητού και η μέση ταχύτητα (αριθμητική και διανυσματική).



7) Στις 7.00 μ.μ. ξεκινά από την πόλη A ένα αυτοκίνητο με προορισμό την πόλη B με σταθερή ταχύτητα  $u_1 = 80 \text{ Km/h}$ .

Αφού διανύσει 100 Km συναντιέται με ένα άλλο αυτοκίνητο που ξεκίνησε από την πόλη B προς την πόλη A με περίπου σταθερή ταχύτητα κι αυτό  $u_2 = 73 \text{ Km/h}$  στις 7.15 μ.μ. Πόσο απέχουν οι δυο πόλεις;

**Απ. 173 Km**

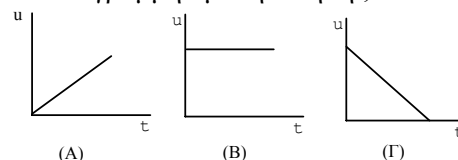
8) Δυο πόλεις A και B απέχουν μεταξύ τους 270 Km. Ένας οδηγός ξεκινά από την πόλη A με προορισμό την πόλη B με  $u_1 = 90 \text{ Km/h}$  έχοντας υπολογίσει ότι με την ταχύτητα αυτή θα είναι στην πόλη B την ώρα που θέλει. Μετά όμως από 2 ώρες μια καταρακτώδης βροχή τον αναγκάζει να μειώσει την ταχύτητά του με αποτέλεσμα να φθάσει με μισή ώρα καθυστέρηση. Να υπολογιστεί η ταχύτητα στο κομμάτι της διαδρομής που διανύθηκε υπό βροχή.

**Απ. 60 Km/h**

9) Ένα κινητό εκτελεί τρεις παλινδρομικές κινήσεις ανάμεσα στα σημεία A και B, που απέχουν μεταξύ τους 5 m. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λαθεμένες;

- Η μετατόπιση είναι ίση με το μηδέν
- Το διάστημα είναι ίσο με το μηδέν
- Η μετατόπιση είναι ίση με 30 m
- Το διάστημα είναι ίσο με 30 m

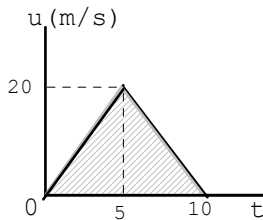
10) Ποιο από τα ακόλουθα διαγράμματα αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση;



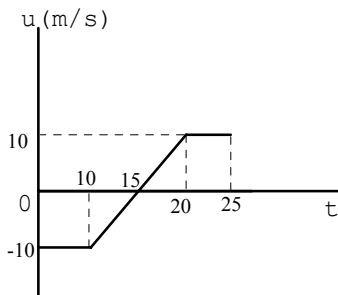
11) Όχημα κινούμενο ευθύγραμμα και ομαλά σε χρονικό διάστημα  $\Delta t = 30 - 10 = 20 \text{ s}$  μετατοπίζεται από τη θέση  $x_1 = -10 \text{ m}$  στη θέση  $x_2 = +10 \text{ m}$ . Να βρείτε τη μέση

ταχύτητά του και τη στιγμιαία ταχύτητά του τη χρονική στιγμή 18 sec .

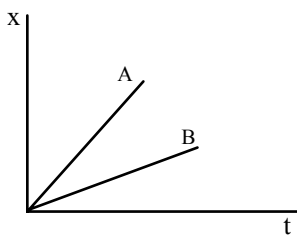
- 12) (α) Τι μας δίνει το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν ; (β) βρείτε το , (γ) μπορούμε να βρούμε τη θέση του κινητού τη χρονική στιγμή  $t = 10$  s ;



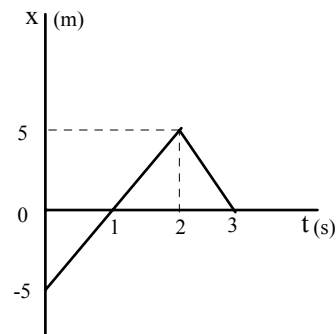
- 13) Βρείτε τις μετατοπίσεις :  
 (α) από 0 μέχρι 15 sec  
 (β) από 15 μέχρι 25 sec  
 με τη βοήθεια του διαγράμματος .



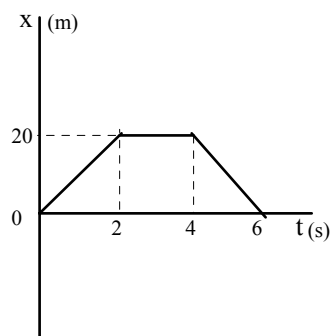
- 14) Ποιο από τα κινητά , που εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση έχει μεγαλύτερη ταχύτητα ; Το Α ή το Β και γιατί ;



- 15) Σε ποια χρονικά διαστήματα , η ταχύτητα είναι :  
 ( α ) θετική και (β) αρνητική ;

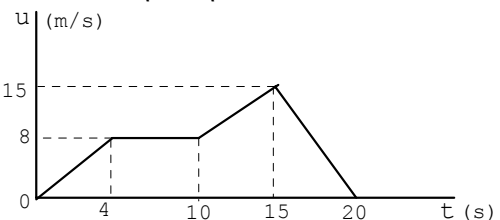


- 16) Δίνεται η παρακάτω γραφική παράσταση  $x - t$  :



- (α) Πόση είναι η ταχύτητα του κινητού στα χρονικά διαστήματα  $0 - 2$  s ,  $4 - 4$  s και  $4 - 6$  s ;  
 (β) Πόση είναι η συνολική μετατόπιση του κινητού  
 (γ) κάντε το α διάγραμμα  $u - t$

- 17) Δίνεται η παρακάτω γραφική παράσταση  $u - t$  . Να γίνει το διάγραμμα  $a - t$  και  $x - t$  , αν τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το κινητό βρισκόταν στη θέση  $x_0 = 0$  .



- 18) Ένα κινητό ξεκινά από την ηρεμία με σταθερή επιτάχυνση  $a = 4$  m/s<sup>2</sup> κινούμενο ευθύγραμμα επί χρονικό διάστημα 20 sec . Κατόπιν κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u$  επί χρονικό διάστημα 10 sec , μετά το οποίο επιβραδύνεται ομαλά με  $a' =$

5 m/s<sup>2</sup> μέχρι να σταματήσει . Να βρεθούν :

(α) η ταχύτητα u

(β) η μετατόπισή του κατά το χρονικό διάστημα της επιβραδυνόμενης κίνησης και η συνολική του μετατόπιση

(γ) Να γίνει η γραφική παράσταση u - t , x - t και a - t για όλη την κίνηση και

(δ) να βρεθεί η μέση ταχύτητα σε όλη τη διάρκεια της διαδρομής του κινητού .

19) Ένα κινητό περνάει από ένα σημείο Α της ευθύγραμμης τροχιάς του με σταθερή ταχύτητα  $u_1 = 15$  m/s , την οποία διατηρεί επί χρονικό διάστημα  $\Delta t_1 = 4$  sec , οπότε φθάνει σ'ένα σημείο Β . Αμέσως μετά επιβραδύνεται ομαλά μέχρι που η ταχύτητά του να γίνει  $u_2 = 6$  m/s , οπότε βρίσκεται στο σημείο Γ τη χρονική στιγμή  $t_2 = 14$  s . Κατόπιν επιταχύνεται ομαλά με  $a_3 = 3$  m/s<sup>2</sup> επί χρονικό διάστημα  $\Delta t_3 = 6$  sec και φθάνει στο σημείο Δ .

(α) Να γίνει το διάγραμμα u - t και από αυτό να υπολογιστούν όλες οι μετατοπίσεις στα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα ,

(β) Να βρεθεί η τελική θέση του κινητού καθώς και η θέση του τις χρονικές στιγμές 2 sec , 18 sec

(γ) Να βρεθεί η ταχύτητά του τις χρονικές στιγμές 6 sec και 16 sec .

20) Δυο κινητά Α και Β κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  διέρχονται από το σημείο όπου  $x_0 = 0$  με ταχύτητες μέτρων  $u_A = 10$  m/s και  $u_B = 30$  m/s αντίστοιχα , ίδιας κατεύθυνσης . Αν το Α επιταχύνεται με επιτάχυνση μέτρου 1 m/s<sup>2</sup> και το Β επιβραδύνεται με επιβράδυνση 2 m/s<sup>2</sup> , να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα ξανασυναντηθούν τα δύο κινητά και τη θέση της συνάντησης

21) Από δύο σημεία Γ και Δ μιας ευθείας τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ξεκινούν ταυτόχρονα δύο κινητά με σταθερές επιταχύνσεις μέτρων 4 m/s<sup>2</sup> και 5 m/s<sup>2</sup> και με αντίθετες

φορές . Αν  $(\Gamma\Delta) = 72$  m , να βρείτε που και πότε θα συναντηθούν τα δύο κινητά .

22) Ένα κινητό κινείται με σταθερή επιτάχυνση και διανύει απόσταση μεταξύ δυο σημείων που απέχουν 60 m σε 6 sec. Η ταχύτητά του όταν περνάει από το 2ο σημείο είναι 15 m/sec . Ποια ταχύτητα είχε όταν πέρναγε από το 1ο σημείο ; Πόση είναι η επιτάχυνσή του ;

23) Αεροπλάνο μέσα σε χρόνο  $t = 20$  sec από τη στιγμή που ξεκινάει, αποκτά ταχύτητα  $v = 60$  m/sec, αρκετή για να απογειωθεί. Να βρεθεί η επιτάχυνση a της κίνησης και το ελάχιστο μήκος του διαδρόμου που χρειάζεται.

24) Κινητό ξεκινάει από την ηρεμία και διανύει κατά τη διάρκεια του 5ου sec διάστημα  $s = 9$ m. Να βρεθεί η επιτάχυνση.

25) Κινητό χωρίς  $v_0$  και με  $a = 5$  m/sec<sup>2</sup> διανύει διάστημα 40m στα τελευταία 2 sec της κίνησής του. Να βρεθεί το ολικό διάστημα που διάνυσε το κινητό.

26) Δυο κινητά Α,Β διέρχονται ταυτόχρονα από ένα σημείο με  $v_A = 20$  m/sec ,  $v_B = 30$ m/sec κινούμενα με την ίδια φορά με  $a_A = 2$  m/sec<sup>2</sup> και  $a_B = 1$ m/sec<sup>2</sup> .

α) Να βρείτε πότε θα ξανασυναντηθούν και σε πόση απόσταση και

β) να κάνετε τη γραφική παράσταση  $v=f(t)$  και  $s = f(t)$ .

27) Από το διάγραμμα ταχύτητας χρόνου να περιγράψετε τις κινήσεις, να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις a - t και x - t και να βρείτε τη συνολική μετατόπιση.

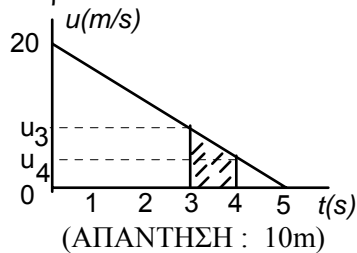
( ΑΠΑΝΤΗΣΗ :  $\Delta x = 88$ m )

28) Όχημα που κινείται ευθύγραμμα, τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  έχει ταχύτητα 5m/s και επιταχύνεται με  $a = 6$  m/s<sup>2</sup>. Να

βρείτε την ταχύτητά του μετά από μετατόπιση 12m

(ΑΠΑΝΤΗΣΗ :  $v = 13 \text{ m/s}$ )

290) Ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα  $u_0$  επιβραδύνεται με  $a=4\text{m/s}^2$  και σταματάει μετά από χρονικό διάστημα 5s. Να γίνει το διάγραμμα της ταχύτητας με το χρόνο και να βρείτε την μετατόπιση του κινητού στην διάρκεια του 3ου δευτερολέπτου.



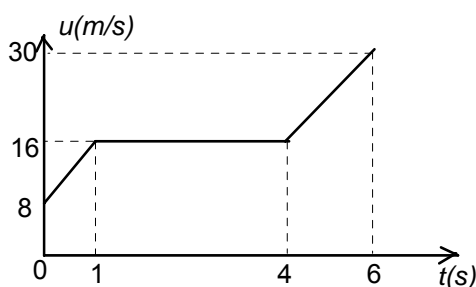
(ΑΠΑΝΤΗΣΗ : 10m)

Υπόδειξη: Να υπολογίσετε τις ταχύτητες: αρχική και στις χρονικές στιγμές 3s και 4s, σύμφωνα με το διάγραμμα.

30) Τρένο που κινείται πάνω στις γραμμές με ταχύτητα 40m/s επιβραδύνεται με  $a=-2\text{m/s}^2$ . Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο η ταχύτητά του γίνεται το 1/4 της αρχικής και τη μετατόπιση του τρένου στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του.

(ΑΠΑΝΤΗΣΗ: 15s , 1m)

31) Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα 10m/s για χρονικό διάστημα  $\Delta t_1 = 5\text{s}$ . Στην συνέχεια ελαττώνει την ταχύτητά του με σταθερό ρυθμό και μετά από χρονικό διάστημα  $\Delta t_2 = 2\text{s}$  σταματάει. Να σχεδιάσετε το

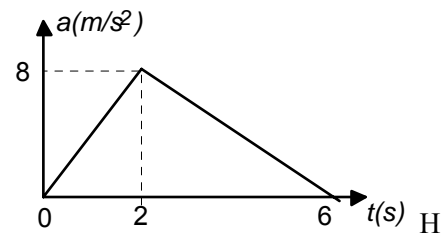


διάγραμμα της ταχύτητάς του με το

χρόνο και να βρείτε τη συνολική μετατόπιση του αυτοκινήτου.

(ΑΠΑΝΤΗΣΗ : 60m)

32) Σώμα κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  έχει ταχύτητα 10m/s. Στο διάγραμμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η επιτάχυνση με το χρόνο. Να βρείτε σε ποια χρονική στιγμή η ταχύτητά του είναι μέγιστη και ποια η τιμή της.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ :  $t = 6\text{s}$  ,  $u = 34\text{m/s}$

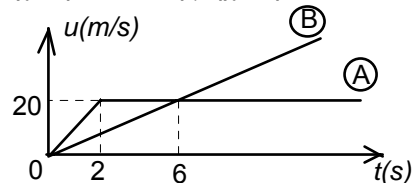
Υπόδειξη:

Προσοχή, η κίνηση δεν είναι ομαλά μεταβαλλόμενη, γιατί η επιτάχυνση δεν είναι σταθερή. Συνεπώς ΔΕΝ ισχύουν οι σχετικοί τύποι. Αντί γι' αυτούς θα υπολογίσετε την  $\Delta u$  από κάθε οριζόμενο εμβαδόν.

33) Μηχανή και αυτοκίνητο ξεκινούν ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο με την ίδια κατεύθυνση. Στο διάγραμμα η μηχανή ακολουθεί την καμπύλη Α και το αυτοκίνητο την καμπύλη Β.

α) τη στιγμή που οι ταχύτητες είναι ίσες, πόσο απέχουν μεταξύ τους η μηχανή και το αυτοκίνητο ;

β) σε ποια χρονική στιγμή το αυτοκίνητο θα έχει διπλάσια ταχύτητα από τη μηχανή ;



(ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$\Delta x = 40\text{m}$  ,  $t = 12\text{s}$ )

Υπόδειξη

Η ταχύτητα της μηχανής μετά από την χρονική στιγμή  $t=2s$  είναι σταθερή κι όταν η άσκηση αναφέρει «σε ποια χρονική στιγμή το αυτοκίνητο θα έχει διπλάσια ταχύτητα από τη μηχανή», πρέπει να το εκμεταλλευτείτε αυτό.

34) Δυο κινητά κινούνται πάνω στην ίδια διεύθυνση με επιταχύνσεις  $a_1 = 8m/s^2$  και  $a_2 = 5m/s^2$  ίδιας κατεύθυνσης. Τα 2 κινητά τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  διέρχονται από το ίδιο σημείο με ταχύτητες  $v_1 = -10m/s$  και  $v_2 = 20m/s$  αντίστοιχα. Να βρείτε πότε και σε ποια απόσταση από το αρχικό σημείο συνάντησης θα ξανασυναντηθούν και να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας των κινητών σε κοινό διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.

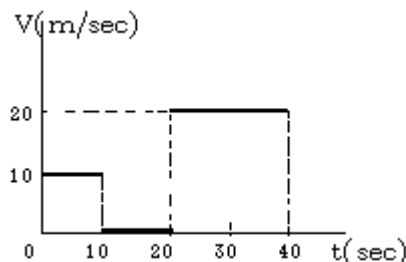
(ΑΠΑΝΤΗΣΗ :  $t=20s$  ,  $x = 1400 m$ )

35) Δυο οχήματα διέρχονται ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο με ταχύτητες  $u_A = 10m/s$  και  $u_B = 30m/s$ . Αν το Α επιταχύνεται με  $a_A = 1m/s^2$  και το Β επιβραδύνεται με  $a_B = 4m/s^2$ , να βρείτε πού και πότε θα ξανασυναντηθούν και να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τη γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο.

(ΑΠΑΝΤΗΣΗ :  $t = 8s$  ,  $x = 112 m$ )

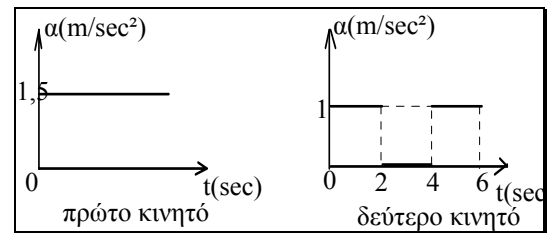
36) Το κινητό στα διαστήματα 0 - 10 sec και 20 - 40 sec κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, ενώ στο χρονικό διάστημα 10-20 sec είναι ακίνητο.

α)  $s_{ολ} =$  ; β)  $s = f(t)$



37) Οι γραφικές παραστάσεις των

σχημάτων δίνουν τις επιταχύνσεις δυο κινητών, που κινούνται σ' έναν άξονα, σε συνάρτηση με το χρόνο.



α) Να παρασταθούν γραφικά οι ταχύτητες  $v$  και οι θέσεις  $x$  σε συνάρτηση με το χρόνο,

β) να υπολογιστούν οι μετατοπίσεις των κινητών σε χρόνο 6sec, θεωρώντας ότι τα κινητά ξεκινούν από την ηρεμία

γ) Ποια είναι η μέση ταχύτητα των κινητών μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t=0$  και  $t=6sec$ .

38) Μπάλα του τένις αφήνεται από ύψος 20m. Αναπηδά σε ύψος 17m. Αν η μπάλα μένει σε επαφή με το έδαφος επί 0,010 sec, να βρείτε τη μέση επιτάχυνση της στη διάρκεια της επαφής. Δίνεται  $g = 10 m/sec^2$ .

39) Σωμάτιο μπαίνει με ταχύτητα  $10^4 m/sec$  σε χώρο όπου επιταχύνεται ευθύγραμμα και ομαλά ώστε να βγει με ταχύτητα  $4 \cdot 10^6 m/sec$ . Ποια είναι η επιτάχυνσή του αν θεωρηθεί σταθερή;

(απ.  $8 \cdot 10^{14} m/sec$ )

