

## Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

1. \* Συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας (ε) είναι η εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον άξονα x'x. Σ Λ
2. \* Ο συντελεστής διεύθυνσης λ μιας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A (x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) και B (x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>) ορίζεται πάντα ως
- $$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} .$$
- Σ Λ
3. \* Η ευθεία η οποία διέρχεται από τα σημεία A (x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) και B (x<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>) έχει συντελεστή διεύθυνσης μηδέν. Σ Λ
4. \* Υπάρχουν δύο ευθείες ε<sub>1</sub>, ε<sub>2</sub> με συντελεστές διεύθυνσης λ<sub>1</sub>, λ<sub>2</sub> αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει συγχρόνως λ<sub>1</sub> = λ<sub>2</sub> και λ<sub>1</sub>·λ<sub>2</sub> = - 1. Σ Λ
5. \*\* Οι ευθείες με εξισώσεις  $y = \frac{1}{|\lambda|} x$  και  $y = - \lambda x$  είναι κάθετες για κάθε λ ≠ 0. Σ Λ
6. \* Οι ευθείες 2x + y = 1 και x - 2y = 1 τέμνονται. Σ Λ
7. \* Οι ευθείες y = 3x + 1 και 3x - y = 4 τέμνονται. Σ Λ
8. \* Οι ευθείες  $y = - \frac{\kappa}{3} x + 1$  και  $y = - \lambda x + 2$  είναι παράλληλες. Τότε ισχύει κ = 3λ. Σ Λ
9. \* Οι ευθείες y = 2x + 1 και 4x - 2y + 5 = 0 είναι παράλληλες. Σ Λ
- 10.\* Οι διχοτόμοι των γωνιών των αξόνων x'x, y'y έχουν εξισώσεις y = x και y = - x και τέμνονται κάθετα. Σ Λ
- 11.\* Οι ευθείες y = 2 και y = 2x είναι παράλληλες. Σ Λ
- 12.\* Οι ευθείες 5x + y = 1 και x - 5y - 1 = 0 είναι κάθετες. Σ Λ
- 13.\* Τα σημεία A (- 2, - 1), B (1, 4) και Γ (- 4, 2) είναι συνευθειακά. Σ Λ
- 14.\* Τα σημεία A (κ, α), B (λ, α), Γ (μ, α) είναι συνευθειακά. Σ Λ
- 15.\*\* Τα σημεία A (α + β, γ), B (β + γ, α), Γ (γ + α, β) είναι συνευθειακά αν α ≠ β ≠ γ ≠ α. Σ Λ
- 16.\* Η ευθεία που περνά από τα σημεία A (x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) και B (x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>) έχει εξίσωση:  $y - y_2 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} (x - x_2)$  με (x<sub>1</sub> ≠ x<sub>2</sub>). Σ Λ
- 17.\* Από το σημείο A (x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>) περνά μία μόνο ευθεία με δεδομένο συντελεστή διεύθυνσης λ. Σ Λ
- 18.\* Η ευθεία που περνά από το σημείο (1, 2) και είναι παράλληλη προς την ευθεία y = - 3x + 4, έχει εξίσωση y - 2 = - 3 (x - 1). Σ Λ
- 19.\* Η ευθεία AB με A (1, - 4) και B (- 1, - 5) είναι παράλληλη προς την ευθεία  $y = \frac{1}{2} x + 3$ . Σ Λ
- 20.\*\* Δίνονται τα σημεία A (- 3, - 1), B (2, 2), Γ (- 3, 4) και

- $\Delta(3, -6)$ . Η ευθεία AB είναι κάθετη προς την ευθεία  $\Gamma\Delta$ . Σ Λ
- 21.\*\* Η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο  $(1, 1)$  και σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία ίση με  $135^\circ$  είναι  $x + y = 0$ . Σ Λ
- 22.\* Η ευθεία  $\frac{x}{\beta} + \frac{y}{\alpha} = 1$  με  $\alpha, \beta \neq 0$  τέμνει τους άξονες στα σημεία A  $(\alpha, 0)$  και B  $(0, \beta)$ . Σ Λ
- 23.\* Η ευθεία  $2y - 3x + 4 = 0$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $(\frac{4}{3}, 0)$ . Σ Λ
- 24.\* Όταν ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας δεν ορίζεται, τότε η εξίσωσή της είναι της μορφής  $x = x_0$ . Σ Λ
- 25.\* Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία  $x + y = 0$  με τον άξονα  $x'x$  είναι  $45^\circ$ . Σ Λ
- 26.\*\* Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία  $3x + \sqrt{3}y + 1 = 0$  με τον άξονα  $x'x$  είναι  $120^\circ$ . Σ Λ
- 27.\* Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A \neq 0$  είναι πάντα εξίσωση ευθείας. Σ Λ
- 28.\*\* Αν  $A \neq B$ , τότε η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει πάντοτε ευθεία. Σ Λ
- 29.\*\* Στην ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης. Τότε ισχύει  $B = 0$ . Σ Λ
- 30.\* Κάθε εξίσωση ευθείας μπορεί να γραφεί στη μορφή  $Ax + By = 0$ . Σ Λ
- 31.\* Το διάνυσμα  $\vec{n} = (-2, 1)$  είναι κάθετο στην ευθεία  $x + y + 2 = 0$ . Σ Λ
- 32.\* Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{\delta} = (B, -A)$ . Σ Λ
- 33.\* Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{n} = (A, -B)$ . Σ Λ
34. Δύο ευθείες παράλληλες προς τα διανύσματα  $\vec{\delta}_1 = (A, B)$  και  $\vec{\delta}_2 = (-B, A)$  αντίστοιχα είναι μεταξύ τους κάθετες. Σ Λ
- 35.\*\* Μια ευθεία κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{\delta} = (A, B)$  με  $B \neq 0$  έχει εξίσωση της μορφής:  $Ax + By + \Gamma = 0$ . Σ Λ
- 36.\* Η απόσταση του σημείου  $M_0(x_0, y_0)$  από την ευθεία  $(\varepsilon)$ :  
 $Ax + By + \Gamma = 0$  δίνεται από τον τύπο  $d(M_0, \varepsilon) = \frac{Ax_0 + By_0 + \Gamma}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ . Σ Λ
1. \* Η απόσταση  $d(M_0, \varepsilon)$  του σημείου  $M_0(x_0, y_0)$  από την ευθεία  $(\varepsilon): Ax + By + \Gamma = 0$  επαληθεύει την ισότητα  $|Ax_0 + By_0 + \Gamma| = d(M_0, \varepsilon) \sqrt{A^2 + B^2}$ . Σ Λ
- 37.\* Το εμβαδόν ενός τριγώνου ABΓ είναι ίσο με την ορίζουσα  $\det(\vec{AB}, \vec{AG})$ . Σ Λ
- 38.\* Όλα τα διανύσματα με κοινό φορέα έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης. Σ Λ

- 39.\* Η ευθεία  $y = \kappa^2 x + 1$  σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα  $x'x$  για κάθε  $\kappa \neq 0$ . Σ Λ
- 40.\* Η ευθεία  $x + \lambda(x - y) - \lambda = 0$  τέμνει τη διχοτόμο της γωνίας  $xOy$  για κάθε τιμή του αριθμού  $\lambda$ . Σ Λ
- 41.\*\* Οι ευθείες  $\varepsilon_1: y = 2x + 1$ ,  $\varepsilon_2: y = 2x - 1$ ,  $\varepsilon_3: x + 2y + 1 = 0$  και  $\varepsilon_4: x + 2y + 2 = 0$  τεμνόμενες ορίζουν ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Σ Λ
- 42.\*\* Η απόσταση των ευθειών  $\varepsilon_1: y = \lambda x + \beta_1$  και  $\varepsilon_2: y = \lambda x + \beta_2$  δίνεται από τον τύπο:  $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{|\beta_1 - \beta_2|}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$ . Σ Λ
- 43.\* Η εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon$  που είναι κάθετη στην ευθεία  $\varepsilon': x + 3 = 0$  και περνά από το σημείο  $(3, 2)$ , είναι  $y = 3$ . Σ Λ
- 44.\* Οι ευθείες  $2x - 3y = 11$  και  $4y + 3x + 9 = 0$  έχουν κοινό σημείο το  $(-1, 3)$ . Σ Λ
45. Η ευθεία  $y = \lambda x + 3$  έχει δύο κοινά σημεία με τον άξονα  $x'x$  για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Σ Λ
- 46.\* Αν οι ευθείες  $(\mu + 1)x - y = 0$  και  $3x + y - 7 = 0$  είναι παράλληλες, τότε  $\mu = 2$ . Σ Λ
- 47.\*\* Οι ευθείες  $\varepsilon_1: 7x + 3y + 2 = 0$  και  $\varepsilon_2: 2x + 5y - 3 = 0$  είναι κάθετες. Σ Λ
- 48.\* Η εξίσωση  $xy = x$  παριστάνει μια μόνο ευθεία του καρτεσιανού επιπέδου. Σ Λ
- 50.\* Το σημείο  $A(\eta\mu\theta, 0)$  με  $\theta = \frac{\pi}{7}$  ανήκει στην ευθεία  $2x + ky = 3$ . Σ Λ
- 51.\* Η απόσταση των παράλληλων ευθειών  $y = x$  και  $y = x + 1$  είναι 1. Σ Λ
- 52.\*\* Η εξίσωση  $y = x + \beta$  με  $\beta \in \mathbb{R}$  παριστάνει οικογένεια ευθειών παράλληλων προς την ευθεία  $y = x$ . Σ Λ
- 53.\* Ορίζεται τρίγωνο με πλευρές που έχουν εξισώσεις  $3x - y = 4$ ,  $y = -5x - 4$ ,  $y = 3x + 5$ . Σ Λ
- 54.\*\* Η συμμετρική της ευθείας  $y = 3x$  ως προς τον άξονα  $x'x$  έχει εξίσωση  $y = 3x + 3$ . Σ Λ
- 55.\*\* Η εξίσωση του ύψους  $\Gamma\Delta$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  με κορυφές  $A(5, 1)$ ,  $B(6, 3)$  και  $\Gamma(2, 2)$  είναι  $y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 2)$ . Σ Λ
- 56.\*\* Το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από την ευθεία  $2x + 5y = 10$  και τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ , είναι 5 τ.μ. Σ Λ
- 57.\*\* Όλες οι ευθείες της οικογένειας ευθειών:  $(x + y + 1) + \lambda(3x - 2y - 4) = 0$  περνούν από το σημείο  $(2, 1)$ . Σ Λ
- 58.\* Το σύστημα των εξισώσεων δύο παράλληλων ευθειών είναι αδύνατο. Σ Λ
- 59.\*\* Η εξίσωση της ευθείας  $Ax + By + \Gamma = 0$  μπορεί να γραφεί υπό τη μορφή  $\vec{\delta} \cdot \vec{v} + \Gamma = 0$ , όπου  $\vec{\delta} = (A, B)$  και  $\vec{v} = (x, y)$ . Σ Λ
- 60.\* Οι ευθείες  $A_1x + B_1y + \Gamma_1 = 0$  και  $A_2x + B_2y + \Gamma_2 = 0$  είναι

- κάθετες. Τότε ισχύει  $A_1 \cdot A_2 = B_1 \cdot B_2$ . Σ    Λ
- 61.\* Αν  $A, B, \Gamma$  τρία σημεία του επιπέδου και  $(AB\Gamma)$  το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ , τότε:  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}) = 2(AB\Gamma)$  ή  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}) = -2(AB\Gamma)$ . Σ    Λ
- 62.\*\* Τα σημεία  $A(1, 1), B(-1, 1)$  και  $\Gamma(1, -1)$  είναι κορυφές ισοσκελούς τριγώνου. Σ    Λ
- 63.\* Για την απόσταση  $d(A, \varepsilon)$  του σημείου  $A$  από την ευθεία  $\varepsilon$  ισχύει  $d(A, \varepsilon) = 0$ . Το σημείο  $A$  ανήκει στην ευθεία  $\varepsilon$ . Σ    Λ
- 64.\* Η εξίσωση  $x = y$  για  $x \geq 0$  παριστάνει μια ημιευθεία. Σ    Λ
- 65.\* Η εξίσωση  $y = |x|$  παριστάνει μία μόνο ημιευθεία. Σ    Λ

### Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. \*\* Αν η εξίσωση με δύο αγνώστους  $f(x, y) = 0$  (1) είναι εξίσωση μιας γραμμής  $C$ , τότε
- A. οι συντεταγμένες μόνο μερικών σημείων της  $C$  επαληθεύουν την (1)
  - B. οι συντεταγμένες των σημείων της  $C$  δεν επαληθεύουν την (1)
  - Γ. το σημείο του οποίου οι συντεταγμένες επαληθεύουν την (1) δεν ανήκει στην  $C$
  - Δ. όλα τα σημεία που επαληθεύουν την (1) ανήκουν στην  $C$
  - Ε. υπάρχουν σημεία της  $C$  των οποίων οι συντεταγμένες δεν επαληθεύουν την (1)
2. \*\* Δίνεται ένα σημείο  $M$  μιας ευθείας, η οποία είναι παράλληλη με το διάνυσμα  $\vec{v} = (3, -4)$ . Ξεκινώντας από το σημείο  $M$  θα ξαναβρεθούμε σε σημείο της ευθείας, όταν
- A. κινηθούμε 3 μονάδες αριστερά και 4 μονάδες κάτω
  - B. κινηθούμε 3 μονάδες αριστερά και 4 μονάδες πάνω
  - Γ. κινηθούμε 3 μονάδες κάτω και 4 μονάδες δεξιά
  - Δ. κινηθούμε 3 μονάδες κάτω και 4 μονάδες αριστερά
  - Ε. κινηθούμε 3 μονάδες δεξιά και 4 μονάδες πάνω
3. \* Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας ( $\varepsilon$ ) που δεν είναι κάθετη στον  $x'x$  ισούται
- A. με το συνημίτονο της γωνίας  $\varphi$  που σχηματίζει η ( $\varepsilon$ ) με τον  $x'x$
  - B. με την εφαπτομένη της συμπληρωματικής γωνίας που σχηματίζει η ( $\varepsilon$ ) με τον  $x'x$
  - Γ. με το συντελεστή διεύθυνσης ενός διανύσματος κάθετου στην ( $\varepsilon$ )
  - Δ. με την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ( $\varepsilon$ ) με τον  $x'x$
  - Ε. με την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ( $\varepsilon$ ) με το θετικό ημίξονα  $Oy$
4. \* Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας  $7 + 3y = -4x$  είναι
- A. - 4      B. 7      Γ.  $-\frac{4}{3}$       Δ.  $-\frac{7}{3}$       Ε.  $-\frac{3}{4}$

5. \* Η ευθεία (ε) έχει συντελεστή διεύθυνσης  $-\frac{3}{2}$ . Μια άλλη ευθεία (ε'), που είναι κάθετη στην (ε), έχει συντελεστή διεύθυνσης

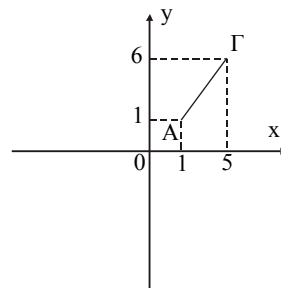
- Α.  $-\frac{3}{2}$       Β.  $-\frac{2}{3}$       Γ.  $\frac{2}{3}$       Δ.  $\frac{3}{2}$       Ε. - 1

6. \* Μια ευθεία (ε) έχει συντελεστή  $\frac{1}{2}$  και διέρχεται από τη σημείο (- 1, 3). Η εξίσωσή της είναι

- Α.  $y + 1 = \frac{1}{2} (x - 3)$       Β.  $y - 3 = \frac{1}{2} (x + 1)$       Γ.  $x + 1 = \frac{1}{2} (y - 3)$   
 Δ.  $x - 3 = \frac{1}{2} (y + 2)$       Ε. καμία από τις παραπάνω

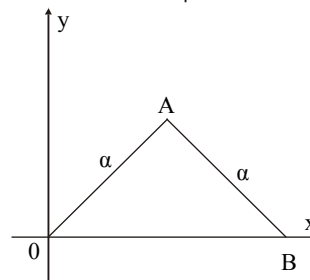
7. \* Στο διπλανό σχήμα ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας ΑΓ είναι

- Α.  $\frac{6}{5}$       Β.  $\frac{5}{4}$       Γ.  $\frac{4}{5}$   
 Δ.  $\frac{2}{3}$       Ε.  $\frac{5}{6}$



8. \* Στο διπλανό σχήμα η εξίσωση της ευθείας ΟΑ είναι  $y = \sqrt{3}x$ . Η γωνία ΟΑΒ ισούται με

- Α.  $30^\circ$       Β.  $60^\circ$       Γ.  $45^\circ$   
 Δ.  $90^\circ$       Ε.  $135^\circ$



9. \* Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας που είναι παράλληλη με τον  $y'y$  ισούται με

- Α. 1      Β. - 1      Γ. 0      Δ.  $\text{εφ} \frac{\pi}{4}$       Ε. δεν ορίζεται

10. \* Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας (ε), που διέρχεται από τα σημεία Α ( $x_1, y_1$ ) και Β ( $x_2, y_2$ ) ορίζεται πάντα όταν

- Α.  $y_1 \neq y_2$       Β.  $x_1 = x_2$  και  $y_1 \neq y_2$   
 Γ.  $x_1 \neq -x_2$  και  $y_1 \neq y_2$       Δ.  $y_1 = y_2$  και  $x_1 = x_2$       Ε.  $x_1 \neq x_2$

11. \*\* Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει πάντα ευθεία με

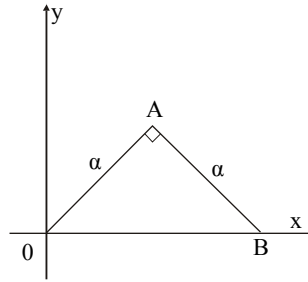
- Α.  $A = 0$  και  $B = 0$       Β.  $A = 0$  ή  $\Gamma \neq 0$   
 Γ.  $A^2 + B^2 \geq 0$       Δ.  $|A| + |B| > 0$       Ε.  $|A| + |B| < 0$

12. \* Στο διπλανό σχήμα η γωνία OAB είναι ορθή,  $\alpha \neq 1$  και B ( $\beta$ , 0). Η εξίσωση της ευθείας OA είναι

A.  $y = \frac{\alpha}{\beta} x$       B.  $y = \frac{\beta}{\alpha} x$       Γ.  $y = \sqrt{\alpha} x$

Δ.  $y = \alpha\beta x$

E.  $y = x$



13. \* Το κοινό σημείο του άξονα  $x'x$  και της ευθείας AB με A (0, 4) και B (1, 5) είναι  
A. (4, 0)      B. (0, 0)      Γ. (5, 0)      Δ. (-4, 0)      E. (0, -3)

14. \* Η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο (1, -1) και είναι παράλληλη στην ευθεία  $2x + 6y = 1$  είναι

A.  $y - 1 = -\frac{1}{3}(x + 1)$       B.  $y + 1 = -\frac{1}{3}(x - 1)$       Γ.  $y - 1 = \frac{1}{3}(x - 1)$

Δ.  $y + 1 = -\frac{1}{3}(x + 1)$       E.  $y + 1 = \frac{1}{3}(x + 1)$

15. \* Αν A (1, 3) και B (-2, 4), τότε η ευθεία AB έχει εξίσωση

A.  $y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 1)$       B.  $y - 4 = -\frac{1}{3}(x + 2)$       Γ.  $y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 3)$

Δ.  $y = -\frac{1}{3}x + 4$       E.  $3y + x + 10 = 0$

16. \*\* Η ευθεία  $y = \lambda x + 3$

A. είναι κάθετη στον  $x'x$  για κάποια τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$

B. είναι κάθετη στον  $y'y$  για κάποια τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$

Γ. για  $\lambda \neq 0$  περνάει από το σημείο  $(\frac{1}{\lambda}, 5)$

Δ. περνάει από την αρχή των αξόνων

E. για  $\lambda = 1$  είναι κάθετη στην  $y = x$

17. \*\* Οι ευθείες  $x + 2y + 1 = 0$  και  $2x + \lambda y - 2 = 0$

A. τέμνονται για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$

B. είναι και οι δύο κάθετες στην  $y = -x$

Γ. είναι κάθετες μεταξύ τους για  $\lambda = -1$

Δ. είναι παράλληλες για  $\lambda = 2$

E. τέμνονται στο σημείο (-1, 0) για  $\lambda = 2$

18. \*\* Το διάνυσμα  $\vec{\delta}(-2, 3)$  είναι κάθετο στην ευθεία

A.  $2x - 3y + 1 = 0$       B.  $2x + 3y + 1 = 0$       Γ.  $3x + 2y + 1 = 0$

Δ.  $3x - 2y + 1 = 0$       E.  $3x - 2y - 1 = 0$

19. \*\* Έστω (ε):  $Ax + By + \Gamma = 0$  (με  $A \neq 0$  και  $B \neq 0$ ), τότε:

- A.** το διάνυσμα  $\vec{v} = (B, A)$  είναι κάθετο στην  $(\varepsilon)$   
**B.** το διάνυσμα  $\vec{v} = (A, -B)$  είναι παράλληλο στην  $(\varepsilon)$   
**Γ.** το διάνυσμα  $\vec{v} = (-B, A)$  είναι παράλληλο στην  $(\varepsilon)$   
**Δ.** το διάνυσμα  $\vec{v} = (A, B)$  είναι παράλληλο στην  $(\varepsilon)$   
**Ε.** το διάνυσμα  $\vec{v} = (-A, B)$  είναι κάθετο στην  $(\varepsilon)$
- 20.** \* Η ευθεία που περνά από το σημείο  $(-1, 5)$  και είναι κάθετη στην ευθεία  $y = \frac{1}{3}x - 7$  έχει εξίσωση  
**A.**  $y = -3x + 7$       **B.**  $y + 1 = -3(x - 5)$       **Γ.**  $y - 5 = -3(x + 1)$   
**Δ.**  $y - 5 = 3(x + 1)$       **Ε.**  $y + 1 = 3(x + 5)$
- 21.** \* Η εξίσωση της ευθείας  $AB$  με  $A(1998, 0)$ ,  $B(0, 1998)$  είναι  
**A.**  $1998x - 1998y = 0$       **B.**  $1998y + 1998x = 1$       **Γ.**  $\frac{x}{1998} + \frac{y}{1998} = 1$   
**Δ.**  $1998x - 1998y = 1$       **Ε.**  $y = 1998x + 1998$
- 22.** \* Στο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων δίνονται τα σημεία  $A(3, 5)$  και  $B(-1, 8)$ . Η προβολή του  $AB$  στον άξονα  $x'x$  έχει μήκος  
**A.** 3      **B.** 5      **Γ.** -1      **Δ.** 8      **Ε.** 4
- 23.** \*\* Έστω ευθεία  $(\varepsilon)$  που διέρχεται από το  $A(x_0, y_0)$  και είναι παράλληλη με το διάνυσμα  $\vec{v} = (\alpha, \beta)$  με  $\alpha\beta \neq 0$ . Τότε η εξίσωση της ευθείας είναι  
**A.**  $\frac{y - y_0}{\beta} = \frac{x - x_0}{\alpha}$       **B.**  $y - y_0 = \beta(x - x_0)$       **Γ.**  $\frac{x - x_0}{y - y_0} = \frac{\beta}{\alpha}$   
**Δ.**  $y = \frac{\beta}{\alpha}(x - x_0)$       **Ε.**  $y - y_0 = -\frac{\beta}{\alpha}(x - x_0)$
- 24.** \*\* Η ευθεία που σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  αμβλεία γωνία είναι  
**A.**  $y = |\lambda|x - 2$       **B.**  $y = 2$       **Γ.**  $y = 3x + 2$   
**Δ.**  $y = |\lambda|x + \beta$  με  $\lambda < 0$       **Ε.** η κάθετη στην  $2x - 3y + 2 = 0$
- 25.** \*\* Αν η ευθεία  $(\varepsilon)$  τέμνει τους άξονες  $x'x$ ,  $y'y$  στα  $A(\alpha, 0)$ ,  $B(0, \beta)$  αντίστοιχα με  $\alpha = 2\beta$ . Τότε  
**A.** η  $(\varepsilon)$  σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με τον  $x'x$   
**B.** η  $(\varepsilon)$  σχηματίζει γωνία  $90^\circ$  με τον  $x'x$   
**Γ.** η  $(\varepsilon)$  σχηματίζει γωνία οξεία με τον  $x'x$   
**Δ.** η  $(\varepsilon)$  σχηματίζει γωνία αμβλεία με τον  $x'x$

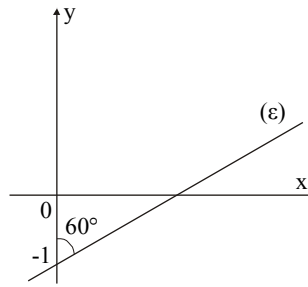
Ε. ο συντελεστής διεύθυνσης της (ε) είναι  $\frac{1}{2}$

26. \*\* Στο διπλανό σχήμα η ευθεία (ε) έχει εξίσωση

Α.  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$       Β.  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$

Γ.  $y = \frac{1}{2}x + 1$       Δ.  $y = \frac{1}{2}x - 1$

Ε.  $y = \sqrt{3}x + 1$



27. \* Αν το σημείο (3, κ) ανήκει στην ευθεία (ε)  $\frac{x-1}{2} + \frac{y-2}{3} = 1$ , τότε

Α. κ = 0      Β. κ = 2      Γ. κ = 3      Δ. κ = 5      Ε. κ = 1

28. \* Στο καρτεσιανό επίπεδο η εξίσωση  $y^2 = x^2$  παριστάνει

Α. μια ευθεία κάθετη στον  $x'x$

Β. μόνο τη διχοτόμο της γωνίας  $xOy$

Γ. μόνο τη διχοτόμο της γωνίας  $yOx'$

Δ. τις διχοτόμους των γωνιών  $xOy$  και  $yOx'$

Ε. μια ευθεία κάθετη στον  $y'y$

29. \*\* Δίνονται τα σημεία Α (8, 1), Β (7, 3), Γ (4, 5). Η εξίσωση του ύψους ΓΔ του τριγώνου ΑΒΓ είναι

Α.  $y - 5 = -\frac{1}{2}(x + 4)$       Β.  $y - 5 = 2(x + 4)$       Γ.  $y - 5 = -2(x - 4)$

Δ.  $y - 5 = \frac{1}{2}(x - 4)$       Ε. καμία από τις προηγούμενες

30. \* Οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ με Α (-8, 4) και Β (-6, -2) είναι

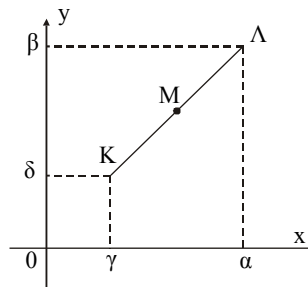
Α. (1, -7)      Β. (3, -1)      Γ. (-5, -1)      Δ. (-7, 1)      Ε. (-1, -3)

31. \* Στο διπλανό σχήμα το μέσο Μ του ΚΛ έχει συντεταγμένες στον άξονα  $x'x$  το σημείο

Α.  $(0, \frac{\beta - \delta}{2})$       Β.  $(\frac{\alpha - \gamma}{2}, \frac{\beta - \delta}{2})$

Γ.  $(\frac{\alpha + \gamma}{2}, 0)$       Δ.  $(\frac{\alpha - \gamma}{2}, 0)$

Ε.  $(\frac{\alpha + \gamma}{2}, \frac{\beta + \delta}{2})$



32. \* Αν Α (1, 3) και Β (5, 3), το συμμετρικό του μέσου του ΑΒ ως προς τον άξονα  $x'x$  είναι το

Α. (2, 3)      Β. (2, -3)      Γ. (3, -3)      Δ. (-3, 3)      Ε. (-3, -3)

33. \* Δίνονται τα σημεία A (0, 4) και B (4, 0). Ο συντελεστής διεύθυνσης της διαμέσου AM του τριγώνου OAB είναι (O το σημείο τομής των  $x'x$ ,  $y'y$ )  
**A.** 4      **B.** 2      **Γ.** 0      **Δ.** - 2      **Ε.** - 4
34. \*\* Δίνεται το παραλληλόγραμμο ABΓΔ με A (0, 0), B (3, 1), Γ (5, 3) και Δ (κ, κ). Η τιμή του κ είναι  
**A.** 3      **B.** 2      **Γ.** 1      **Δ.** - 2      **Ε.** - 3
35. \* Τα σημεία A (1, 1), B (3, 3) και Γ (5, κ) είναι συνευθειακά. Η τιμή του κ είναι  
**A.** - 4      **B.** 3      **Γ.** 1      **Δ.** 5      **Ε.** - 1
36. \* Το σημείο M  $(0, -\frac{9}{2})$  είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB με A (- 1, - 5). Το σημείο B είναι το  
**A.** (0, - 5)      **B.**  $(- 1, -\frac{19}{2})$       **Γ.** (- 1, 4)      **Δ.** (1, - 4)      **Ε.**  $(-\frac{1}{2}, -\frac{19}{2})$
37. \* Δίνεται ευθεία (ε):  $- 3x + 2y + 1 = 0$  και το σημείο M (1, - 2). Τότε η απόσταση του M από την (ε) είναι  
**A.**  $-\frac{6}{\sqrt{13}}$       **B.**  $\frac{6}{13}$       **Γ.**  $-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{13}}$       **Δ.**  $\frac{6}{\sqrt{13}}$       **Ε.**  $\frac{\sqrt{6}}{13}$
38. \*\* Η απόσταση του σημείου A (- 1, 1) από την ευθεία  $ax + by = 0$  με  $a > b$  είναι  
**A.**  $\frac{(\alpha + \beta)\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha^2 + \beta^2}$       **B.**  $\frac{(\alpha - \beta)\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha^2 + \beta^2}$       **Γ.**  $-\frac{|\beta - \alpha|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$   
**Δ.**  $\frac{|\alpha + \beta|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$       **Ε.**  $\frac{(\alpha - \beta)\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha + \beta}$
39. \* Τα σημεία A ( $\alpha, \alpha + 1$ ), B ( $\alpha + 1, \alpha + 2$ ) και Γ ( $\alpha + 2, \alpha + 3$ ) είναι  
**A.** συνευθειακά  
**B.** κορυφές ορθογωνίου τριγώνου  
**Γ.** κορυφές ισοσκελούς ορθογωνίου τριγώνου  
**Δ.** κορυφές ορθογωνίου τριγώνου  
**Ε.** κορυφές ισοσκελούς οξυγωνίου τριγώνου
40. \* Τα σημεία O (0, 0), A (κ, 0), B (0, λ) με  $\kappa, \lambda > 0$  ορίζουν τρίγωνο με εμβαδόν  
**A.**  $2\kappa\lambda$       **B.**  $\frac{1}{2}(\kappa + \lambda)\kappa$       **Γ.**  $\kappa\lambda$   
**Δ.**  $\frac{1}{2}(\kappa - \lambda)(\kappa + \lambda)$       **Ε.**  $\frac{1}{2}\kappa\lambda$

41. \* Το εμβαδόν του τριγώνου με κορυφές A (0, 0), B (α, 0) και Γ (α, β) είναι  
 Α.  $\frac{\alpha\beta}{2}$       Β.  $\frac{\alpha|\beta|}{2}$       Γ. αβ      Δ.  $\frac{|\alpha\beta|}{2}$       Ε.  $\frac{|\alpha|\beta}{2}$
42. \* Η απόσταση του σημείου (5, - 1) από την ευθεία  $3x - 2y - 2 = 0$  είναι  
 Α.  $\frac{13\sqrt{15}}{13}$       Β.  $\frac{13\sqrt{13}}{15}$       Γ.  $\frac{15\sqrt{13}}{13}$       Δ.  $\frac{15\sqrt{15}}{13}$       Ε.  $\frac{15\sqrt{13}}{15}$
43. \*\* Το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από τους άξονες συντεταγμένων και την ευθεία  $3x + 3y = 6$  είναι σε τετραγωνικές μονάδες  
 Α.  $\frac{9}{2}$       Β. 9      Γ. 4      Δ. 2      Ε. 1
44. \* Το συμμετρικό του σημείου (4, 1) ως προς τη διχοτόμο της πρώτης γωνίας των αξόνων είναι  
 Α. (- 4, 1)      Β. (4, - 1)      Γ. (- 4, - 1)      Δ.  $(2, \frac{1}{2})$       Ε. (1, 4)
45. \* Οι ευθείες  $y = 2$  και  $y = \sqrt{3}x - 1$  σχηματίζουν μεταξύ τους οξεία γωνία ίση με  
 Α.  $30^\circ$       Β.  $60^\circ$       Γ.  $45^\circ$       Δ.  $75^\circ$       Ε.  $15^\circ$
46. \* Δυο ευθείες ( $\epsilon_1$ ) και ( $\epsilon_2$ ) τέμνονται. Τότε το σύστημα των εξισώσεων τους  
 Α. έχει άπειρες λύσεις      Β. έχει μοναδική λύση  
 Γ. δεν έχει λύση      Δ. έχει δύο λύσεις  
 Ε. έχει άπειρες λύσεις της μορφής (x, x)
47. \* Μια ευθεία δεν είναι γραφική παράσταση συνάρτησης όταν  
 Α. η εξίσωσή της είναι της μορφής  $y = c$   
 Β. έχει συντελεστή διεύθυνσης 0  
 Γ. είναι παράλληλη με τον  $x'$   
 Δ. δεν ορίζεται ο συντελεστής της  
 Ε. έχει εξίσωση  $y = \lambda x$
48. \* Η ευθεία  $\lambda x + y + \mu = 0$  είναι κάθετη στην  $y = x$ . Τότε ο λ είναι ίσος με  
 Α. - 2      Β. - 1      Γ. 0      Δ. 1      Ε. 2

**Ερωτήσεις αντιστοίχισης**

1. \*\* Να αντιστοιχίσετε κάθε ευθεία που η εξίσωσή της βρίσκεται στη στήλη Α του πίνακα (I) με τον συντελεστή της που βρίσκεται στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II) ( $\alpha, \beta \neq 0$ ). Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $\epsilon_1: y = \alpha x + \beta$	Α. 0
2. $\epsilon_2: y = y_0$	Β. δεν ορίζεται
3. $\epsilon_3: x = x_0$	Γ. 1
4. $\epsilon_4: \alpha x + \beta y + \gamma = 0,$	Δ. $\beta$
5. $\epsilon_5: \frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$	Ε. $\alpha$
	Ζ. $-\frac{\beta}{\alpha}$
	Η. $-\frac{\alpha}{\beta}$

Πίνακας (II)

1	2	3	4	5

2. \*\* Η πρώτη στήλη του πίνακα (I) περιέχει τους συντελεστές διεύθυνσης κάποιων ευθειών και η δεύτερη τις γωνίες που σχηματίζουν οι ίδιες ευθείες με τον άξονα x'x. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

στήλη Α	στήλη Β
1. $\frac{\sqrt{3}}{3}$	Α. 0
2. $-\sqrt{3}$	Β. $\frac{\pi}{4}$
3. δεν ορίζεται	Γ. $\frac{2\pi}{3}$
4. - 1	Δ. $\frac{\pi}{6}$
5. 0	Ε. $\frac{\pi}{3}$
	Ζ. $\frac{\pi}{2}$
	Η. $\frac{5\pi}{6}$
	Θ. $\frac{3\pi}{4}$

**Πίνακας (II)**

1	2	3	4	5

3. \*\* Να αντιστοιχίσετε τις εξισώσεις των ευθειών της στήλης Α του πίνακα (I) με τη γωνία που σχηματίζουν με τον άξονα  $x'x$  της στήλης Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

στήλη Α	στήλη Β
1). $y = x - 1$	Α. $50^\circ$
2). $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$	Β. $45^\circ$
3). $y = -x + \alpha$	Γ. $135^\circ$
	Δ. $30^\circ$
	Ε. $120^\circ$

**Πίνακας (II)**

1	2	3

4. \*\* Να αντιστοιχίσετε τις ευθείες της στήλης Α του πίνακα (I) με τα κάθετα σ' αυτές διανύσματα της στήλης Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

στήλη Α	στήλη Β
1. $y = 2x - 1$	Α. $\vec{\delta}_1 = (0, 2)$
2. $2x + y + 2 = 0$	Β. $\vec{\delta}_2 = (2, -1)$
3. $y = 3$	Γ. $\vec{\delta}_3 = (2, 0)$
4. $x = -1$	Δ. $\vec{\delta}_4 = (2, 1)$
	Ε. $\vec{\delta}_5 = (1, -2)$
	Ζ. $\vec{\delta}_6 = (-1, -2)$

**Πίνακας (II)**

1	2	3	4

5. \*\* Να αντιστοιχίσετε κάθε ζεύγος ευθειών της στήλης Α του πίνακα (I) με το συνημίτιο της οξείας γωνίας τους στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II). Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $\epsilon_1: y = x, \quad \epsilon_2: x = 5$	Α. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Β. 0
2. $\epsilon_1: y = 3, \quad \epsilon_2: y = \sqrt{3}x + 5$	Γ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\epsilon_1: x = -2, \quad \epsilon_2: \sqrt{3}x - y = 0$	Δ. 1 Ε. $\frac{1}{2}$

Πίνακας (II)

1	2	3

6. \*\* Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy να αντιστοιχίσετε κάθε ζεύγος γωνίας - σημείου στη στήλη Α του πίνακα (I) με την αντίστοιχη ευθεία που ορίζεται από αυτό το ζεύγος και βρίσκεται στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $45^\circ, (0, 0)$	Α. $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x + 1)$
2. $60^\circ, (0, 1)$	Β. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1) + 1$
3. $150^\circ, (-1, 0)$	Γ. $y = x - 1$ Δ. $y = x$
4. $30^\circ, (1, 1)$	Ε. $y = \sqrt{3}x + 1$

Πίνακας (II)

1	2	3	4

7. \*\* Να αντιστοιχίσετε σε κάθε ευθεία της στήλης Α του πίνακα (I) την απόσταση της αρχής των αξόνων από αυτή, που εμφανίζεται στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

στήλη Α	στήλη Β
1. $y = 2$	Α. 0
2. $x = -3$	Β. -2
3. $2x - y = 0$	Γ. 1
4. $3x + 4y - 5 = 0$	Δ. 2
	Ε. -1
	Ζ. 3

**Πίνακας (II)**

1	2	3	4

8. \*\* Κάθε σημείο της στήλης Α του πίνακα (I) βρίσκεται σε μια ευθεία της στήλης Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

στήλη Α σημεία	στήλη Β ευθείες
1. (-1, 2)	Α. $x - 3y = 9$
2. (0, -3)	Β. $3x + y = 15$
3. (5, 0)	Γ. $x + y = 1$
4. (-2, -1)	Δ. $2x - y = 0$
	Ε. $x + 2y + 4 = 0$
	Ζ. $y = 5x$

**Πίνακας (II)**

1	2	3	4

9. \*\* Κάθε ευθεία της στήλης Α του πίνακα (I) περιέχει ένα σημείο που βρίσκεται στη στήλη Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

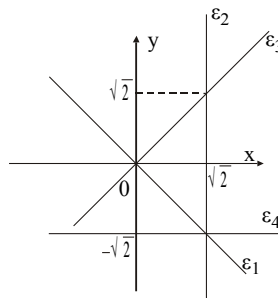
**Πίνακας (I)**

<b>στήλη Α</b>	<b>στήλη Β</b>
<b>1.</b> $y = -3x + 1$	<b>Α.</b> $(12, 0)$
<b>2.</b> $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6$	<b>Β.</b> $(0, 12)$
<b>3.</b> $x = 2$	<b>Γ.</b> $(\frac{1}{3}, 0)$
	<b>Δ.</b> $(0, \frac{1}{3})$
	<b>Ε.</b> $(2, 7)$
	<b>Ζ.</b> $(7, 2)$

**Πίνακας (II)**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>

10. \*\* Να αντιστοιχίσετε κάθε ευθεία της στήλης Α του πίνακα (I) με την εξίσωσή της που βρίσκεται στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).



Πίνακας (I)

στήλη Α		στήλη Β	
		<b>A.</b>	$y = x$
<b>1.</b>	$\epsilon_1$	<b>B.</b>	$x + y = \sqrt{2}$
<b>2.</b>	$\epsilon_2$	<b>Γ.</b>	$x + y = 0$
<b>3.</b>	$\epsilon_3$	<b>Δ.</b>	$x = \sqrt{2}$
<b>4.</b>	$\epsilon_4$	<b>E.</b>	$y = \sqrt{2} x$
<b>5.</b>	$x'x$	<b>Z.</b>	$y = 0$
<b>6.</b>	$y'y$	<b>H.</b>	$y = -\sqrt{2}$
		<b>Θ.</b>	$x = 0$
		<b>I.</b>	$y = x + \sqrt{2}$

Πίνακας (II)

1	2	3	4	5	6

11. \*\* Κάθε ευθεία της στήλης Α του πίνακα (I) είναι κάθετη σε μια ευθεία της στήλης Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

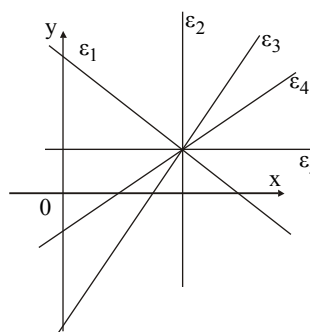
Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $y - x = 0$	Α. $3x = 2y$
2. $y = 2$	Β. $x + 2y = 2$
3. $2x + y = 2$	Γ. $x - 2y = 2$
4. $x - \frac{y}{2} = 1$	Δ. $x = 2$
	Ε. $y - x = 1$
	Ζ. $x + y = 0$

Πίνακας (II)

1	2	3	4

12. \*\* Στη στήλη Α του πίνακα (I) δίνεται ο χαρακτηρισμός του συντελεστή διεύθυνσης μιας ευθείας που βρίσκεται στη στήλη Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).



Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. αρνητικός	Α. $\epsilon_1$
2. μηδέν	Β. $\epsilon_2$
3. δεν ορίζεται	Γ. $\epsilon_3$
	Δ. $\epsilon_4$
	Ε. $\epsilon_5$

13. \*\* Κάθε σημείο της στήλης Α του πίνακα (I) είναι κέντρο μιας οικογένειας ευθειών από τη στήλη Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

στήλη Α κέντρο	στήλη Β εξίσωση οικογένειας ευθειών
1. (2, 1)	Α. $(x + 6y - 7) + \lambda (2x - 15y + 1) = 0$ Β. $(x + y + 1) + \lambda (2x - 5y + 7) = 0$
2. (7, 1)	Γ. $(x + y - 3) + \lambda (2x - y - 3) = 0$ Δ. $(x + y - 1) + \lambda (x + 2y - 3) = 0$
3. (-1, 2)	Ε. $(x + y - 8) + \lambda (-x + 2y + 5) = 0$

**Πίνακας (II)**

1	2	3

14. \*\* Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon: y = \lambda x + 7$  και  $\delta: y = 3x - 1$ . Για κάθε τιμή του  $\lambda$  που βρίσκεται στη στήλη Α του πίνακα (I), η ευθεία  $\varepsilon$  παίρνει μια θέση στο καρτεσιανό επίπεδο που περιγράφεται στη στήλη Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

**Πίνακας (I)**

Στήλη Α	στήλη Β
1. $\lambda = -\frac{1}{3}$	Α. $\varepsilon // \delta$ Β. $\varepsilon // x'x$
2. $\lambda = 3$	Γ. $\varepsilon // y'y$ Δ. $\varepsilon \perp \delta$
3. $\lambda = 0$	Ε. $\varepsilon //$ διχοτόμος της $xOy$

**Πίνακας (II)**

1	2	3

### Ερωτήσεις διάταξης

1. \*\* Να γράψετε σε μια σειρά τους συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών:

$$\epsilon_1: y = -2x + 5$$

$$\epsilon_2: 5x - 3y + 7 = 0$$

$$\epsilon_3: y = \epsilon\phi \frac{\pi}{3} x + 4$$

$$\epsilon_4: \text{παράλληλη με το διάνυσμα } \vec{\delta}_1 = (2, 7)$$

$$\epsilon_5: \text{κάθετη στο διάνυσμα } \vec{\delta}_2 = (\sqrt{3}, 1)$$

$$\epsilon_6: y + (\eta\mu\alpha) x + 5 = 0$$

ώστε καθένας να είναι μεγαλύτερος από τον προηγούμενό του.

2. \*\* Δίνονται οι ευθείες:

$$\epsilon_1: y = -x + 7$$

$$\epsilon_2: y = \sqrt{3}x + 4$$

$$\epsilon_3: x = 3$$

$$\epsilon_4: x - y + 3 = 0$$

$$\epsilon_5: x - \sqrt{3}y + 5 = 0$$

$$\epsilon_6: y = 1$$

Να τις γράψετε σε μια σειρά, ώστε κάθε επόμενη να σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία μεγαλύτερη από την προηγούμενή της.

3. \*\* Δίνονται τα σημεία  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $\Gamma(-1, 2)$  και  $\Delta(-2, 3)$ . Να γράψετε τα ευθύγραμμα τμήματα  $AB$ ,  $A\Delta$ ,  $B\Gamma$ ,  $B\Delta$  και  $\Gamma\Delta$  σε μια σειρά, έτσι ώστε καθένα από το προηγούμενό του να έχει μεγαλύτερο μήκος.

4. \*\* Δίνονται οι ευθείες:

$$\epsilon_1: x - 2y - 4 = 0$$

$$\epsilon_2: 3x - y + 2 = 0$$

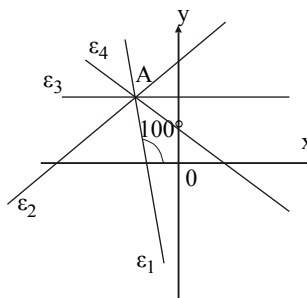
$$\epsilon_3: 2x + 3y - 1 = 0$$

$$\epsilon_4: 4x - 5y + 5 = 0$$

Να τις γράψετε σε μια σειρά, έτσι ώστε καθεμιά να έχει συντελεστή διεύθυνσης μεγαλύτερο από την προηγούμενή της.

5. \*\* Να γραφούν τα σημεία  $A(1, 3)$ ,  $B(-3, 1)$  και  $\Gamma(2, 2)$  σε μια σειρά, έτσι ώστε καθένα να απέχει από την ευθεία  $y = x$  απόσταση μεγαλύτερη από την απόσταση του προηγούμενού του.

6. \*\* Στο διπλανό σχήμα να γράψετε σε μια σειρά τις ευθείες που διέρχονται από το σημείο  $A$ , έτσι ώστε καθεμιά να έχει συντελεστή μικρότερο της προηγούμενής της.



**Ερωτήσεις συμπλήρωσης**

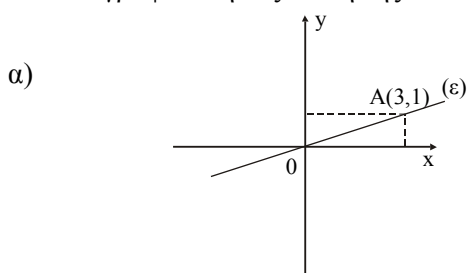
1. \*\* Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

ευθεία	κλίση ευθείας	σχετική θέση ευθείας ως προς $x'x$	σχετική θέση ευθείας ως προς $y'y$
$y = 3$			
$x = 2$			
$y = 2x - 1$			

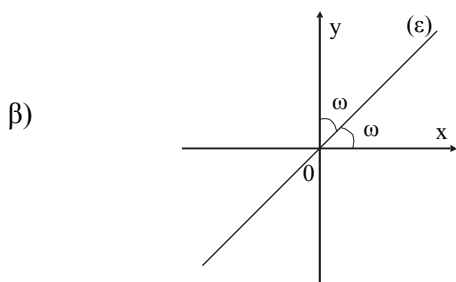
2. \*\* Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

κορυφές τριγώνου ΑΒΓ	Είδος τριγώνου		
	ορθογώνιο	ισοσκελές	εμβαδόν τριγώνου
A (- 3, 2) B (5, 0) Γ (- 2 , 6)			
A (1, 1) B (- 3, 1) Γ (-1 ,2)			
A (0, 2) B (3, 0) Γ (0 ,0)			
A (3, 0) B (0, 4) Γ (- 3 , 0)			

3. \* Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας ( $\epsilon$ ) που υπάρχει σε καθένα από τα επόμενα σχήματα:

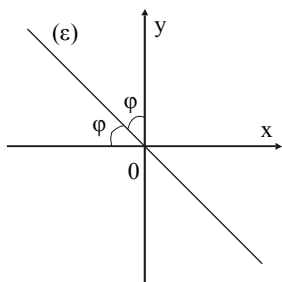


$\epsilon$ :



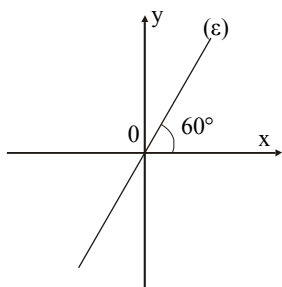
$\epsilon$ :

γ)



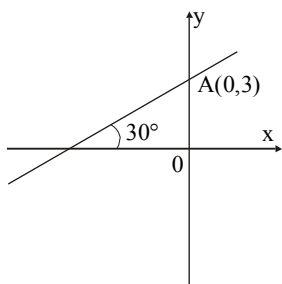
ε:

δ)



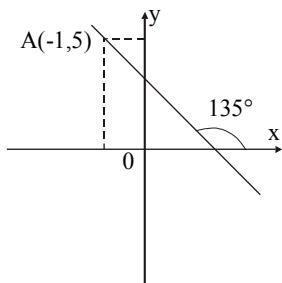
ε:

ε)



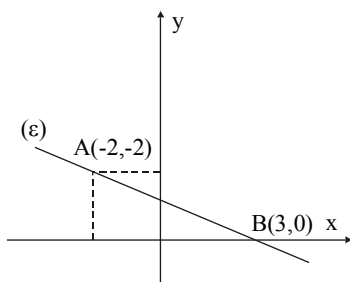
ε:

στ)



ε:

ζ)



ε:

**Ερωτήσεις ανάπτυξης**

1. \* Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης μιας ευθείας  $\varepsilon$ , που σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία:

$$\alpha) \omega = \frac{\pi}{3}$$

$$\beta) \omega = \frac{2\pi}{3}$$

$$\gamma) \omega = \pi$$

2. \* Να βρείτε τη γωνία  $\omega$  που σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  μια ευθεία  $\varepsilon$ , η οποία διέρχεται από τα σημεία:

$$\alpha) A (-6, -2) \quad B (3, 7)$$

$$\beta) A (1, 3) \quad B (2, 4)$$

$$\gamma) A (\sqrt{3}, 3) \quad B (0, 4)$$

$$\delta) A (1, -1) \quad B (1, 2)$$

$$\varepsilon) A (0, \sqrt{3}) \quad B (1, 0)$$

3. \*\* Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A (-2, 3)$ ,  $B (-6, 1)$  και  $\Gamma (-10, -1)$  είναι συνευθειακά.
4. \*\* Δίνονται τα σημεία  $A (7, 5)$ ,  $B (6, -7)$  και  $\Gamma (2, 3)$ . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο.

5. \* Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A (3, -2)$  και:

$$\alpha) \text{ είναι παράλληλη προς το διάνυσμα } \vec{\delta} (2, -5)$$

$$\beta) \text{ είναι παράλληλη προς το διάνυσμα } \vec{\delta} (0, 3)$$

$$\gamma) \text{ είναι παράλληλη προς το διάνυσμα } \vec{\delta} (-2, 0)$$

$$\delta) \text{ είναι κάθετη στο διάνυσμα } \vec{\delta} (2, 1)$$

$$\varepsilon) \text{ είναι κάθετη στο διάνυσμα } \vec{\delta} (0, -2)$$

$$\sigma\tau) \text{ σχηματίζει με τον άξονα } x'x \text{ γωνία } \omega = 135^\circ.$$

6. \*\* Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $A (-1, 2)$ ,  $B (3, -2)$  και  $\Gamma (1, 4)$ . Να βρεθούν:

α) οι εξισώσεις των πλευρών του

β) οι εξισώσεις δύο υψών του

γ) οι εξισώσεις δύο διαμέσων του

δ) οι εξισώσεις δύο διχοτόμων του

ε) οι συντεταγμένες του ορθοκέντρου του

στ) οι συντεταγμένες του βαρυκέντρου του

ζ) οι συντεταγμένες του εκκέντρου του

η) οι συντεταγμένες του περικέντρου του.

7. \*\* Στο επίπεδο θεωρούμε τα σημεία A (κσυνφ, λημφ), B (κημφ, - λσυνφ) και Γ (κ, λ), όπου  $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$  και  $0 < \varphi < \pi$ . Για ποιες τιμές του  $\varphi$  τα A, B, Γ είναι συνευθειακά;
8. \* Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών:  $3x + 4y - 11 = 0$  και  $2x - 3y + 21 = 0$  και είναι:  
 α) παράλληλη προς την ευθεία  $x + 2y + 1 = 0$   
 β) κάθετη προς την ευθεία  $3x - y + 5 = 0$   
 γ) διέρχεται από την αρχή των αξόνων  
 δ) παράλληλη στον άξονα  $x'x$   
 ε) παράλληλη στον άξονα  $y'y$   
 στ) παράλληλη στη διχοτόμο της πρώτης γωνίας των αξόνων  
 ζ) παράλληλη στη διχοτόμο της δεύτερης γωνίας των αξόνων  
 η) σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο εμβαδού 32 τ.μ.
9. \*\* Τα σημεία  $M_1 (1, 1)$ ,  $M_2 (2, 2)$  και  $M_3 (3, - 1)$  είναι τρεις διαδοχικές κορυφές ενός παραλληλογράμμου. Να βρεθούν:  
 α) οι συντεταγμένες της τέταρτης κορυφής του  
 β) οι συντεταγμένες του κέντρου του  
 γ) το εμβαδόν του
10. \*\* Μια κορυφή ενός τετραγώνου είναι το σημείο τομής των ευθειών  $2x - 3y + 20 = 0$  και  $3x + 5y - 27 = 0$  και η μια διαγώνιός του βρίσκεται επί της ευθείας  $x + 7y - 16 = 0$ . Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών του τετραγώνου καθώς και η εξίσωση της άλλης διαγωνίου του.
11. \*\* Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς την ευθεία  $\epsilon: 2x - 3y - 12 = 0$  και οι οποίες ορίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν ίσο με 12 τ.μ.
12. \*\* Σε τρίγωνο ABΓ έχουμε: A (- 8, 2), B (7, 4) και H (5, 2) το ορθόκεντρό του. Να βρείτε:  
 α) την εξίσωση της πλευράς BΓ  
 β) τις συντεταγμένες της κορυφής Γ  
 γ) τις εξισώσεις των πλευρών του
13. \*\* Τριγώνου ABΓ δίνονται η κορυφή A (1, 2) και οι εξισώσεις  $x - 3y + 1 = 0$  και  $y - 1 = 0$  δύο διαμέσων του. Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του τριγώνου ABΓ.
14. \*\* Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι μεσοπαράλληλη των ευθειών:  
 α)  $\epsilon_1: 3x - y + 1 = 0$  και  $\epsilon_2: - 6x + 2y - 3 = 0$   
 β)  $\epsilon_1: x = 4$  και  $\epsilon_2: x = - 6$   
 γ)  $\epsilon_1: y = x$  και  $\epsilon_2: y = x - 3$

15. \*\* Το σημείο A (3, - 1) είναι κορυφή του τετραγώνου ΑΒΓΔ, του οποίου μία πλευρά έχει εξίσωση  $3x - 2y - 5 = 0$ . Να βρεθούν οι εξισώσεις των άλλων πλευρών του.
16. \* Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1: (\lambda + 2)x + \lambda y + 3\lambda - 1 = 0$  και  $\varepsilon_2: (\lambda - 1)x + \lambda y + 5 = 0$ . Να βρείτε τον  $\lambda$ , ώστε να είναι  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ .
17. \*\* Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1: (\mu + 1)x + (\mu + 2)y = 0$  και  $\varepsilon_2: \mu x - (3\mu + 2)y + 7 = 0$ . Να βρείτε τον  $\mu$ , ώστε η γωνία των  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  να είναι  $90^\circ$ .
18. \*\* Οι εξισώσεις των πλευρών ενός τριγώνου είναι:  $3x + 4y - 7 = 0$ ,  $x + y + 2 = 0$  και  $2x + 3y - 5 = 0$ . Ζητούνται:  
 α) οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου  
 β) το εμβαδόν του.
19. \*\* Δίνονται τα σημεία A (2, 1), B (6, 4) και  $\Gamma (\frac{9}{2}, 6)$ .  
 α) Ναδειχθεί ότι η γωνία ΑΒΓ είναι ορθή.  
 β) Να βρεθούν οι συντεταγμένες της κορυφής Δ του ορθογωνίου παραλληλογραμμίου ΑΒΓΔ.  
 γ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του κέντρου του περιγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο ΑΒΓ.
20. \*\* Αν οι ευθείες  $\varepsilon_1: 2x - y + 1 = 0$  και  $\varepsilon_2: x + 2y + 3 = 0$  είναι οι φορείς των δύο πλευρών ορθογωνίου παραλληλογραμμίου και A (2, - 1) μια κορυφή του, να βρεθούν οι άλλες κορυφές και το εμβαδόν του.
21. \*\*\* Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνάει από τα σημεία A (ημω, συνω) και B (ημφ, συνφ). Να βρεθεί η απόσταση του O (0, 0) από αυτήν ( $0 \leq \omega \neq \varphi < \frac{\pi}{2}$ ).
22. \*\* Δίνονται τα σημεία A ( $\lambda$ , 0), B (2 $\lambda$ , 3 $\lambda$ ),  $\lambda \neq 0$ . Αν η κάθετη στην ΑΒ στο σημείο Α τέμνει την ευθεία  $x = - 2\lambda$  στο Γ, να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.
23. \*\* Έστω οι ευθείες  $\varepsilon_1: 2x - 3y + 1 = 0$ ,  $\varepsilon_2: - x + 4y + 3 = 0$  και το σημείο A (1, - 2). Να βρεθεί σημείο Μ της  $\varepsilon_2$ , ώστε το μέσο του ΑΜ να ανήκει στην  $\varepsilon_1$ .
24. \*\* Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραπλεύρου που έχει κορυφές τα σημεία A (1, - 2), B (- 2, 3), Γ (- 1, - 4) και Δ (5, 0).
25. \*\* Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $2y^2 - 3xy - 2x^2 = 0$  παριστάνει ζεύγος δύο ευθειών. Ποια είναι η σχετική θέση των δύο ευθειών που βρήκατε;

26. \*\* Τα σημεία A (1, 0) και B (3, 6) ισαπέχουν από το σημείο Γ (- 4, λ). Να υπολογιστεί η τιμή του λ.
27. \*\* Δίνονται τα σημεία A (4, 2), B (3, - 1) και η ευθεία ε:  $y = - 3x$ . Να βρεθεί σημείο Γ της ευθείας ε, ώστε το τρίγωνο ABΓ να είναι ισοσκελές με κορυφή το B.
28. \*\* Δίνονται τα σημεία A (1, 4) και B (- 1, - 5).
- Να βρεθούν οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθυγράμμου τμήματος AB.
  - Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας AB.
  - Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας του ευθύγραμμου τμήματος AB.
  - Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ευθεία AB.
  - Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κορυφές την αρχή των αξόνων και τα σημεία τομής τους με την ευθεία AB.
29. \*\* Για ποιες τιμές των  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  οι ευθείες  $\varepsilon_1: (\mu + 1)x - 2\mu y = \lambda$  και  $\varepsilon_2: (\mu - 1)x - 3y = 2\lambda - 1$ :
- τέμνονται,
  - είναι παράλληλες,
  - συμπίπτουν.
30. \*\* Θεωρούμε τις ευθείες  $\varepsilon: ax + by + \gamma = 0, \varepsilon_1: ax - by + \gamma = 0, \varepsilon_2: ax - by - \gamma = 0$  και  $\varepsilon_3: ax + by - \gamma = 0$  ( $a, b, \gamma \neq 0$ ). Να αποδείξετε ότι:
- η  $\varepsilon_1$  είναι συμμετρική της  $\varepsilon$  ως προς άξονα συμμετρίας τον  $x'x$
  - η  $\varepsilon_2$  είναι συμμετρική της  $\varepsilon$  ως προς άξονα συμμετρίας τον  $y'y$
  - η  $\varepsilon_3$  είναι συμμετρική της  $\varepsilon$  ως προς κέντρο συμμετρίας την αρχή Ο των αξόνων.
31. \*\* Δίνεται η ευθεία ε με εξίσωση  $x + y = 1$ . Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου P (2, 3) ως προς άξονα συμμετρίας την (ε).
32. \*\* Να εξετάσετε αν η ευθεία  $2\lambda x + 2\lambda y + 5\lambda = 3y - x + 7$  διέρχεται από σταθερό σημείο για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .
33. \*\* Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση  $x \sin^2 \frac{\theta}{2} + y \eta \mu^2 \frac{\theta}{2} + \sigma \nu \theta - 1 = 0, \theta \in [0, \pi]$  παριστάνει ευθεία, η οποία διέρχεται από σταθερό σημείο.
34. \*\* Θεωρούμε την εξίσωση  $(2\lambda^2 + \lambda - 3)x - (\lambda^2 + \lambda - 2)y - 5\lambda^2 - 3\lambda + 8 = 0$  (1)  
Για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  η (1) παριστάνει ευθεία;
35. \*\* Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M ( $\lambda - 1, 2\lambda + 3$ ),  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

36. \*\* Τριγώνου ΑΒΓ οι κορυφές είναι Α (- 2, 2κ), Β (2κ, κ) και Γ (κ - 2, - κ),  $\kappa \in \mathbb{R}$ . Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του κέντρου βάρους του τριγώνου.
37. \*\* Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων, τα οποία ισαπέχουν από τις ευθείες  $3x - 2y + 4 = 0$  και  $3x - 2y + 6 = 0$ .
38. \*\* Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση  $x^2 - y^2 - 4ly - 2lx - 3l^2 = 0$  παριστάνει δύο ευθείες κάθετες μεταξύ τους. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του σημείου τομής των δύο αυτών ευθειών.
39. \*\* Να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων, των οποίων τα τετράγωνα των αποστάσεων από τα σημεία Α (3, 2) και Β (- 1, 2) έχουν σταθερή διαφορά c είναι ευθεία κάθετη στην ΑΒ.
40. \*\* Να εξετάσετε αν η ευθεία  $x + 1998y = 4$  ανήκει στην οικογένεια ευθειών που έχει εξίσωση  $(x + y - 4) + \lambda (x - 3y - 4) = 0$ .
41. \*\* Φωτεινή ακτίνα διερχόμενη από το σημείο Σ (2, 3) και προσπίπτουσα στην ευθεία  $x + y + 1 = 0$ , μετά την ανάκλασή της διέρχεται από το σημείο Μ (1, 1). Να βρεθούν οι εξισώσεις της προσπίπτουσας και της ανακλώμενης ακτίνας.
42. \*\* Ένα σημείο Ρ του επιπέδου κινείται πάνω στην ευθεία  $y = x$ . Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό σημείο Ρ' του Ρ ως προς την ευθεία  $x + 2y - 1 = 0$  κινείται πάνω στην ευθεία  $7x - y - 2 = 0$ .
43. \*\* Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α (5, 3), Β (0, 0) και Γ (6, 0). Φέρνουμε ευθεία παράλληλη προς τη ΒΓ που τέμνει τις ευθείες ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε και Δ αντίστοιχως. Να βρεθεί η εξίσωση της γραμμής πάνω στην οποία κινείται το σημείο τομής των ΒΔ και ΓΕ.
44. \*\* Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ε) στις ακόλουθες περιπτώσεις:
- Διέρχεται από σημείο Α ( $x_0, y_0$ ) και είναι παράλληλη σε ευθεία (ε').  
Εφαρμογή:  
α) Α (1, - 1) και (ε'):  $2x + y - 1 = 0$   
β) Α (2, - 3) και (ε'):  $x = - 3$   
γ) Α (- 2, 1) και (ε'):  $y = - 1$
  - Διέρχεται από σημείο Α ( $x_0, y_0$ ) και είναι κάθετη σε ευθεία (ε').  
Εφαρμογή:  
α) Α (- 1, 1) και (ε'):  $2x + y + 1 = 0$

β) A (4, - 3) και (ε'):  $2x + 1 = 0$

γ) A (2, - 1) και (ε'):  $y = 4$

- Διέρχεται από σημείο A ( $x_0, y_0$ ) και σχηματίζει γωνία φ με τον άξονα x'x.

*Εφαρμογή:*

α) A (- 2, 3) και  $\varphi = 30^\circ$

β) A (4, - 5) και  $\varphi = 90^\circ$

γ) A (3, - 3) και  $\varphi = 135^\circ$

- Τέμνει τους άξονες στα σημεία A ( $x_1, 0$ ) και B (0,  $y_2$ ).

*Εφαρμογή:*

α) A (4, 0) και B (0, 4)

β) A (- 3, 0) και B (0, 1)

- Είναι μεσοπαράλληλη δύο παράλληλων ευθειών ( $\epsilon_1$ ) και ( $\epsilon_2$ ).

*Εφαρμογή:*

α) ( $\epsilon_1$ ):  $3x - y + 1 = 0$  και ( $\epsilon_2$ ):  $- 6x + 2y - 3 = 0$

β) ( $\epsilon_1$ ):  $x = 4$  και ( $\epsilon_2$ ):  $x = - 6$

γ) ( $\epsilon_1$ ):  $y = x$  και ( $\epsilon_2$ ):  $y = x - 3$

- Απέχει απόσταση d από γνωστή ευθεία (ε').

*Εφαρμογή:*

α)  $d = \sqrt{2}$  από (ε'):  $2x + y - 1 = 0$

β)  $d = 4$  από (ε'):  $y = 3$

- Διέρχεται από το A ( $x_0, y_0$ ) και απέχει απόσταση d από το B ( $x_1, y_1$ ).

*Εφαρμογή:*

α) A (3, - 1) και απέχει  $d = \sqrt{2}$  από το B (2, 2)

β) A (2, 1) και απέχει  $d = 1$  από το B (0, 0)

- Είναι μεσοκάθετη σε γνωστό τμήμα AB.

*Εφαρμογή:*

α) A (- 2, 1) και B (2, 3)

β) A (3, 0) και B (0, - 5)

- Είναι άξονας συμμετρίας του AB με A, B γνωστά σημεία.

*Εφαρμογή:*

α) A (1, - 1) και B (- 1, 3)

β) A (- 3, 4) και B (4, - 3)

- Διέρχεται από σημείο A ( $x_0, y_0$ ) και σχηματίζει γωνία φ με γνωστή ευθεία (ε').

*Εφαρμογή:*

α) A (2, 1) και  $\varphi = 45^\circ$  με την  $x - y + 1 = 0$

β) A (- 2, 1) και  $\varphi = 30^\circ$  με την  $y + 2 = 0$

- Διέρχεται από το A ( $x_0, y_0$ ) και είναι παράλληλη σε διάνυσμα  $\vec{v}$ .

*Εφαρμογή:*

α) A (3, - 2) και  $\vec{v} = (0, 1)$

β) A (- 2, - 3) και  $\vec{v} = (2, 3)$

γ)  $A(-1, 0)$  και  $\vec{v} = (-4, 0)$

- Διέρχεται από το  $A(x_0, y_0)$  και είναι κάθετη σε διάνυσμα  $\vec{v}$ .

Εφαρμογή:

α)  $A(5, -2)$  και  $\vec{v} = (-1, 3)$

β)  $A(-2, 2)$  και  $\vec{v} = (0, 4)$

- Διέρχεται από το  $A(x_0, y_0)$  και σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με το διάνυσμα  $\vec{v}$ .

Εφαρμογή:

α)  $A(1, -2)$  και  $\varphi = 60^\circ$  με το  $\vec{v} = (1, 1)$

β)  $A(0, 3)$  και  $\varphi = 45^\circ$  με το  $\vec{v} = (2, 1)$

- Διέρχεται από το  $A(x_0, y_0)$  και σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο σταθερού εμβαδού.

Εφαρμογή:

α)  $A(-1, 2)$  και εμβαδόν 3 τ.μ.

β)  $A(-1, 0)$  και εμβαδόν  $\sqrt{2}$  τ.μ.

45. \*\* Τον Δεκέμβριο το καλοριφέρ μιας κατοικίας λειτούργησε 4 ώρες την ημέρα και το κόστος έφτασε τις 45.000 δρχ. ενώ τον Ιανουάριο που λειτούργησε 5 ώρες την ημέρα το κόστος ήταν 49.960 δρχ. Αν η συνάρτηση που εκφράζει το κόστος είναι  $y = ax + \beta$ , όπου  $x$  οι ώρες λειτουργίας, να βρεθούν:

α) οι τιμές των  $a, \beta$

β) το προβλεπόμενο κόστος για τον Φεβρουάριο, αν λειτουργήσει 4,5 ώρες την ημέρα (28 ημέρες).

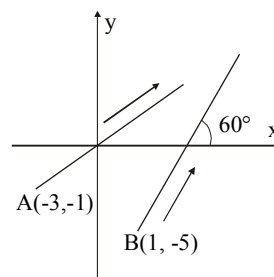
46. \*\* Οι συντεταγμένες δύο πλοίων  $\Pi_1, \Pi_2$  είναι  $\Pi_1(t-1, t+2)$  και  $\Pi_2(3t, 3t-1)$  για κάθε χρονική στιγμή  $t(t > 0)$ .

α) Να βρεθούν οι γραμμές πάνω στις οποίες κινούνται τα δύο πλοία.

β) Να εξεταστεί αν υπάρχουν τιμές του  $t$  που τα δύο πλοία θα συναντηθούν.

γ) Να βρεθεί η απόσταση των δύο πλοίων τη χρονική στιγμή  $t = 3$ .

47. \*\* Η πορεία δύο κινητών που κινούνται ευθύγραμμα ξεκινώντας από τα σημεία  $A$  και  $B$  αντιστοίχως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α) Να βρεθεί η απόσταση των δύο σημείων  $A$  και  $B$ .

β) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου  $\Gamma$ .

γ) Να βρεθεί η απόσταση του σημείου  $B$  από την ευθεία στην οποία κινείται το άλλο κινητό.

δ) Να εξετασθεί αν τέμνονται οι διευθύνσεις των δύο κινητών.

48. \*\* Σε χάρτη με καρτεσιανό σύστημα αξόνων η θέση ενός λιμανιού προσδιορίζεται από το σημείο  $A(2, 6)$  και η θέση ενός πλοίου με το σημείο  $\Pi(\lambda - 1, 2 + \lambda)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

α) Για ποιες τιμές του  $\lambda$  το σημείο  $\Pi$  έχει τετμημένη μικρότερη από την τετμημένη του  $A$ ;

β) Να εξετάσετε αν το πλοίο θα περάσει από το λιμάνι  $A$ , όταν κινείται ευθύγραμμα.

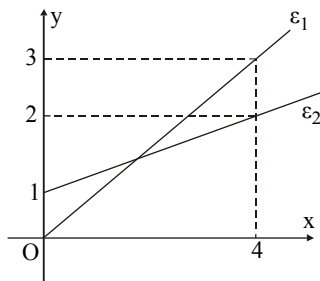
γ) Ποια θα είναι η ελάχιστη απόσταση της πορείας του πλοίου από το λιμάνι;

49. \*\* Μια τριγωνική κατασκευή διαθέτει τρεις εισόδους, μία σε κάθε κορυφή. Ο αρχηγός της κατασκευής (του οποίου η σκηνή βρίσκεται κάπου μέσα στην κατασκευή) θέλοντας

να βρει το εμβαδόν της κατασκήνωσης, αποστέλλει τρεις κατασκηνωτές (εφοδιασμένους με πυξίδες και χιλιομετρητές) να μετρήσουν τις αποστάσεις των εισόδων από τη σκηνή του. Ο πρώτος προχωρά 2 km βόρεια και αμέσως μετά 1 km ανατολικά και εκεί συναντά την πρώτη είσοδο. Ο δεύτερος προχωρά 3 km ανατολικά και 1 km νότια και εκεί συναντά τη δεύτερη είσοδο. Ο τρίτος προχωρά 2 km δυτικά και συναντά την τρίτη είσοδο.

- α) Να τοποθετήσετε, σε ένα πρόχειρο σχέδιο, τη σκηνή του αρχηγού και τις εισόδους, αφού πρώτα χαράξετε τις πορείες.  
 β) Να θεωρήσετε κατάλληλο σύστημα αξόνων και να βρείτε τις συντεταγμένες των τριών εισόδων σ' αυτό το σύστημα.  
 γ) Να βρείτε το εμβαδόν της κατασκήνωσης.

50. \*\* Σε ένα εργοστάσιο ο νέος διευθυντής ζήτησε να ενημερωθεί για την οικονομική πορεία της επιχείρησης από το έτος που ιδρύθηκε. Οι υπεύθυνοι των οικονομικών του παρέδωσαν το παρακάτω σχεδιάγραμμα:



$\epsilon_1$  η ευθεία των εσόδων

$\epsilon_2$  η ευθεία των εξόδων

$Ox$  ο άξονας των ετών λειτουργίας

$Oy$  ο άξονας των εκατοντάδων

εκατομμυρίων δραχμών

- α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών  $\epsilon_1, \epsilon_2$ .  
 β) Να βρείτε πόσα χρόνια μετά την έναρξη της λειτουργίας της, η επιχείρηση αρχίζει να έχει κέρδη.  
 γ) Να βρείτε το κέρδος (έσοδα μείον έξοδα) της επιχείρησης τον τέταρτο χρόνο της λειτουργίας της.  
 δ) Πότε η επιχείρηση θα παρουσιάσει κέρδος 300 εκατομμύρια (3 εκατοντάδες εκατομμύρια);

51. \*\* Σε χάρτη με καρτεσιανό σύστημα αξόνων  $Oxy$  ένα πλοiάριο ξεκινά από ένα λιμάνι  $A$  και κατευθύνεται στο λιμάνι  $O$ . Το ραντάρ θέσης για κάθε χρονική στιγμή  $t$  δίνει συντεταγμένες για το πλοiάριο  $(2t - 40, t - 30), t \geq 0$ .

- α) Πού βρίσκεται στο χάρτη το λιμάνι  $A$ ;  
 β) Πόσο απέχει το λιμάνι  $A$  από το  $O$ ;  
 γ) Είναι σωστή η πορεία του πλοiάριου; Ποια είναι η εξίσωσή της;

**1ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή**

**Διδακτική ενότητα: Ευθεία**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A. α) i) Τι ονομάζεται γωνία μιας ευθείας  $\epsilon$  με τον άξονα  $x'x$ ;

- ii) Ποιος είναι ο συντελεστής διεύθυνσης  $\lambda$  μιας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  με  $x_1 \neq x_2$ ;
- iii) Ποιες είναι οι συνθήκες παραλληλίας και καθετότητας δύο ευθειών  $\epsilon_1, \epsilon_2$ ;
- iv) Πότε η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει ευθεία;
- v) Σε ποιο διάνυσμα είναι παράλληλη η ευθεία  $Ax + By + \Gamma = 0$  και σε ποιο κάθετη;
- β) Αποδείξτε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  και έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  είναι  $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$ .

- B.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών  $3x + 4y - 11 = 0$  και  $2x - 3y + 21 = 0$  και
- α) είναι παράλληλη προς την ευθεία  $x + 2y + 1 = 0$
  - β) είναι κάθετη προς την ευθεία  $3x - y + 5 = 0$
  - γ) είναι παράλληλη στον άξονα  $y'y$
  - δ) σχηματίζει με τον  $x'x$  γωνία  $135^\circ$
  - ε) είναι κάθετη στο διάνυσμα  $(0, 2)$

**ΘΕΜΑ 2ο**

Οι συντεταγμένες δύο κινητών  $P_1$  και  $P_2$  για κάθε χρονική στιγμή  $t$  ( $t > 0$ ) είναι:  $P_1(t, t + 3)$ ,  $P_2(2t - 5, t + 1)$

- α) Όταν το  $P_1$  έχει συντεταγμένες  $(1, 4)$  ποιες είναι οι συντεταγμένες του  $P_2$ ;
- β) Να βρεθεί η απόσταση των κινητών τη χρονική στιγμή  $t = 2$ .
- γ) Να βρεθούν οι γραμμές στις οποίες κινούνται τα δύο κινητά.
- δ) Να εξετάσετε αν υπάρχει περίπτωση:
  - i) να συναντηθούν οι πορείες (όχι υποχρεωτικά τα κινητά)
  - ii) να συναντηθούν τα κινητά.

*2ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή*  
**Διδακτική ενότητα: Ευθεία**

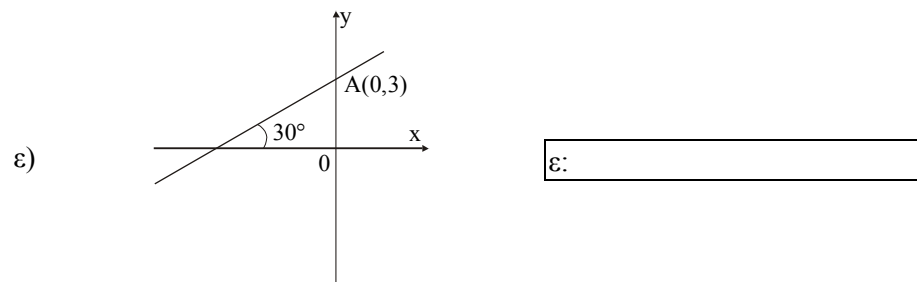
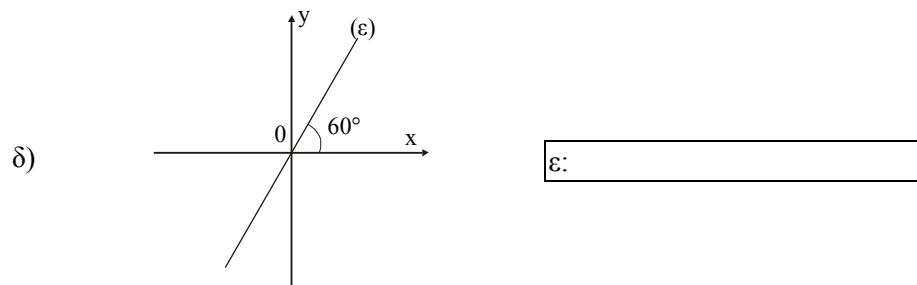
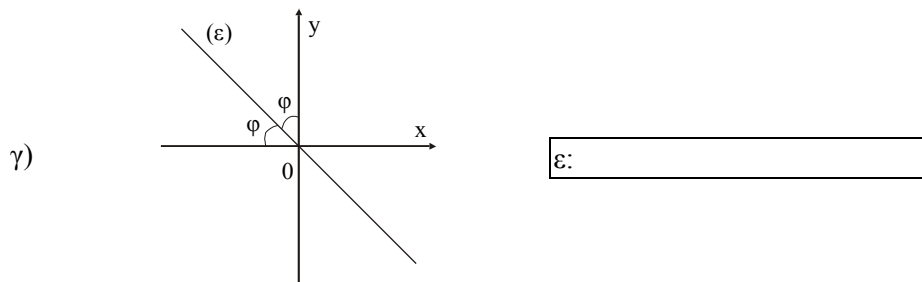
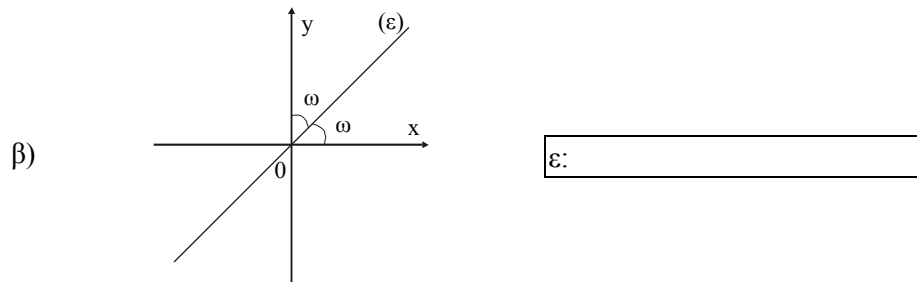
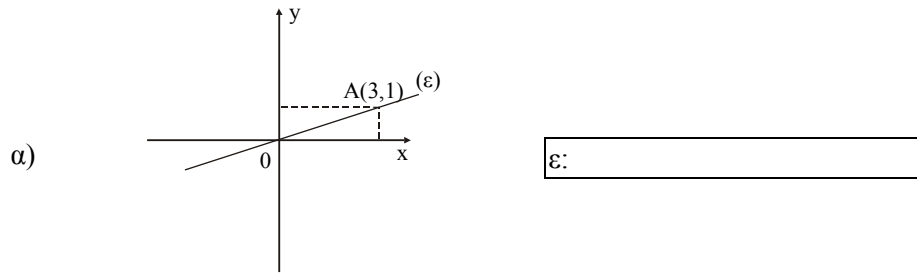
**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.** Να αποδειχθεί ότι κάθε ευθεία του επιπέδου έχει εξίσωση της μορφής  $Ax + By + \Gamma = 0$  με  $B \neq 0$  ή  $A \neq 0$ .

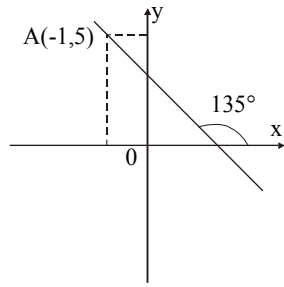
- B.** α) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση  $(a - 1)x + (2a + 1)y + a^2 - 1 = 0$  παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματικό αριθμό  $a$ . Για ποια τιμή του  $a$  η ευθεία είναι παράλληλη με τον  $x'x$ ;
- β) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $(-1, 2)$  και είναι παράλληλη προς την ευθεία  $x + y = 0$ .

**ΘΕΜΑ 2ο**

A. Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας ( $\epsilon$ ) που υπάρχει σε καθένα από τα επόμενα σχήματα:

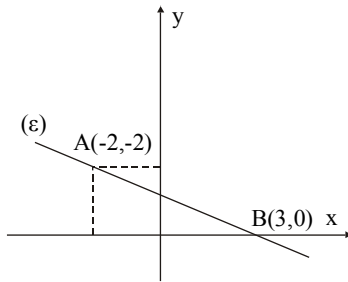


στ)



ε:

ζ)



ε:

**B.** Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία του σχήματος (ε) με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .