

ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ

1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΑΝΑΛΥΣΗ

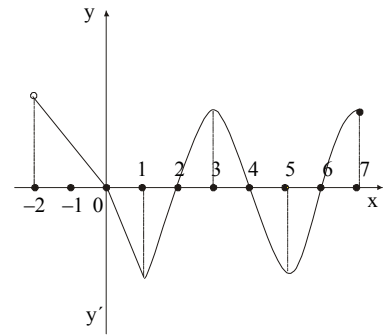
Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Η διαδικασία, με την οποία κάθε στοιχείο ενός συνόλου A αντιστοιχίζεται σ' ένα ακριβώς στοιχείο ενός άλλου συνόλου B είναι συνάρτηση. Σ Λ
2. * Η διαδικασία, με την οποία κάθε στοιχείο ενός συνόλου A αντιστοιχίζεται σε περισσότερα του ενός στοιχεία ενός άλλου συνόλου B είναι συνάρτηση. Σ Λ
- Στις παρακάτω ερωτήσεις όλες οι συναρτήσεις είναι πραγματικές συναρτήσεις με πεδίο ορισμού ένα υποσύνολο του R*
3. * Η σχέση f, με τύπο $f(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ ρητός} \\ 1, & x \text{ άρρητος} \end{cases}$, είναι συνάρτηση. Σ Λ
4. * Η σχέση $x^2 + y^2 = 1$ όπου $x, y \in R$, είναι συνάρτηση. Σ Λ
5. * Η σχέση g με τύπο $g(x) = x^2$ είναι συνάρτηση. Σ Λ
6. * Η σχέση f με τύπο $f(x) = 20x$ είναι συνάρτηση. Σ Λ
7. * Η σχέση h με τύπο $h(t) = \pm \sqrt{2t}$, $t \in R^+$, είναι συνάρτηση. Σ Λ
8. * Η σχέση f με τύπο $f(t) = \sqrt{2t}$, $t \in R^+$, είναι συνάρτηση. Σ Λ
9. * Αν για μια συνάρτηση f, που έχει πεδίο ορισμού το $A \subseteq R$, ισχύει $f(x) = f(y)$ για κάποια $x, y \in A$, τότε $x = y$. Σ Λ
10. * Αν οι συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σ' ένα σύνολο A, τότε και η συνάρτηση $S = f + g$ ορίζεται στο ίδιο σύνολο. Σ Λ
11. * Αν οι συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σ' ένα σύνολο A, τότε και η συνάρτηση $h = \frac{f}{g}$ ορίζεται πάντοτε στο ίδιο ακριβώς σύνολο. Σ Λ
12. * Μια συνάρτηση γνησίως μονότονη είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα. Σ Λ
13. * Κάθε πολυωνυμική συνάρτηση είναι συνεχής. Σ Λ
14. * Οι συναρτήσεις $f(x) = \eta\mu x$ και $g(x) = \sigma\upsilon\eta x$ είναι συνεχείς. Σ Λ
15. * Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$, $x > 0$, είναι συνεχής. Σ Λ
16. * Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$, $x < 0$, είναι συνεχής. Σ Λ

17. * Η έννοια της συνέχειας μιας συνάρτησης αναφέρεται μόνο σε σημεία του πεδίου ορισμού της. Σ Λ
18. * Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού το A , λέγεται συνεχής, αν είναι συνεχής σε κάθε σημείο του συνόλου A . Σ Λ
19. * Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 > x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$. Σ Λ
20. * Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$. Σ Λ
21. * Η παράγωγος $f'(x_0)$ μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι πραγματικός αριθμός. Σ Λ
22. * Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f , στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ αυτής, είναι η παράγωγος της f στο x_0 . Σ Λ
23. * Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της $y = f(x)$, ως προς x , όταν $x = x_0$. Σ Λ
24. * Η παράγωγος $f'(x_0)$ μιας συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ισούται με το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in \mathbb{R}, h \neq 0$. Σ Λ
25. * Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, όταν και μόνο όταν υπάρχει το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in \mathbb{R}, h \neq 0$. Σ Λ
26. * Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι παραγωγίσιμη στο σημείο $x_0 = 0$. Σ Λ
27. * Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 0$. Σ Λ
28. * Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \neq 0$, ισούται με τον συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης, που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ αυτής. Σ Λ
29. * Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x}$ είναι $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Σ Λ
30. * Η παράγωγος της συνάρτησης $g(\kappa) = \kappa^q$, όπου $q \in \mathbb{Q}$, είναι $g'(\kappa) = q\kappa^{q-1}$. Σ Λ
31. * Οι παράγωγοι των συναρτήσεων $f(x) = \eta\mu x$ και $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$ είναι αντίστοιχα $f'(x) = (\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$ και $g'(x) = (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$. Σ Λ

32. * Οι παράγωγοι των συναρτήσεων $E(x) = e^x$ και $L(x) = \ln x$ είναι αντίστοιχα
 $E'(x) = (e^x)' = e^x$ και $L'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x}$. Σ Λ
33. * Αν η πρώτη παράγωγος μιας συνάρτησης g είναι η σταθερή συνάρτηση l , τότε η g είναι της μορφής $g(x) = cx$, $c \in \mathbb{R} - \{1\}$. Σ Λ
34. * Αν η πρώτη παράγωγος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης g είναι 4ου βαθμού, τότε η g είναι 5ου βαθμού. Σ Λ
35. * Αν η δεύτερη παράγωγος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης g είναι σταθερή, τότε η g είναι το πολύ 2ου βαθμού. Σ Λ
36. * Η συνάρτηση f' με $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, $h \neq 0$, όπου x τα σημεία του πεδίου ορισμού της f στα οποία η f είναι παραγωγίσιμη, λέγεται (πρώτη) παράγωγος της f . Σ Λ
37. * Η παράγωγος (αν υπάρχει) της συνάρτησης g' λέγεται πρώτη παράγωγος της g . Σ Λ
38. * Η παράγωγος (αν υπάρχει) της συνάρτησης g'' λέγεται τρίτη παράγωγος της g . Σ Λ
39. * Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = 5$ είναι $f'(x) = 5x$. Σ Λ
40. * Η παράγωγος της συνάρτησης $s(t) = t$ είναι $s'(t) = 1$. Σ Λ
41. ** Θέσεις πιθανών ακροτάτων συνάρτησης f ορισμένης και συνεχούς σ' ένα διάστημα Δ είναι μόνο τα σημεία στα οποία η f παραγωγίζεται. Σ Λ
42. ** Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο σ' ένα εσωτερικό σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, και υπάρχει η παράγωγος $f'(x_0)$, τότε $f'(x_0) = 0$. Σ Λ
43. ** Αν για συνάρτηση f , ορισμένη και συνεχή σ' ένα διάστημα Δ , υπάρχει η $f'(x_0)$ και είναι $f'(x_0) \neq 0$, με x_0 εσωτερικό σημείο του Δ , τότε το x_0 είναι θέση τοπικού ακρότατου της f . Σ Λ
44. ** Έστω συνάρτηση f , ορισμένη και συνεχής σ' ένα διάστημα Δ . Τα εσωτερικά σημεία του Δ , στα οποία η f παραγωγίζεται και η παράγωγος ισούται με μηδέν, είναι θέσεις πιθανών τοπικών ακροτάτων της. Σ Λ
45. ** Έστω συνάρτηση f , ορισμένη και συνεχής σ' ένα διάστημα Δ . Τα εσωτερικά σημεία x του Δ , στα οποία η f παραγωγίζεται και η παράγωγος $f'(x)$ ισούται με μηδέν, αποτελούν πάντοτε θέσεις τοπικών ακροτάτων της. Σ Λ
46. ** Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο σ' ένα εσωτερικό σημείο x_0 ενός διαστήματος του πεδίου ορισμού της και είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$. Σ Λ

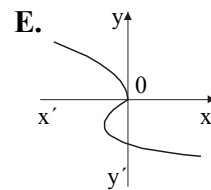
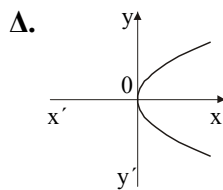
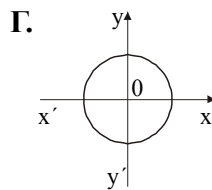
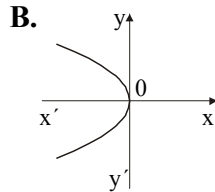
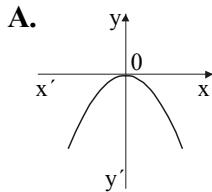
47. ** Στο σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση μιας συνεχούς συνάρτησης f . Να χαρακτηρίσετε με (Σ) ή (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:



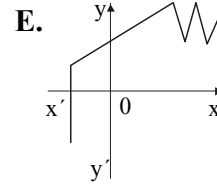
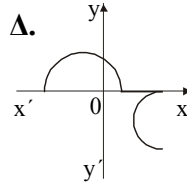
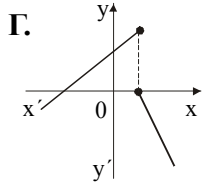
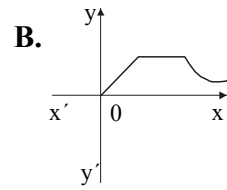
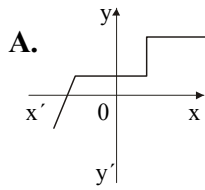
- | | | | |
|-------|---|---|---|
| i. | Το πεδίο ορισμού της f είναι $[-2, 7]$. | Σ | Λ |
| ii. | Το πεδίο ορισμού της f είναι $(-2, 7]$. | Σ | Λ |
| iii. | Η συνάρτηση f παρουσιάζει στο διάστημα $(2, 4)$ τοπικό μέγιστο, για $x = 3$. | Σ | Λ |
| iv. | Ισχύει ότι $f'(3) \neq 0$. | Σ | Λ |
| v. | Ισχύει $f'(x) > 0$ για $x \in (2, 3)$ και $f'(x) > 0$ για $x \in (3, 4)$. | Σ | Λ |
| vi. | Στο διάστημα $(2, 3)$ η συνάρτηση f είναι αύξουσα. | Σ | Λ |
| vii. | Ισχύει $f'(5) \neq 0$. | Σ | Λ |
| viii. | Οι εφαπτόμενες της γραφικής παράστασης της f στα σημεία $(3, f(3))$ και $(5, f(5))$ είναι παράλληλες μεταξύ τους. | Σ | Λ |
| ix. | Στο διάστημα $(0, 2)$ η συνάρτηση παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 1$. | Σ | Λ |
| x. | Ορίζεται το $f'(1)$. | Σ | Λ |

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα είναι γραφική παράσταση συνάρτησης;



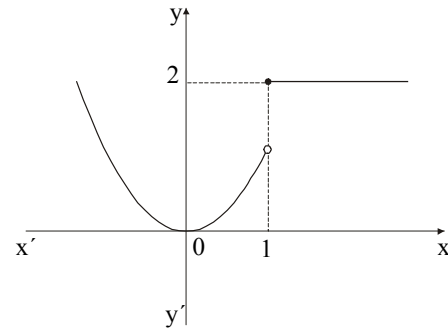
2. * Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα είναι γραφική παράσταση συνάρτησης;



3. * Το διπλανό διάγραμμα είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης

A. $f(x) = \begin{cases} x^2, & -\infty < x \leq 1 \\ 2, & 1 < x \end{cases}$

B. $f(x) = \begin{cases} x^2, & -\infty < x < 1 \\ 2, & 1 \leq x \end{cases}$



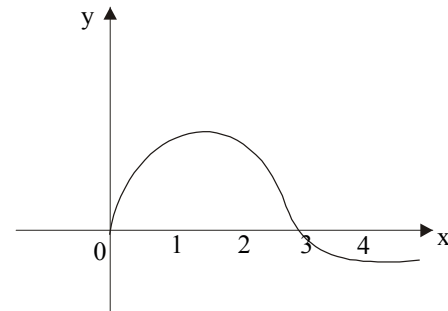
Γ. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & -\infty < x < 1 \\ 2, & 1 \leq x \end{cases}$

Δ. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & -\infty < x \leq 1 \\ 2, & 1 < x \end{cases}$

Ε. $f(x) = \begin{cases} e^x, & -\infty < x < 1 \\ 2, & 1 \leq x \end{cases}$

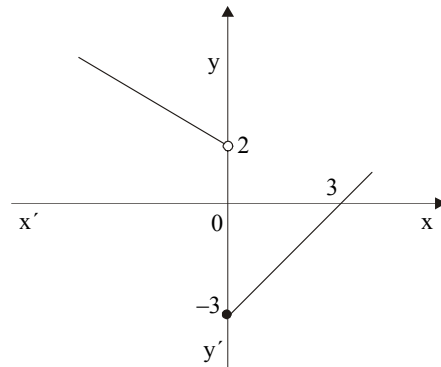
4. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης, με γραφική παράσταση που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα, είναι

- A.** $[0, 3]$ **B.** $[0, \infty)$ **Γ.** $(0, 3)$
Δ. $(0, +\infty)$ **Ε.** $[0, 4]$



5. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης, με γραφική παράσταση που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα, είναι

- A.** $(-\infty, 2)$ **B.** $(-\infty, 3]$
Γ. $(-\infty, +\infty)$ **Δ.** $(-\infty, 3]$
Ε. $(0, 3]$



6. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ είναι

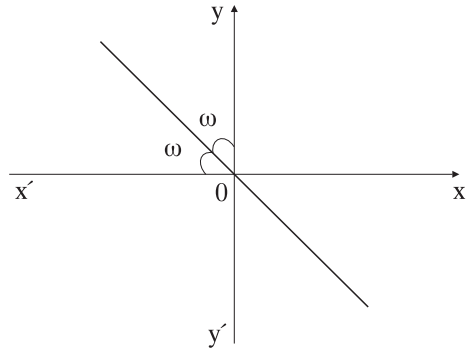
- A.** $[-1, 1]$ **B.** $[-1, \infty)$ **Γ.** $(-1, 1)$ **Δ.** $(-\infty, 1]$ **Ε.** $(-\infty, +\infty)$

7. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ είναι

- A. $[-1, 1]$ B. $[-1, \infty)$ Γ. $(-1, 1)$ Δ. $(-\infty, 1]$ Ε. $(-\infty, +\infty)$

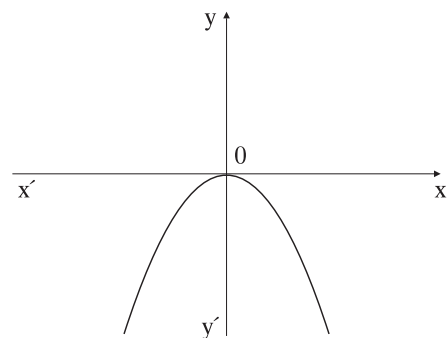
8. * Το διάγραμμα που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης

- A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = x$
 Γ. $f(x) = \frac{1}{x}$ Δ. $f(x) = -\frac{1}{x}$
 Ε. $f(x) = -2x$



9. * Το διάγραμμα που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης

- A. $f(x) = x^2$ B. $f(x) = -x^2$
 Γ. $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ Δ. $f(x) = \frac{1}{x^2}$
 Ε. $f(x) = \frac{1}{x}$



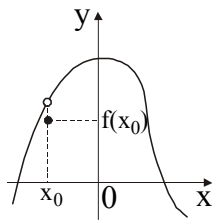
10. * Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν κοινό πεδίο ορισμού το $A \subseteq \mathbb{R}$, τότε η συνάρτηση $h = \frac{f}{g}$ έχει πεδίο ορισμού

- A. το σύνολο \mathbb{R} B. τα $x \in A: f(x) \neq 0$ Γ. τα $x \in A: g(x) \neq 0$
 Δ. τα $x \in A: f(x) = 0, g(x) \neq 0$ Ε. τα $x \in A: f(x) = g(x) = 0$

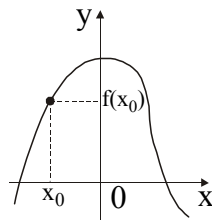
11. * Μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν

- A. ισχύει $f(x_0) = 0$ B. ισχύει $f(x_0) \neq 0$ Γ. υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
 Δ. ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ Ε. ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$

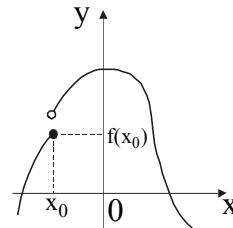
12. *



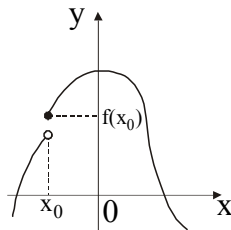
σχ.1



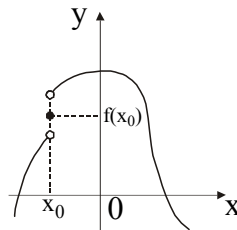
σχ.2



σχ.3



σχ.4



σχ.5

Στα παραπάνω σχήματα παρουσιάζονται πέντε γραφικές παραστάσεις ισάριθμων συναρτήσεων. Στη θέση x_0 συνεχής είναι η συνάρτηση

- A.** του σχήματος 1 **B.** του σχήματος 2 **Γ.** του σχήματος 3
Δ. του σχήματος 4 **Ε.** του σχήματος 5

13. * Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν

- A.** υπάρχει το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(h)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$
B. υπάρχει το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$
Γ. υπάρχει το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$ και είναι πραγματικός αριθμός
Δ. το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = +\infty$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$
Ε. το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = -\infty$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$

14. * Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f , σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, εκφράζει

- A.** την τιμή της συνάρτησης στη θέση x_0
B. την τιμή του κλάσματος $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \neq 0$
Γ. το ρυθμό μεταβολής της $f(x)$ ως προς x , όταν $x = x_0$
Δ. το ρυθμό μεταβολής της $f(x)$ ως προς $x - x_0$
Ε. κανένα από τα παραπάνω

15. * Παράγωγο $f'(x_0)$ μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ονομάζουμε
- Α. το φηλικόν $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$ Β. το $\lim_{h \rightarrow 0} (f(x_0 + h) - f(x_0))$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$
- Γ. το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $\eta \in \mathbb{P}$, $\eta \neq 0$ Δ. το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h)}{h}$, $\eta \in \mathbb{P}$, $\eta \neq 0$
- Ε. το πηλικόν $\frac{f(x_0 + h)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$
16. * Εάν $S(t)$ είναι η θέση ενός κινητού τη χρονική στιγμή t , που κινείται ευθύγραμμα, τότε το κλάσμα $\frac{S(t_0 + h) - S(t_0)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$ εκφράζει
- Α. τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$
- Β. τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$
- Γ. τη μέση τιμή της επιτάχυνσης στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$
- Δ. τη στιγμιαία τιμή της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή $t = t_0$
- Ε. τη διαφορά του διαστήματος που διήνυσε το κινητό από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_0 + h$
17. * Εάν $S(t)$ είναι η θέση ενός κινητού τη χρονική στιγμή t , που κινείται ευθύγραμμα, τότε η τιμή $A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(t_0 + h) - S(t_0)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$ εκφράζει
- Α. τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$
- Β. τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$
- Γ. τη μέση τιμή της επιτάχυνσης στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$
- Δ. τη στιγμιαία τιμή της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή $t = t_0$
- Ε. τη διαφορά του διαστήματος που διήνυσε το κινητό από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_0 + h$
18. ** Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε διάστημα $\Delta \subseteq \mathbb{R}$ και γνησίως φθίνουσα στο Δ , τότε η f' είναι αρνητική
- Α. μόνο σ' ένα σημείο του Δ Β. σε όλα τα εσωτερικά σημεία του Δ
- Γ. στο σημείο μηδέν Δ. μόνο στα σημεία που μηδενίζουν την f
- Ε. κανένα από τα παραπάνω
19. * Αν για συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ , ισχύουν $f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) < 0$, με x_0 εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η συνάρτηση f
- Α. παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = x_0$ Β. είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το διάστημα Δ
- Γ. παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = x_0$ Δ. δεν παρουσιάζει ακρότατο για $x = x_0$
- Ε. είναι σταθερή συνάρτηση
20. * Αν για συνάρτηση f , παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ , ισχύουν $f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) > 0$, με x_0 εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η συνάρτηση f
- Α. παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = x_0$ Β. είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το διάστημα Δ
- Γ. παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = x_0$ Δ. δεν παρουσιάζει ακρότατο για $x = x_0$

Ε. είναι σταθερή συνάρτηση

21. * Η συνάρτηση f , παραγωγίσιμη σ' ένα ανοικτό διάστημα Δ , είναι γνησίως αύξουσα στο Δ , αν ισχύει

A. $f'(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

B. $f(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Γ. $f'(x) > 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Δ. $f'(x) < 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Ε. κανένα από τα παραπάνω

22. * Η συνάρτηση f , παραγωγίσιμη σ' ένα ανοικτό διάστημα Δ , είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ , αν ισχύει

A. $f'(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

B. $f(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Γ. $f'(x) > 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Δ. $f'(x) < 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Ε. κανένα από τα παραπάνω

23. ** Έστω συνάρτηση f , παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 εσωτερικό σημείο του Δ για το οποίο υπάρχει $f''(x_0)$. Το εσωτερικό σημείο x_0 , είναι σημείο ακροτάτου της f , αν ισχύει

A. $f(x_0) = 0$

B. $f'(x_0) \neq 0$

Γ. $f''(x_0) = 0$

Δ. $f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) \neq 0$

Ε. $f'(x_0) > 0$ και $f(x_0) = 0$

24. * Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^2$ είναι (για $h \neq 0$)

A. $\lim_{h \rightarrow 2} \frac{h(2x+h)}{h}$

B. $\lim_{h \rightarrow 0} h(2x+h)$

Γ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$

Δ. 2

Ε. x

25. * Αν ο μεγιστοβάθμιος όρος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης είναι ax^a , όπου $a \neq 0$, $a \neq 1$, τότε η παράγωγός της είναι

A. σταθερή συνάρτηση

B. τριγωνομετρική συνάρτηση

Γ. πολυωνυμική συνάρτηση με μεγιστοβάθμιο όρο τον a^2x^{a-1}

Δ. πολυωνυμική συνάρτηση με μεγιστοβάθμιο όρο τον ax^{a-1}

Ε. δεν μπορούμε να το γνωρίζουμε χωρίς τον τύπο της συνάρτησης

26. * Η συνάρτηση $h(x) = \sqrt{x^2}$ είναι

A. σύνθεση των συναρτήσεων $f(x) = \sqrt{x}$ και $g(x) = x$

B. σύνθεση των συναρτήσεων $f(x) = x^2$ και $g(x) = \sqrt{x^2}$

Γ. άλλη μορφή της συνάρτησης $f(x) = x$

Δ. άλλη μορφή της συνάρτησης $f(x) = |x|$

Ε. κανένα από τα παραπάνω

27. * Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu 3x$ είναι

A. άλλη μορφή της συνάρτησης $f(x) = 3\eta\mu x$

B. η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \sigma\upsilon\nu 3x$

Γ. σύνθεση των συναρτήσεων $f(x) = \eta\mu x$, $g(x) = 3x$

Δ. η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu 3x}{3}$

Ε. κανένα από τα παραπάνω

28. * Αν $L(x) = f(g(x))$, όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε

A. $L'(x) = f'(g(x))$

B. $L'(x) = f'(x) \cdot g'(x)$

Γ. $L'(x) = f'(x) + g'(x)$

$$\Delta. L'(x) = f'(g(x)) \cdot f(x) \quad \text{E. } L'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

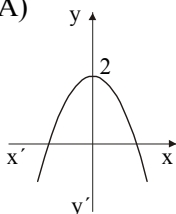
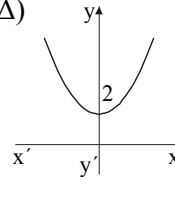
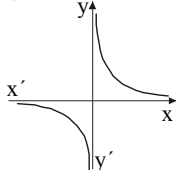
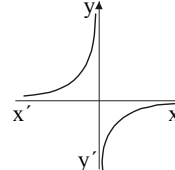
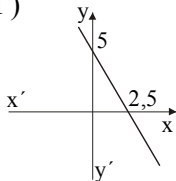
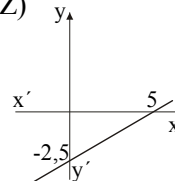
1. * Αντιστοιχίστε τον κάθε τύπο συνάρτησης της στήλης Α με το διάστημα ή ένωση διαστημάτων της στήλης Β, που είναι το πεδίο ορισμού της.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $f(x) = 2x$	α. \mathbb{R}
2. $f(x) = \frac{3}{x-1}$	β. $(0, 1)$
3. $f(x) = \frac{1}{x}$	γ. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
4. $f(x) = \sqrt{x-1}$	δ. $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$
5. $f(x) = \frac{2x}{x+1}$	ε. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
	φ. $(1, \infty)$
	γ. $[1, \infty)$

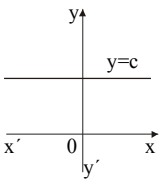
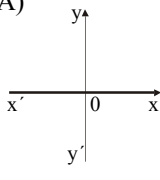
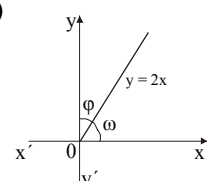
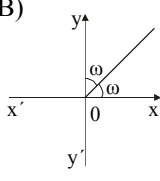
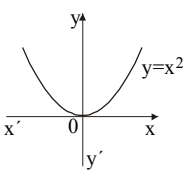
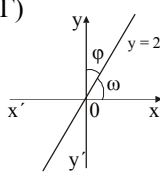
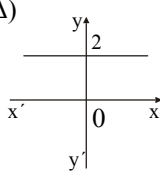
2. * Αντιστοιχίστε τον κάθε τύπο συνάρτησης της στήλης Α με το διάστημα ή ένωση διαστημάτων της στήλης Β, που είναι το πεδίο ορισμού της.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $f(x) = \sqrt{x}$	α. $[0, +\infty)$
2. $f(x) = \sqrt{x+2}$	β. $[-2, +\infty)$
3. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	γ. $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$
4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$	δ. $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$
	ε. $(0, +\infty)$
	φ. $(-2, 0) \cup (0, \infty)$
	γ. $(-2, +\infty)$

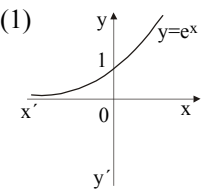
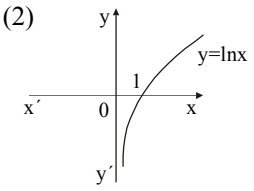
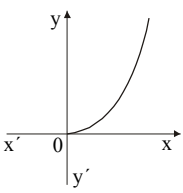
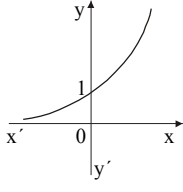
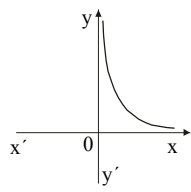
3. * Αντιστοιχίστε τον κάθε τύπο της συνάρτησης της στήλης A με τη γραφική της παράσταση στη στήλη B.

Στήλη A	Στήλη B
<p>1. $f(x) = -3x^2 + 2$</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>(Δ)</p>  </div> </div>
<p>2. $\varphi(x) = \frac{6}{x}$</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>(E)</p>  </div> </div>
<p>3. $h(x) = -2x + 5$</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(Γ)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>(Z)</p>  </div> </div>

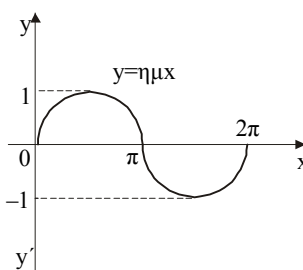
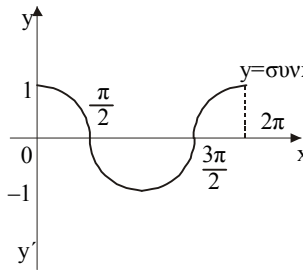
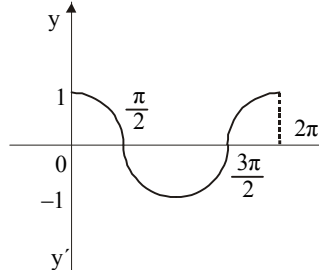
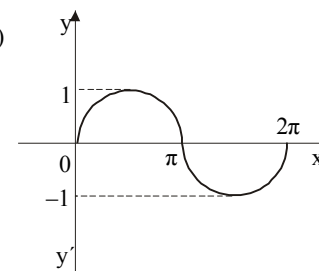
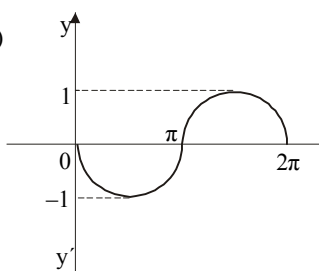
4. * Στη στήλη Α παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις τριών συναρτήσεων. Αντιστοιχίστε καθεμιά από αυτές με τη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
<p>(1)</p> 	<p>(Α)</p> 
<p>(2)</p> 	<p>(Β)</p> 
<p>(3)</p> 	<p>(Γ)</p>  <p>(Δ)</p> 

5. * Στη στήλη Α παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων. Αντιστοιχίστε καθεμιά από αυτές με τη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
<p>(1) </p> <p>(2) </p>	<p>(Α) </p> <p>(Β) </p> <p>(Γ) </p>

6. * Στη στήλη Α παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων. Αντιστοιχίστε καθεμιά από αυτές με τη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
<p>(1) </p> <p>(2) </p>	<p>(Α) </p> <p>(Β) </p> <p>(Γ) </p>

7. * Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου της που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α $f(x)$	Στήλη Β $f'(x)$
1. $3x^2$ 2. $3x$ 3. $2(x^2 - 1)$ 4. $(3x)^2$ 5. $(3x - 1)^2$ 6. $3x^2 - x$	α. $6x^2 - 1$ β. $6x$ χ. 3 δ. $4x$ ε. $3x - 1$ φ. $18x$ γ. $6(3x - 1)$ η. $6x^2$ ι. $6x - 1$

8. * Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου της που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α $f(x)$	Στήλη Β $f'(x)$
1. a 2. ax 3. $\beta x + a$ 4. $ax^2 + \beta$ 5. βx^2 6. $ax^2 - \beta x$ 7. $\beta x^2 + ax - \gamma$	α. 0 β. a χ. β δ. $ax + \beta$ ε. $2ax$ φ. $2\beta x + \gamma$ γ. $2\beta x$ η. $2ax - \beta$ ι. $2ax + \beta$ φ. $2\beta x + a$ κ. $2a + \beta x$

9. * Στη στήλη Α του παρακάτω πίνακα υπάρχουν τα πρώτα μέλη ισοτήτων, οι οποίες εκφράζουν τους κανόνες παραγώγισης. Στη στήλη Β υπάρχουν τα δεύτερα μέλη των ισοτήτων αυτών. Αντιστοιχίστε τα στοιχεία της στήλης Α με εκείνα της στήλης Β ώστε να προκύψουν οι γνωστοί κανόνες παραγώγισης.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $(c f(x))' =$	α. $f'(x) g(x) + f(x) g'(x)$
2. $(f(x) + g(x))' =$	β. $\frac{f'(x) g(x) - f(x) g'(x)}{g^2(x)}$
3. $(f(x) \cdot g(x))' =$	γ. $f'(x) + g'(x)$
4. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' =$	δ. $c f'(x)$
5. $[f(g(x))]' =$	ε. $f'(x) \cdot g'(x)$
	φ. $f'(g(x)) \cdot g'(x)$
	γ. $\frac{f'(x)}{g'(x)}$

Ερωτήσεις συμπλήρωσης - σύντομης απάντησης

1. * Να συμπληρώσετε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \sqrt{x^2}$ Α =

β) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ Α =

γ) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ Α =

δ) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ Α =

ε) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ Α =

2. * Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -2$, να βρείτε και να συμπληρώσετε τα $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, όταν:

α) $g(x) = 3 f(x) - 1$ $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) =$

β) $g(x) = 2 - 4 f(x)$ $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) =$

γ) $g(x) = (2 f(x))^2$ $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) =$

$$\delta) g(x) = \frac{2f(x)-1}{5-3f(x)} \dots \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) =$$

$$\epsilon) g(x) = \sqrt[3]{-8f(x)+11} \dots \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) =$$

3. * Να συμπληρώσετε τα παρακάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 6x - 1) = \dots$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{3x} = \dots$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow 3} (5\sqrt{6x-1}) = \dots$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow -1} [(3x+2)(5x-3)]^2 = \dots$$

$$\epsilon) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} [\eta\mu x + 3\sigma\upsilon\nu x] = \dots$$

$$\sigma\tau) \lim_{x \rightarrow 0} [2\eta\mu x - 4\sigma\upsilon\nu x] = \dots$$

4. * Να συμπληρώσετε τα παρακάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \dots$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4-16}{x^3+8} = \dots$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2+5x+3}{2(x+1)} = \dots$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2-4x-5} = \dots$$

5. * Να συμπληρώσετε τις τιμές των παραγώγων των παρακάτω συναρτήσεων στα αντίστοιχα σημεία:

$$\alpha) f(x) = x^2 \quad f'(0) = \dots$$

$$\beta) f(x) = x^2 + 1 \quad \dots \quad f'(1) =$$

$$\gamma) f(x) = 2x^2 - 3 \quad \dots \quad f'(-1) =$$

$$\delta) f(x) = \eta\mu x \quad f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dots$$

$$\epsilon) f(x) = \frac{1}{x^2-2} \quad \dots \quad f'(0) =$$

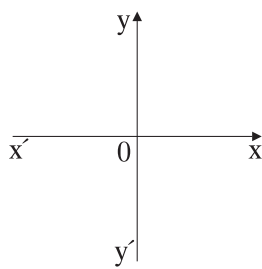
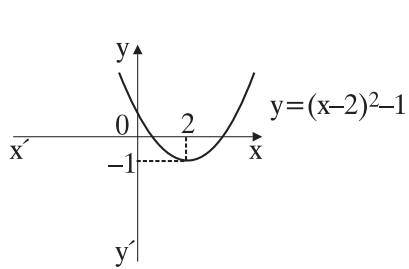
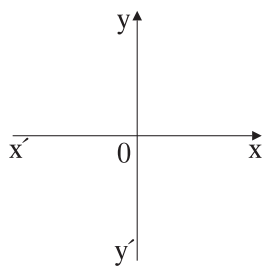
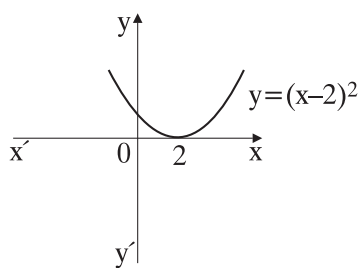
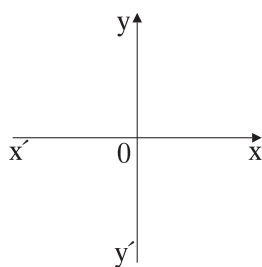
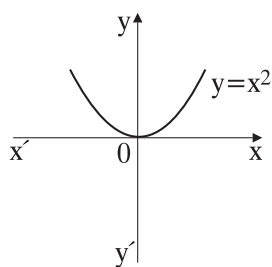
6. * Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων στα αντίστοιχα σημεία:

$$\alpha) f(x) = x^2 - 1 \quad A(0, f(0)) \dots y =$$

$$\beta) f(x) = 2x^2 - 1 \quad A(1, f(1)) \dots y =$$

$$\gamma) f(x) = 3x^2 - 2 \quad A(-1, f(-1)) \dots y =$$

7. * Για κάθε γραφική παράσταση της $y = f(x)$ χαράξτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της.



8. * Στη στήλη Α δίνονται τύποι συναρτήσεων. Συμπληρώστε στη στήλη Β τους αντίστοιχους τύπους των πρώτων παραγώγων τους.

Στήλη Α $f(x)$	Στήλη Β $f'(x)$
$x - 1$	
$(x - 1)^2$	
$(x^2 - 1)^2$	
$(x - 1)^{\frac{2}{3}}$	
$\frac{1}{(x - 1)^2}$	
$\frac{1}{\sqrt{x - 1}}$	
$\frac{1}{\sqrt{(x - 1)^3}}$	

9. * Στη στήλη Α δίνονται τύποι συναρτήσεων. Συμπληρώστε στη στήλη Β τους αντίστοιχους τύπους των πρώτων παραγώγων τους.

Στήλη Α $f(x)$	Στήλη Β $f'(x)$
$\sqrt{\eta\mu x}$	
$\sqrt{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}$	
$x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$	
$\frac{x}{\sqrt{\eta\mu x}}$	
$\frac{\eta\mu x}{\sqrt{x}}$	

10. * Στη στήλη Α δίνονται τύποι συναρτήσεων. Συμπληρώστε στη στήλη Β τους αντίστοιχους τύπους των πρώτων παραγώγων τους.

Στήλη Α $f(x)$	Στήλη Β $f'(x)$
$x - \ln x$	
$x \cdot e^{\frac{1}{x}}$	
e^{-2x^3+1}	
$\ln \sqrt{x^2 - 2}$	

11. * Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τύποι τεσσάρων συναρτήσεων. Να συμπληρώσετε τη στήλη Β με το αντίστοιχο πεδίο ορισμού τους, τη στήλη Γ με την πρώτη παράγωγό τους και τη στήλη Δ και τη δεύτερη παράγωγό τους.

Στήλη Α	Στήλη Β πεδίο ορισμού	Στήλη Γ πρώτη παρά- γωγος	Στήλη Δ δεύτερη παρά- γωγος
$h(x) = \frac{1}{x^2}$			
$\varphi(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$			
$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$			
$g(x) = \frac{x-1}{x^2}$			

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Να βρείτε:
- α) το πεδίο ορισμού της, A
 - β) για ποιες τιμές του $x \in A$ έχουμε $f(x) = 0$
 - γ) το πεδίο ορισμού B της συνάρτησης $g(x) = \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$
2. ** Δίνεται η συνάρτηση g με $g(x) = x^2 + 2$.
- α) Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ έχουμε $g(x) = 0$;
 - β) Να βρείτε: i) το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης $f(x) = \frac{x}{x^2 + 2}$
ii) το πεδίο ορισμού B της συνάρτησης $h(x) = \sqrt{x^2 + 2}$
3. ** Δίνεται η συνάρτηση g με $g(x) = x^2 - 1$.
- α) Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ έχουμε $g(x) = 0$;
 - β) Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση $g(x)$ είναι θετική;
 - γ) Να βρείτε: i) το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$
ii) το πεδίο ορισμού B της συνάρτησης $h(x) = \sqrt{x^2 - 1}$
iii) το πεδίο ορισμού Γ της συνάρτησης $\varphi(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}}$
4. ** Δίνεται η συνάρτηση g με $g(x) = x - 4$.
- α) Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ έχουμε $g(x) = 0$;
 - β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης $f(x) = \frac{2x - 1}{x - 4}$
5. ** Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με $f(x) = x^2 - 4x - 2$ και $g(x) = 3x - 2, x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
- α) τον τύπο της συνάρτησης $f(x) + g(x)$ και να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της, A
 - β) τον τύπο της συνάρτησης $3f(x) - 2g(x)$ και να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της, B
 - γ) τον τύπο της συνάρτησης $f(x) \cdot g(x)$ και να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της, Γ
 - δ) τον τύπο της συνάρτησης $\frac{f(x)}{g(x)}$ και να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της, Δ
6. ** Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με $f(x) = 2x^2 - 3x + 1, g(x) = 5x^2 - 1, x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
- α) το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ και το $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$
 - β) το $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) + 2g(x)]$
7. ** Δίνεται η συνάρτηση φ με $\varphi(x) = \frac{3x - 2}{2x + 3}$. Να βρείτε:
- α) το πεδίο ορισμού της, A
 - β) το $\lim_{x \rightarrow 1} \varphi(x)$
 - γ) το $\lim_{x \rightarrow 1} [\varphi(x)]^3$
8. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \sqrt{6x^2 - 2}$. Να βρείτε:
- α) το πεδίο ορισμού της, A
 - β) το $\lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}} f(x)$

19. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \begin{cases} \frac{-x+x^2}{x-1}, & x \neq 1 \\ \alpha & , x = 1 \end{cases}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της, A β) το $\lim_{x \rightarrow +1} \frac{-x+x^2}{x-1}$

γ) την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$, ώστε η f να είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 1$

20. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x \neq 2 \\ \alpha & , x = 2 \end{cases}$. Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$, ώστε η

συνάρτηση f να είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 2$.

21. ** Η διαγώνιος ενός τετραγώνου είναι δ . Να εκφράσετε, ως συνάρτηση της διαγωνίου δ :

α) την περίμετρό του β) το εμβαδό του

22. ** Οι κάθετες πλευρές AB , AG ενός ορθογωνίου τριγώνου ABG ($A = 90^\circ$) μεταβάλλονται έτσι ώστε το εμβαδό του να παραμένει σταθερό και ίσο με 12 m^2 . Να εκφράσετε το μήκος x της πλευράς AB , ως συνάρτηση του μήκους y της πλευράς AG .

23. ** Ένας κυκλικός τομέας ακτίνας r έχει εμβαδό 30 cm^2 . Να εκφράσετε την περίμετρό του, ως συνάρτηση της ακτίνας r .

24. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{x^2}{3}$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:

α) την $f'(3)$

β) το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της συνάρτησης f , στο σημείο με $x = 3$

γ) την εξίσωση της παραπάνω εφαπτομένης

25. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = ax^2$, $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την $f'(2)$.

β) Να προσδιορίσετε το a , ώστε ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο $(2, f(2))$ να είναι 4.

26. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^2 + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την $f'(0)$.

β) Να προσδιορίσετε το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο με $x = 0$.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο $(0, f(0))$.

27. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^2 - 5x + 6$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:

α) την $f'(x)$

β) την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , που είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

28. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 2x^2 - ax$, $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την $f'(2)$.

β) Να προσδιορίσετε το a , ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $(2, f(2))$ να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45° .

29. ** Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ η εφαπτομένη της καμπύλης, που είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -2x^2 + x - 3$ στο σημείο $(\frac{1}{4}, f(\frac{1}{4}))$.
30. ** Η θέση ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα, δίνεται συναρτήσει του χρόνου από τον τύπο $S(t) = 2t + t^2$, όπου το t μετριέται σε sec και το S σε μέτρα. Να βρείτε:
- τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $[0, 4]$ sec
 - τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού, όταν $t = 1$ sec (1 sec μετά την εκκίνησή του).
31. ** Η θέση ενός κινητού, που εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση, δίνεται συναρτήσει του χρόνου t (σε sec) από τον τύπο $S(t) = 3t^2 - t$. Να βρείτε:
- τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $[2, 4]$ sec
 - τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού, όταν $t = 3$ sec (3 sec μετά την εκκίνησή του).
32. ** Η ταχύτητα, ενός κινητού, που κινείται ευθύγραμμα, συναρτήσει του χρόνου t (σε sec), δίνεται από τον τύπο $v(t) = 3t^2 - 5$.
- Να εκφράσετε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας (επιτάχυνση) του κινητού ως προς t , όταν $t = t_0$.
 - Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας (επιτάχυνση) του κινητού ως προς t , όταν $t = 10$ sec (10 sec μετά την εκκίνησή του).
33. ** Ένας πληθυσμός μικροβίων P μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου t (σε ώρες) σύμφωνα με τον τύπο $P(t) = 10^3 - 5 \cdot 10^2 (1+t)^{-1}$.
- Να βρείτε τον αρχικό αριθμό μικροβίων ($t = 0$).
 - Να βρείτε τον αριθμό των μικροβίων όταν $t = 9$ ώρες.
 - Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του πληθυσμού των μικροβίων ως προς το χρόνο, όταν $t = 9$ ώρες.
34. ** Ο πληθυσμός A μιας περιοχής δίνεται, συναρτήσει του χρόνου t (σε έτη) από τον τύπο $A(t) = 10 \cdot e^{0.04t}$ (σε χιλιάδες). Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του πληθυσμού αυτής της περιοχής, ως προς το χρόνο, ύστερα από 25 έτη.
35. ** Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με $f(x) = \frac{x^3}{e^x}$, $g(x) = e^x \cdot x^2$. Να βρείτε:
- Την πρώτη παράγωγο i) της f και ii) της g .
 - Τις παραγώγους i) $f'(1)$ και ii) $g'(1)$.
36. ** Να βρείτε πολώνυμο $P(x)$ τρίτου βαθμού, τέτοιο ώστε $P(0) = -1$, $P'(1) = 5$, $P'(0) = 2$, $P''(1) = 2$.
37. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 2x - x^2$.
- Να βρείτε: i) την $f'(x)$ ii) την $f''(x)$
 - Να αποδειχθεί ότι: $(1-x)f''(x) + f'(x) = 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
38. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = e^{2x}$.
- Να βρείτε: i) την $f'(x)$ ii) την $f''(x)$ β) Να δείξετε ότι: $2f'(x) - f''(x) = 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
39. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = e^{\alpha x}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
- Την $f'(x)$ β) Την $f''(x)$
 - Τις τιμές του α , ώστε να ισχύει η σχέση $f''(x) + 2f'(x) = 3f(x)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
40. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = (3x-2) \cdot \sqrt{(x+1)^3}$. Να βρείτε:

- α) Την $f'(x)$ β) Το $f'(0)$.
41. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$. Να βρείτε:
- α) Το πεδίο ορισμού της, A β) Την $f'(x)$.
42. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$. Να βρείτε:
- α) Το πεδίο ορισμού της, A β) Την $f'(x)$.
43. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{1 - \eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$. Να βρείτε:
- α) Το πεδίο ορισμού της, A β) Την $f'(x)$.
44. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x + 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
- α) Την $f'(x)$
- β) Τα σημεία της καμπύλης της συνάρτησης, στα οποία οι εφαπτόμενες σ' αυτήν, είναι παράλληλες στον άξονα $x'x$.
45. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = (x + 1)^2$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
- α) Την $f'(x)$
- β) Το συντελεστή διεύθυνσης λ της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο με τετμημένη 4.
46. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = -x^2 + 3x - 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
- α) Την $f'(x)$
- β) Την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f , που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 135° .
47. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \alpha(x + 1)^2$, $x \in \mathbb{R}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρείτε την $f'(x)$.
- β) Να προσδιορίσετε τον α , ώστε ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο $(1, f(1))$ να είναι 4.
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της παραπάνω εφαπτομένης ευθείας.
48. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^2 - 4x + 2$, $x \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρείτε την $f'(x)$
- β) Να προσδιορίσετε το σημείο A της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , στο οποίο η εφαπτομένη της σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα $x'x$.
49. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 2x^2 - \alpha x + \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και η ευθεία $y = 3x - 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε τα α, β ώστε η ευθεία $y = 3x - 1$ να είναι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο με τετμημένη 2.
50. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
- α) Την $f'(x)$.
- β) Τις εξισώσεις των εφαπτομένων της γραφικής παράστασης της f , που είναι παράλληλες στην ευθεία $y = x + 3$.
51. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{2}{x^2}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.

- α) Να δείξετε ότι $f'(a) = -\frac{4}{a^3}$ για κάθε $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$.
- β) Να προσδιορίσετε την εξίσωση της ευθείας που εφάπτεται στο σημείο $(a, \frac{2}{a^2})$ της γραφικής παράστασης της f .
- 52.** ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 3, x \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρείτε την $f'(x)$.
- β) Να εξετάσετε τη μονοτονία της.
- γ) Να προσδιορίσετε τα ακρότατά της (αν υπάρχουν).
- 53.** ** Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους: $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$ και $g(x) = 4x - x^2 + 2, x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
- α) i) την $f'(x)$ και ii) την $g'(x)$.
- β) Τις θέσεις για τις οποίες οι συναρτήσεις παρουσιάζουν ακρότατο
- γ) Τις τιμές των ακροτάτων αυτών.
- 54.** ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x - 2, x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
- α) Την $f'(x)$
- β) Για ποιες τιμές του x έχουμε $f'(x) = 0$
- γ) Ποιες από τις παραπάνω τιμές των x είναι θέσεις ακροτάτων για την f
- δ) Τις τιμές των ακροτάτων.
- 55.** ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \kappa x^2 + \lambda x + 3, x \in \mathbb{R}, \kappa, \lambda \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρείτε τα κ, λ ώστε η f να έχει στη θέση $x = 1$ τοπικό ακρότατο ίσο με -2 .
- β) Τι είδους ακρότατο παρουσιάζει η συνάρτηση στη θέση $x = 1$;
- 56.** ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^3 - 3x, x \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν τα διαστήματα που η f είναι:
- α) Αύξουσα β) Φθίνουσα
- 57.** ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$.
- α) Να βρεθούν οι $f'(x), f''(x)$.
- β) Να μελετηθεί η συνάρτηση f , ως προς τη μονοτονία της.
- γ) Να προσδιοριστούν τα ακρότατά της (αν υπάρχουν).
- 58.** ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = (2x - x^2) e^x, x \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρεθούν: i) το πεδίο ορισμού της, ii) η $f'(x)$ και η $f''(x)$.
- β) Να μελετηθεί η f ως προς: i) τη μονοτονία της, ii) τα ακρότατά της και να εντοπιστούν αυτά, αν υπάρχουν.
- 59.** ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \kappa x^3 + \lambda x^2 + 3x - 1, x \in \mathbb{R}, \kappa, \lambda \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρείτε την $f'(x)$.
- β) Να προσδιορίσετε τα κ, λ , ώστε η f να έχει τοπικά ακρότατα στα σημεία με τετμημένες $x_1 = 2, x_2 = -2$. γ) Να βρείτε τις τιμές των ακροτάτων.
- 60.** ** Από όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με την ίδια περίμετρο, ποιο είναι εκείνο που έχει το μέγιστο εμβαδό;
- 61.** ** Από όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με εμβαδό 1600 m^2 , να βρείτε τις διαστάσεις εκείνου, που έχει την μικρότερη περίμετρο.

62. ** Να αποδείξετε ότι από όλα τα ισοσκελή τρίγωνα, που είναι εγγεγραμμένα σε κύκλο ακτίνας R , το ισόπλευρο έχει μεγαλύτερο εμβαδό.
63. ** Να βρεθούν δύο αριθμοί x, y με σταθερό άθροισμα 12, που να έχουν το μεγαλύτερο γινόμενο.
64. ** Η τιμή πώλησης ενός μηχανικού εξαρτήματος είναι 1.000 δρχ. Το κόστος του συναρτήσει του χρόνου κατασκευής (σε ώρες) προσεγγίζεται από τον τύπο της συνάρτησης: $K(t) = t^2 + 250t^{-1}$
 α) Πότε πραγματοποιήθηκε το μέγιστο κέρδος; β) Πόσο είναι αυτό;
65. ** Η ενέργεια που καταναλώνει ένας μικροοργανισμός που κινείται μέσα στο αίμα ενός ασθενούς με ταχύτητα v , προσεγγίζεται από τον τύπο της συνάρτησης: $E(v) = \frac{1}{v} [2(v - 35)^2 + 750]$
 α) Με ποια ταχύτητα πρέπει να κινηθεί για να καταναλώσει τη μικρότερη ενέργεια;
 β) Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια;
66. ** Η ενέργεια $W(t)$, που αποδίδεται από ένα πηνίο, μεταβάλλεται με το χρόνο t σύμφωνα με τον τύπο της συνάρτησης: $W(t) = 6t^2 - t^4$ και μετριέται σε Joules.
 α) Να εκφράσετε το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας ως προς το χρόνο (την ισχύ του πηνίου) τη χρονική στιγμή $t = t_0$.
 β) Σε ποια χρονική στιγμή το πηνίο έχει μέγιστη ενέργεια ;
 γ) Πόσα Joules είναι η μέγιστη ενέργεια ;
67. ** Η τιμή εισιτηρίου των αστικών λεωφορείων είναι σταθερή τα τελευταία 8 χρόνια στις 100 δρχ. Το κόστος μεταφοράς ανά επιβάτη στη διάρκεια των 8 χρόνων προσεγγίζεται από τον τύπο της συνάρτησης: $K(t) = t^2 + \frac{250}{t}$ όπου $t \in (0, 8]$ ο χρόνος.
 α) Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή κατά την οποία πραγματοποιήθηκε το μέγιστο κέρδος.
 β) Πόσο είναι αυτό το κέρδος;
68. ** Η θετική αντίδραση ενός οργανισμού σ' ένα φάρμακο περιγράφεται (δίνεται) από τον τύπο της συνάρτησης $f(x) = x^2(a - x)$, $a > 0$ σταθερά και x η ημερήσια δόση του φαρμάκου σε mg. Ποια είναι η ενδεδειγμένη ποσότητα δόσης του φαρμάκου ώστε να έχουμε τη μεγαλύτερη θετική αντίδραση του οργανισμού;
69. ** Ένα εργοστάσιο ζαχαροπλαστικής παρασκευάζει μεταξύ άλλων ταψάκια γαλακτομπούρεκου. Υπολογίστηκε ότι η παρασκευή x ταψιών την εβδομάδα κοστίζει περίπου $(\frac{x^2}{4} + 25x + 25)$ δρχ. Αν η τιμή πώλησης του ταψιού είναι $(1000 - \frac{x}{2})$ δρχ., πόσα ταψάκια γαλακτομπούρεκο πρέπει να παράγει την εβδομάδα, ώστε να έχει το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος;