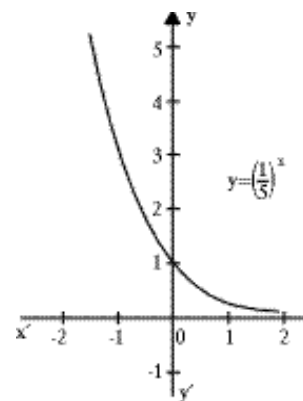


Ερωτήσεις του τύπου “Σωστό - Λάθος”

1. Στο σχήμα 23 δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x.$$

Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.



Σχ.23

- | | | |
|--|---|---|
| i) Η f έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} | Σ | Λ |
| ii) Η f έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R} | Σ | Λ |
| iii) Η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} | Σ | Λ |
| iv) Η f έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$ | Σ | Λ |
| v) Η γραφική παράσταση της f έχει ασύμπτωτη τον θετικό ημιάξονα των x | Σ | Λ |
| vi) Η γραφική παράσταση της f είναι συμμετρική με άξονα συμμετρίας τον $y'y$
προς τη γραφική παράσταση της $g(x) = 5^x$. | Σ | Λ |
| vii) Ισχύει ότι $f(2) > f(1/5)$ | Σ | Λ |
| viii) Ισχύει ότι $f(2^{1999}) > f(2^{2000})$ | Σ | Λ |
| ix) Το σημείο $A(0, 1)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της f | Σ | Λ |
| x) Το σημείο $M(\sqrt[5]{2}, -5^{-2})$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f . | Σ | Λ |
2. * Ισχύει ότι:
- | | | |
|---|---|---|
| i) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 2^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ | Σ | Λ |
| ii) $(\sqrt{3})^x \neq (\sqrt{5})^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ | Σ | Λ |
| iii) $(\sqrt{3})^{-x} > 3^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ | Σ | Λ |
| iv) $(-1)^{2x} = 1^{2x}$, αν x ακέραιος | Σ | Λ |
| v) $(-1)^{2x+1} = -1$, αν x ακέραιος | Σ | Λ |
3. * Ισχύει ότι:
- | | | |
|----------------------------------|---|---|
| i) $(x+1)^{x-1} = 1$ αν $x = 1$ | Σ | Λ |
| ii) $(x-1)^x = 1$, αν $x = 0$ | Σ | Λ |
| iii) $x^{1+x} = 1$, αν $x = 1$ | Σ | Λ |
| iv) $x^{x-1} = 1$, αν $x = 1$ | Σ | Λ |
| v) $(1-x)^{x+1} = 1$ αν $x = -1$ | Σ | Λ |
4. * Ισχύει ότι:
- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| i) $(0,8)^x > (0,8)^y$, αν $x < y$ | Σ | Λ |
| ii) $(1,5)^x < (1,5)^y$, αν $x < y$ | Σ | Λ |

iii) $\left(\frac{1}{5}\right)^x < \left(\frac{1}{5}\right)^y$, αν $x < y$

Σ Λ

iv) $(0,31)^x < (0,31)^y$, αν $x > y$

Σ Λ

v) $(2e)^x > (2e)^y$, αν $x > y$

Σ Λ

vi) $\left(\frac{2}{3}\right)^x > \left(\frac{2}{3}\right)^y$, αν $x > y$

Σ Λ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 2^x$ (Σχ.1) είναι

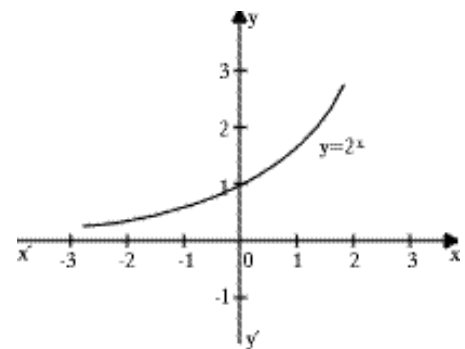
A. το διάστημα $[0, +\infty)$

B. το διάστημα $(0, +\infty)$

Γ. το σύνολο \mathbb{R}

Δ. το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$

E. το σύνολο \mathbb{R}^*



Σχ.1

2. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (Σχ. 2) είναι

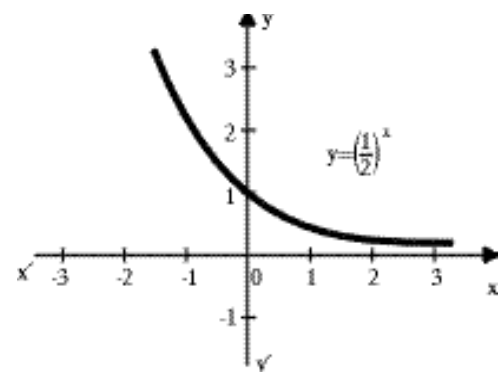
A. το διάστημα $[0, +\infty)$

B. το σύνολο \mathbb{R}

Γ. το διάστημα $(0, +\infty)$

Δ. το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$

E. το σύνολο \mathbb{R}^*



Σχ.2

3. * Η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a \neq 1$ έχει πεδίο ορισμού

A. το διάστημα $[0, +\infty)$

B. το διάστημα $(0, +\infty)$

Γ. το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$

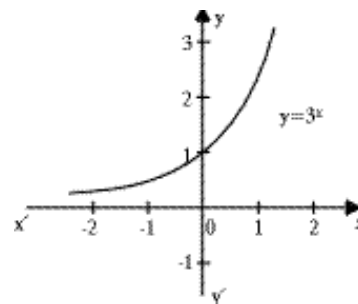
Δ. το σύνολο \mathbb{R}

E. το σύνολο \mathbb{R}^*

4. * Το σύνολο τιμών της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 3^x$ (Σχ.3) είναι

- A. το διάστημα $[0, +\infty)$
- Γ. το διάστημα $(-\infty, 0)$
- Ε. το σύνολο \mathbb{R}^*

- B. το διάστημα $(-\infty, 0]$
- Δ. το διάστημα $(0, +\infty)$

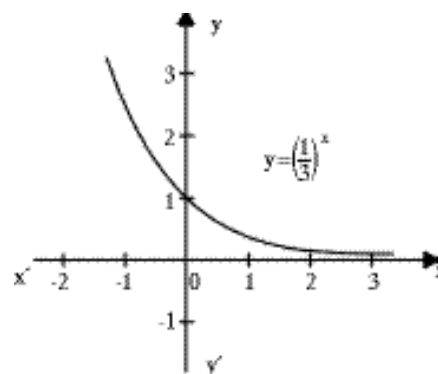


Σχ.3

5. * Το σύνολο τιμών της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ (Σχ. 4) είναι

- A. το διάστημα $[0, +\infty)$
- Γ. το διάστημα $(-\infty, 0]$
- Ε. το διάστημα $(0, +\infty)$

- B. το διάστημα $(-\infty, 0]$
- Δ. το σύνολο \mathbb{R}^*



Σχ.4

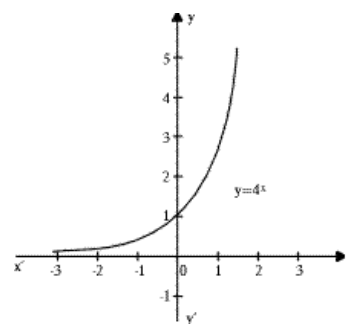
6. * Η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a \neq 1$ έχει σύνολο τιμών

- A. το διάστημα $(0, +\infty)$
- Γ. το διάστημα $(-\infty, 0)$
- Ε. το σύνολο \mathbb{R}^*

- B. το διάστημα $(-\infty, 0]$
- Δ. το διάστημα $[0, +\infty)$

7. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 4^x$ (Σχ. 5)

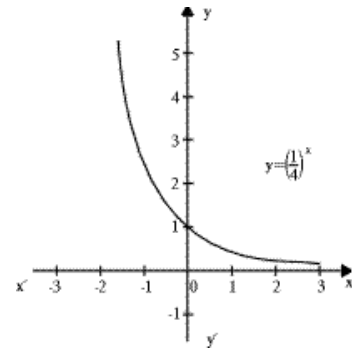
- A. έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$
- B. τέμνει μόνο τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,1)$.
- Γ. τον άξονα $y'y$ σε 2 σημεία.
- Δ. έχει ασύμπτωτη τον θετικό ημιάξονα Ox
- Ε. τίποτα από τα προηγούμενα.



Σχ.5

8. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ (Σχ.6)

- A. έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$
- B. τον άξονα $y'y$ σε 2 σημεία.
- Γ. τέμνει μόνο τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, 1)$.
- Δ. έχει ασύμπτωτη τον αρνητικό ημιάξονα Ox
- Ε. τίποτα από τα προηγούμενα.

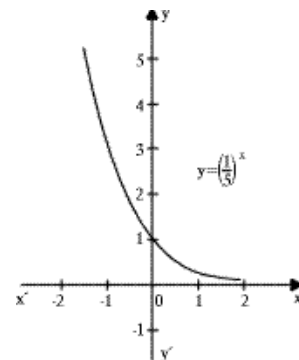


Σχ.6

9. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a \neq 1$
- A. τέμνει μόνο τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, 1)$
 - B. έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$
 - Γ. τον άξονα $y'y$ σε 2 σημεία.
 - Δ. έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη του $y'y$
 - Ε. τίποτα από τα προηγούμενα.

10. * Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ (Σχ.7) είναι:

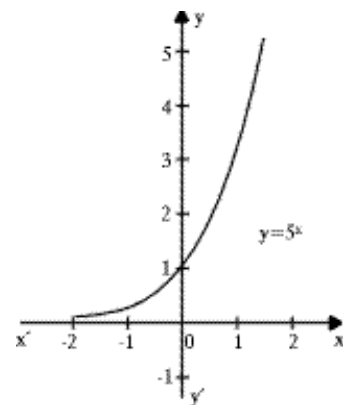
- A. γνησίως φθίνουσα
- B. άρτια
- Γ. περιττή
- Δ. γνησίως αύξουσα
- Ε. δεν είναι μονότονη



Σχ.7

11. * Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 5^x$ (Σχ.8) είναι

- A. γνησίως φθίνουσα
- B. άρτια
- Γ. περιττή
- Δ. γνησίως αύξουσα
- Ε. δεν είναι μονότονη



Σχ.8

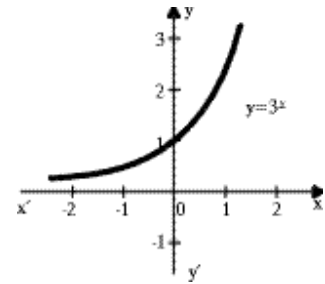
12. * Η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a < 1$ είναι πάντοτε

- A.** γνησίως φθίνουσα **B.** σταθερή **Γ.** περιοδική
Δ. γνησίως αύξουσα **Ε.** δεν είναι μονότονη

13. * Η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $a > 1$ είναι πάντοτε

- A.** γνησίως φθίνουσα **B.** άρτια **Γ.** περιττή
Δ. γνησίως αύξουσα **Ε.** δεν είναι μονότονη

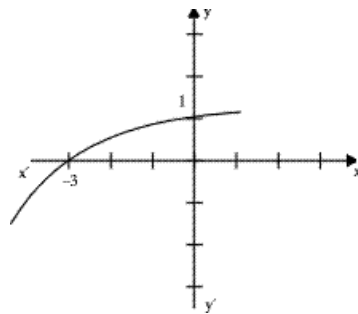
14. * Στο Σχ. 9 είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 3^x$



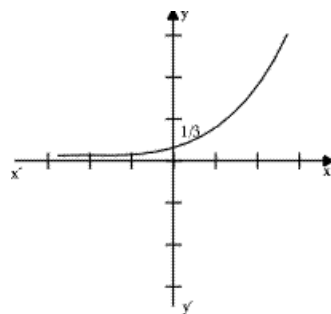
Σχ.9

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = -3^x$ είναι

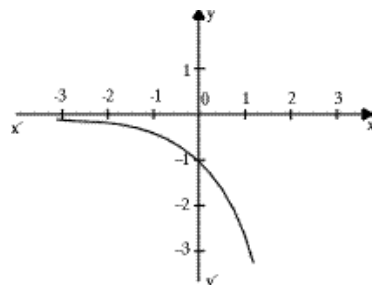
A.



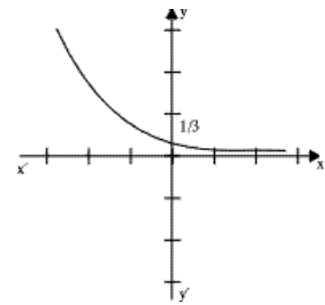
B.



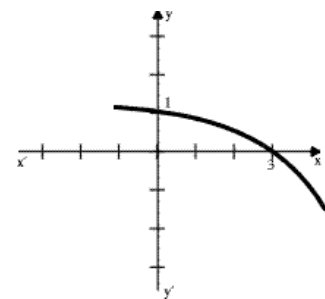
Ε.



Γ.



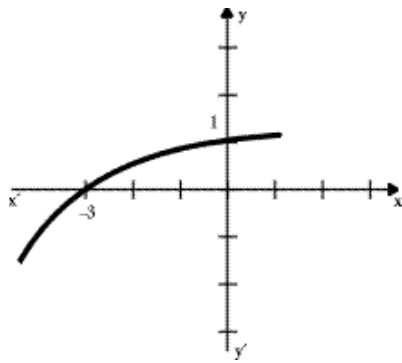
Δ.



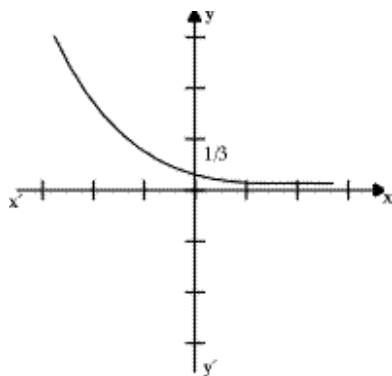
β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $h(x) = 3^{-x}$ είναι

A.

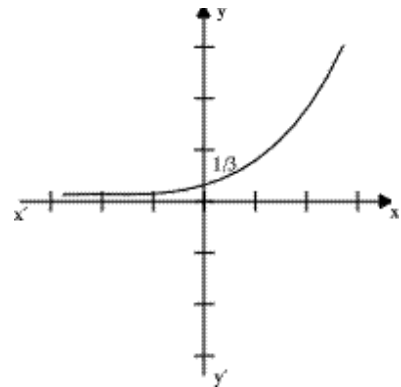
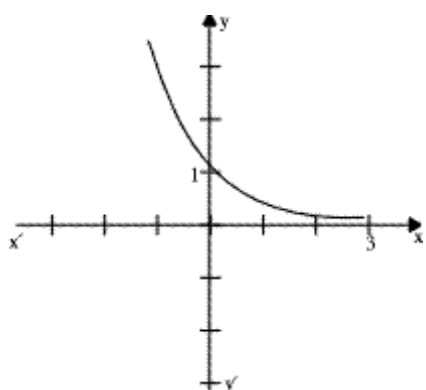
B.



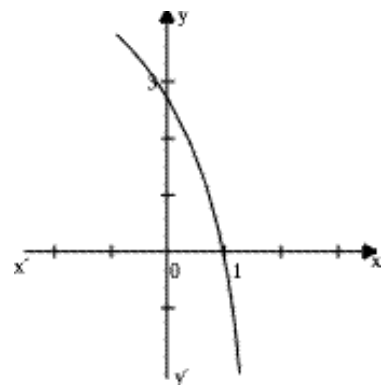
Γ.



Ε.



Δ.



15. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = -2^x$ είναι συμμετρική με την γραφική παράσταση της $f(x) = 2^x$ (Σχ.11) ως προς

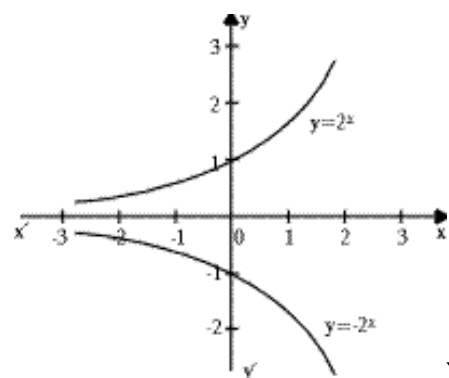
Α. τον άξονα $y'y$

Β. την ευθεία $y = x$

Γ. την ευθεία $y = -x$

Δ. τον άξονα $x'x$

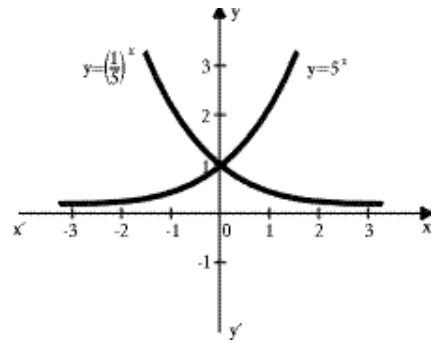
Ε. κέντρο το $O(0,0)$



Σχ.11

16. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ είναι συμμετρική με την γραφική παράσταση της $f(x) = 5^x$ (Σχ.12) ως προς

- Α. τον άξονα $x'x$ Β. τον άξονα $y'y$
 Γ. την ευθεία $y = \frac{1}{5}$ Δ. την ευθεία $y = 5$
 Ε. κέντρο το $O(0, 0)$



Σχ. 12

17. * Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2^x$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
 Α. η f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$
 Β. η f έχει σύνολο τιμών το σύνολο \mathbb{R}
 Γ. η f είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της
 Δ. η γραφική της παράσταση τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $A(0, 1)$
 Ε. η γραφική της παράσταση έχει ασύμπτωτη τον αρνητικό ημιάξονα των x .
18. * Έστω η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
 Α. η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R}
 Β. η f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}
 Γ. η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$
 Δ. η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $M(0, 1/2)$
 Ε. η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $N(1, 0)$
19. * Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 2^x$ τότε ισχύει
 Α. $f(2) > f(3)$ Β. $f(2) < f(3)$ Γ. $f(2) \geq f(3)$
 Δ. $f(2) = 2f(3)$ Ε. $f(2) = f(3)$
20. * Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ τότε ισχύει
 Α. $f(2) < f(3)$ Β. $f(2) \leq f(3)$ Γ. $f(2) > f(3)$
 Δ. $f(2) = 3f(3)$ Ε. $f(2) = f(3)$
21. * Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 3^x$ τότε **δεν** είναι σωστή η
 Α. $f(0,5) < f(0,8)$ Β. $f(-2) > f(-3)$ Γ. $f\left(\frac{1}{5}\right) > f\left(\frac{1}{7}\right)$
 Δ. $f(1, 3) > f(-1, 3)$ Ε. $f(\sqrt{3}) > f(\sqrt{5})$
22. * Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 3^x$ τότε $i \left[f\left(\frac{1}{2}\right) \right]^2$ είναι ίσος με
 Α. $\frac{3}{2}$ Β. $\frac{4}{9}$ Γ. 9 Δ. 3 Ε. $\sqrt{3}$

23. * Αν $\alpha > 0$, μ, ν θετικί ακέραιοι με $\nu \geq 2$ τότε το $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$ ισούται με

A. $\frac{\alpha^\mu}{\alpha^\nu}$ B. $(\sqrt{\alpha^\mu})^\nu$ Γ. $(\sqrt{\alpha^\nu})^\mu$ Δ. $\sqrt{\alpha^\mu}$

E. τίποτα από τα προηγούμενα

24. * Το $32^{\frac{1}{5}}$ ισούται με

A. $\frac{1}{32^5}$ B. 2 Γ. $-\frac{1}{2}$ Δ. 32^{-5} E. $\frac{1}{\sqrt[5]{32}}$

25. * Αν $3^{\sqrt{x}} = 27$, τότε το x είναι

A: 27 B: 1/9 Γ: 0 Δ: 3 E: 9

26. * Δίνεται η εξίσωση $2^{x^2-5x+10} = 16$. Τότε το x είναι

A. 1 ή -1 B. 2 ή 3 Γ. -2 ή -3 Δ. 0

E. τίποτα από τα προηγούμενα

27. * Αν $2^{2^x} = 16$, τότε το x είναι

A. 4 B. 1 Γ. 2 Δ. -1 E. -2

28. * Αν $f(x) = 2^x$, τότε το $f(f(2))$ ισούται με

A. 16 B. 8 Γ. 32 Δ. 1 E. 4

29. * Η εξίσωση $3^x + 2^x = 2$ έχει λύση τον αριθμό

A. -2 B. -1 Γ. 1 Δ. 2 E. 0

30. * Η εξίσωση $3^x + 3^{-x} = -1$

A. έχει λύση ένα θετικό αριθμό

B. έχει λύση ένα αρνητικό αριθμό

Γ. έχει λύση κάθε πραγματικό αριθμό $\neq 0$

Δ. είναι αδύνατη

E. έχει λύση την $x = 0$

31. Δίνεται η ανίσωση $3^{x-2} > 1$. Τότε ισχύει

A. $x > 2$ B. $x = 0$ Γ. $x < 2$ Δ. $x \leq 2$ E. $x = 2$

32. * Δίνεται η ανίσωση $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq 1$. Τότε ισχύει

A. $x \geq 2$ B. $x = -1$ Γ. $x \leq 1$ Δ. $x > 1$ E. $x > 2$

33. * Δίνεται η ανίσωση $5^{x+1} < 625$. Τότε ισχύει

A. $x = 3$ B. $x \geq 3$ Γ. $x = 5$ Δ. $x > 3$ E. $x < 3$

34. * Δίνεται η ανίσωση $\left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \frac{16}{81}$. Τότε ισχύει

A. $x \geq 16$ B. $x \leq 4$ Γ. $x > 4$ Δ. $x = 16$

Ε. τίποτα από τα προηγούμενα

35. * Η ανίσωση $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 2$ αληθεύει

Α. Για $x \in (-\infty, -1)$

Β. Για $x \in (-\infty, -1]$

Γ. Για $x \in (-\infty, 0)$

Δ. Για $x \in (-1, +\infty)$

Ε. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$

36. * Έστω η εκθετική συνάρτηση με τύπο $f(x) = a^x$ με $0 < a \neq 1$.

Ποιο από τα παρακάτω σημεία αποκλείεται να ανήκει στη γραφική παράσταση της f;

Α. (-2, 8),

Β. (0, 1),

Γ. (3, -27),

Δ. (3, 2)

Ε. (2, 3)

37. ** Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2^x$ και $g(x) = e^x$. Τότε ισχύει ότι

Α. $f(e) = g(e)$

Β. $f(e) > g(e)$

Γ. $f(2) < g(2)$

Δ. $f\left(\frac{1}{2}\right) > g\left(\frac{1}{2}\right)$

Ε. $f\left(\frac{1}{2}\right) = g\left(\frac{1}{2}\right)$

38. ** Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = e^x$ και $y = e$ (Σχ.13) που τέμνονται στο σημείο $A(x_0, e)$. Το x_0 είναι ίσο με

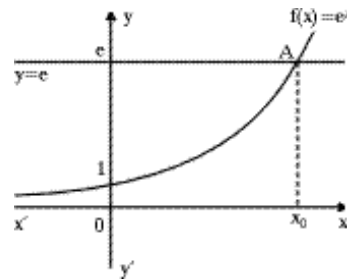
Α. e

Β. 1

Γ. $\frac{1}{2}$

Δ. \sqrt{e}

Ε. $\frac{3}{2}$



Σχ.13

Ερωτήσεις διάταξης

1. * Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς

A = $3^{0,5}$

B = $\frac{1}{3}$

Γ = $3^{\sqrt{3}}$

Δ = 1

E = 3

2. * Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς

A = $0,5^2$

B = 2

Γ = $0,5^{0,5}$

Δ = 1

E = $0,5^{\sqrt{2}}$

3. ** Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων, αν $x \in \mathbb{R}$

A = $0,5^x$

B = 2^x

Γ = 3^x

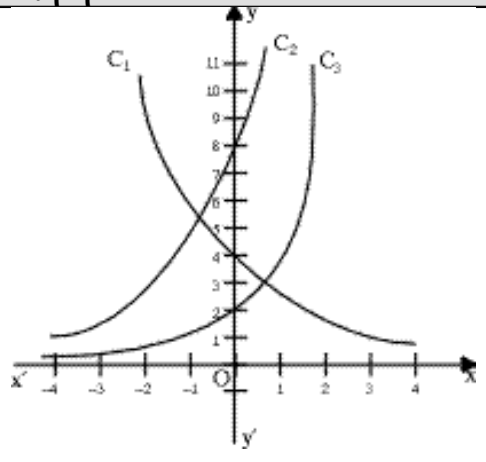
Δ = 1

E = e^x

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. Στη στήλη Α του πίνακα (I) υπάρχουν οι γραφικές παραστάσεις κάποιων από τις συναρτήσεις που ο τύπος τους αναγράφεται στη στήλη Β.

Πίνακας (I)

Στήλη A	Στήλη B
 <p>Σχ.14</p>	$f_1(x) = 2 \cdot 4^x$ $f_2(x) = 8 \cdot 2^x$ $f_3(x) = 4 \cdot 2^x$ $f_4(x) = 2 \cdot 4^{-x}$ $f_5(x) = 4 \cdot 2^{-x}$

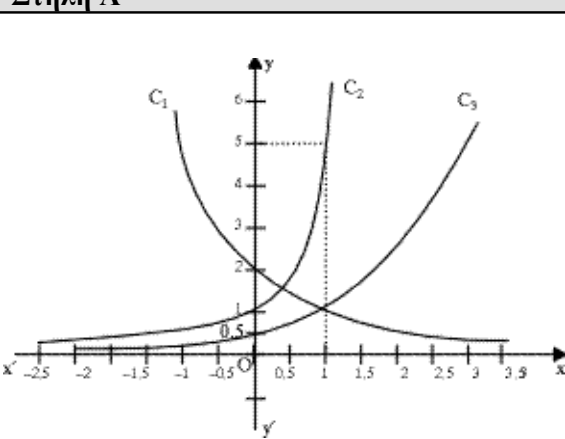
Να συμπληρώσετε τον πίνακα (II) ώστε σε κάθε γραφική παράσταση της στήλης A να αντιστοιχεί ο τύπος της συνάρτησης που βρίσκεται στη στήλη B.

Πίνακας (II)

C ₁	C ₂	C ₃

2. Στη στήλη A του πίνακα (I) υπάρχουν οι γραφικές παραστάσεις κάποιων από τις συναρτήσεις που ο τύπος τους αναγράφεται στη στήλη B.

Πίνακας (I)

Στήλη A	Στήλη B
 <p>Σχ.15</p>	$f_1(x) = 5^x$ $f_2(x) = 2^x$ $f_3(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$ $f_4(x) = 2 \cdot 3^{-x}$ $f_5(x) = 3^{-x}$

Να συμπληρώσετε τον πίνακα (II) ώστε σε κάθε γραφική παράσταση της στήλης A να αντιστοιχεί ο τύπος της συνάρτησης που βρίσκεται στη στήλη B.

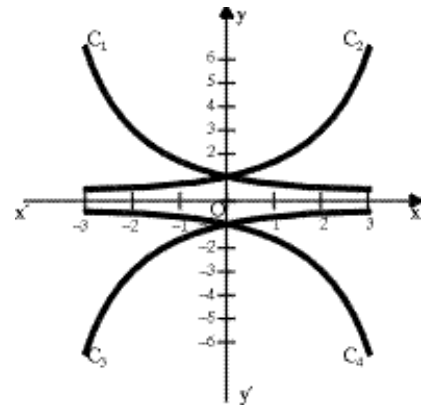
Πίνακας (II)

C ₁	C ₂	C ₃

Ερώτηση συμπλήρωσης

1. Στο διπλανό σχήμα υπάρχει η γραφική παράσταση C_1 της

$f(x) = 2^{-x}$, η καμπύλη C_2 συμμετρική της C_1 ως προς τον άξονα $y'y$, η καμπύλη C_3 συμμετρική της C_1 ως προς τον άξονα $x'x$ και η καμπύλη C_4 συμμετρική της C_1 ως προς την αρχή $O(0,0)$ των αξόνων.



Σχ.16

Να συμπληρώσετε στον παρακάτω πίνακα τους τύπους των συναρτήσεων $f_2(x)$, $f_3(x)$ και $f_4(x)$ των οποίων οι C_2 , C_3 και C_4 αποτελούν τις γραφικές παραστάσεις αντίστοιχα.

Καμπύλη	C_1	C_2	C_3	C_4
Τύπος συνάρτησης	$f_1(x) = 2^{-x}$	$f_2(x) =$	$f_3(x) =$	$f_4(x) =$

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. * Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $3^{2x} = \frac{1}{81}$

ii) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$

iii) $2^{-x} = 32$ iv) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 27$ v) $\frac{1}{2^x} = 16$

2. * Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $2^{x^2-5x+6} = 1$ ii) $\left[3^{(x^2-9)}\right]^{(x-2)} = 1$ iii) $4^{3x} = 2^4 \cdot 16^{\frac{x}{2}}$

iv) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$

v) $3^{2x-2} + 3^x = 4$

vi) $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$

3. * Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $2^x - 5\sqrt{2^x} + 4 = 0$

ii) $5 \cdot 2^x = 2^{x+3} - 3\sqrt{2}$

iii) $3^{x+1} - 28 + 9 \cdot 3^{-x} = 0$

iv) $2^{x-2} - 3^{x-3} - 2^{x-3} + 3^{x-4} = 0$

v) $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

4. ** Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $(x^2 - 5x + 5)^{x+2} = 1$

ii) $e^{2x} + e = e^x + e^{x+1}$

5. ** Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $3^{\eta\mu 2x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ii) $3^{\eta\mu 2x - \sigma\upsilon\nu x} = 9^{1-2\eta\mu^2 \frac{x}{2}}$

iii) $2^{\eta\mu x} \cdot (4^{\eta\mu x})^{\sigma\upsilon\nu x} = \sqrt[5]{32^{\eta\mu 3x}}$

6. ** Να λύσετε τις ανισώσεις

i) $3^{x^2-7x+6} < 1$

ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x+\frac{5}{2}}$

iii) $(0,5)^{5x-x^2-1} < 0,125$

iv) $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$

7. ** Να λύσετε τα συστήματα

i) $\begin{cases} 9^{x+1} = 3^{y+3} \\ 4^{x+y} = 8 \cdot 2^x \end{cases}$

ii) $\begin{cases} 2^{x^2-5x+6} = 1 \\ x + y = 8 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} 2^{x-1} \cdot 4^y = 1 \\ 3^x \cdot 3^{y-1} = 9 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} 3^x - 5^y = 4 \\ 9 \cdot 3^{-x} + 5^y = 6 \end{cases}$

8. ** i) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε τις συναρτήσεις: $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ και $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ ii) Να εξηγήσετε γιατί οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $y'y$.9. ** Αν f και g δύο συναρτήσεις με $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ και $g(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$ να αποδείξετε ότι:

$$f(x+y) = f(x) \cdot f(y) + g(x) \cdot g(y).$$

10. ** i) Να βρείτε το $(a \neq 5)$ ώστε η $f(x) = \left(\frac{1-a}{a-5}\right)^x$ να είναι γνησίως αύξουσα.ii) Να βρείτε το a , $(a \neq 0)$ ώστε η $g(x) = \left(1 - \frac{5}{a}\right)^x$ να είναι γνησίως φθίνουσα.

11. ** Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = (1 - k^2)^x$.

α) Για ποιες τιμές του k ορίζεται η f ;

β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του k για τις οποίες η f είναι γνησίως αύξουσα.

γ) Να βρείτε το k ώστε η γραφική παράσταση της $f(x)$ να περνάει από το σημείο $P\left(1, \frac{1}{2}\right)$.

δ) Να βρείτε τις τιμές του k ώστε η γραφική παράσταση της $f(x)$ να περνάει από το σημείο $\Sigma(2, 1)$.

12. ** Σ' ένα ασθενή με υψηλό πυρετό χορηγείται ένα αντιπυρετικό φάρμακο.

Η θερμοκρασία (πυρετός) $\Theta(t)$ του ασθενούς t ώρες μετά την λήψη του φαρμάκου δίνεται από τον

τύπο $\Theta(t) = 36 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^t$ σε βαθμούς Κελσίου.

α) Να βρείτε πόσο πυρετό είχε ο ασθενής τη στιγμή που του χορηγήθηκε το φάρμακο.

β) Να βρείτε σε πόσες ώρες η θερμοκρασία του ασθενούς θα πάρει την φυσιολογική τιμή των $36,5^\circ\text{C}$.

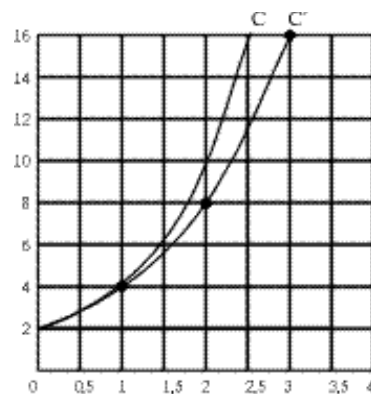
γ) Αν η επίδραση του αντιπυρετικού διαρκεί 4 ώρες πόση θα είναι η θερμοκρασία του ασθενούς μόλις σταματήσει η επίδραση του φαρμάκου.

13. *** Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = ka^x$, $0 < a \neq 1$ και $k \in \mathbb{R}$

i) Να βρείτε τους λόγους: $\frac{f(x+1)}{f(x)}$, $\frac{f(x+2)}{f(x+1)}$, $\frac{f(x+7)}{f(x+6)}$

ii) Να βρείτε τους λόγους: $\frac{f(x+3)}{f(x)}$, $\frac{f(x+6)}{f(x+3)}$, $\frac{f(x+16)}{f(x+13)}$

iii) Να αποδείξετε ότι ο λόγος των τιμών της $f(x)$ που αντιστοιχούν σε ζεύγη τιμών της μεταβλητής x που ισαπέχουν είναι σταθερές. (Ζεύγη τιμών που ισαπέχουν είναι $(x, x+3)$, $(x+3, x+6)$, $(x+12, x+15)$ κλπ.



Σχ.17

iv) Στο σχήμα 17 δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας εκθετικής συνάρτησης και μιας παραβολής.

Χρησιμοποιώντας το ερώτημα (iii), να βρείτε ποια είναι η γραφική παράσταση της εκθετικής.

Παρατήρηση: Το ερώτημα (iii) εφαρμόζεται ως κριτήριο αναγνώρισης μίας καμπύλης αν είναι γραφική παράσταση εκθετική και ως κριτήριο αναγνώρισης αν ένας πίνακας τιμών x, y ορίζει μία εκθετική συνάρτηση.

14. ** Ένα δείγμα 5 Kgr ενός ραδιενεργού ισοτόπου διασπάται σύμφωνα με τον τύπο: $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-kt}$

όπου $Q(t)$ παριστάνει την ποσότητα που απομένει μετά από χρόνο t , $Q_0 = Q(0)$ η αρχική ποσότητα (για $t = 0$) και k σταθερά που εξαρτάται από το υλικό. Αν το μισό του αρχικού δείγματος διασπάστηκε σε 10 min., να βρείτε πόση ποσότητα ραδιενεργού υλικού θα έχει απομείνει μετά από 40 min.

15. ** Ένας βιολόγος μελετώντας την ανάπτυξη ενός είδους βακτηριδίων παρατηρεί ότι:

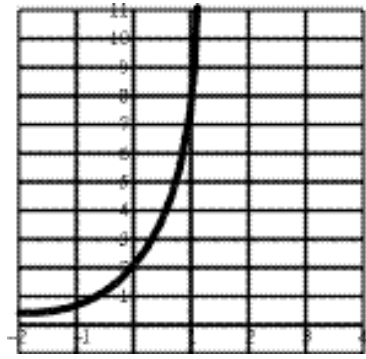
i) 2 ώρες μετά την έναρξη της παρατήρησης τα βακτηρίδια ήταν 400.

ii) 4 ώρες μετά την έναρξη της παρατήρησης τα βακτηρίδια ήταν 3.200.

Αν ο τύπος που δίνει τον αριθμό των βακτηριδίων είναι $P(t) = P_0 \cdot 2^{kt}$, όπου $P(t)$ ο αριθμός των βακτηριδίων σε χρόνο t , P_0 ο αρχικός αριθμός και k σταθερά που εξαρτάται από το είδος των βακτηριδίων τότε: α) Να βρείτε τη σταθερά k . β) Να βρείτε τον αρχικό αριθμό των βακτηριδίων.

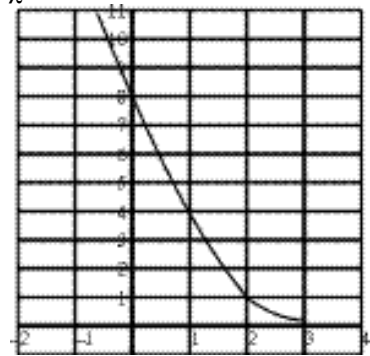
γ) Σε πόσα λεπτά ο αρχικός αριθμός των βακτηριδίων είχε διπλασιαστεί;

16. ** α) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = k \cdot 4^x$ είναι η καμπύλη του σχήματος 18 να βρείτε το k .



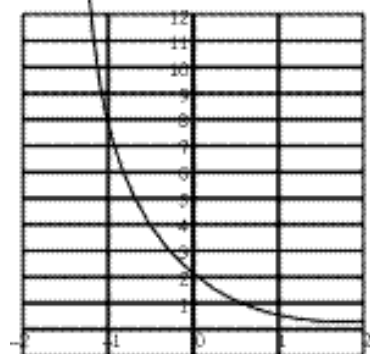
Σχ. 18

- β) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 8 \cdot a^{-x}$ είναι η καμπύλη του σχήματος 19 να βρείτε το a .



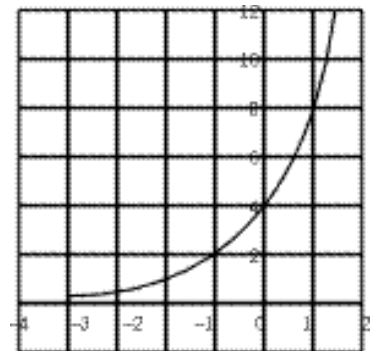
Σχ. 19

- γ) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 2 \cdot a^{-x}$ είναι η καμπύλη του σχήματος 20 να βρείτε το a .



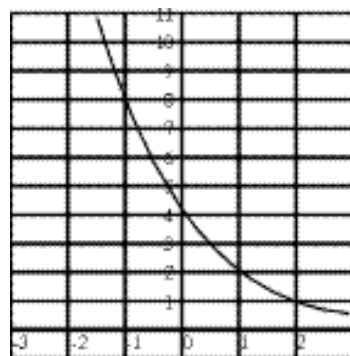
Σχ. 20

- δ) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = k a^x$ είναι η καμπύλη του σχήματος 21 να βρείτε τα k, a .



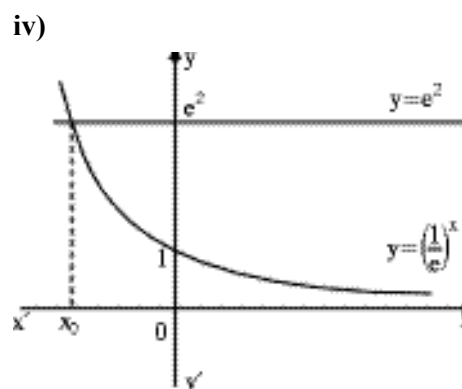
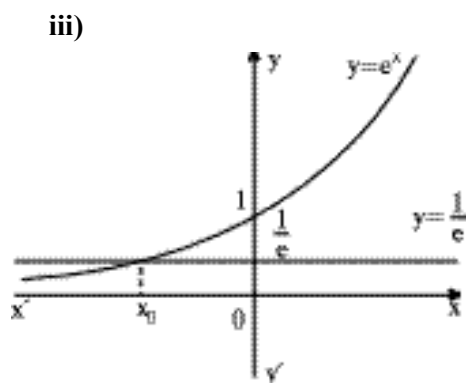
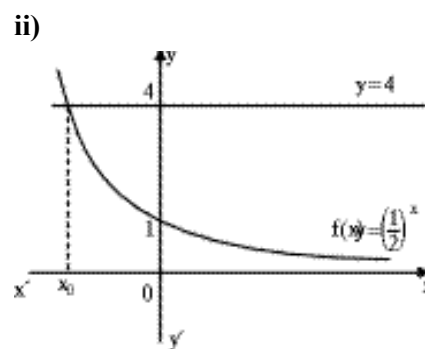
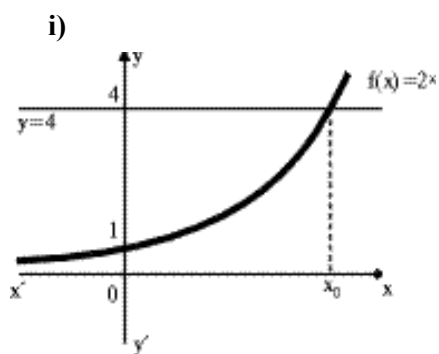
Σχ. 21

ε) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = k \cdot a^x$ είναι η καμπύλη του σχήματος 22 να βρείτε τα k, a .



Σχ. 22

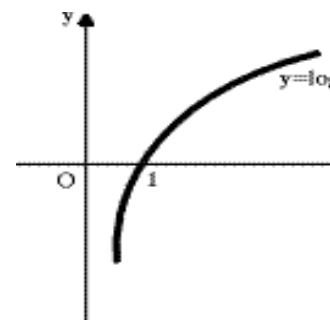
17. * Να βρείτε το σημείο x_0 σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:



Ερωτήσεις του τύπου “Σωστό - Λάθος”

- | | | |
|---|---|---|
| 1. * Αν $0 < a \neq 1$ και $\theta > 0$ ισχύει η ισοδυναμία. $\log_a \theta = x \Leftrightarrow a^x = \theta$. | Σ | Λ |
| 2. * Αν $0 < a \neq 1$ ισχύει ότι $\log_a a^x = a$ | Σ | Λ |
| 3. * Αν $0 < a \neq 1$ ισχύει ότι $a^{\log_a \theta} = \theta$ | Σ | Λ |
| 4. * Αν $0 < a \neq 1$ ισχύει ότι $\log_a 1 = 1$ | Σ | Λ |
| 5. * Αν $0 < a \neq 1$ ισχύει ότι $\log_a a = 1$ | Σ | Λ |
| 6. * Αν $\theta > 0$ ισχύει ότι $\log(10\theta) = 1 + \log \theta$ | Σ | Λ |
| 7. * Αν $\theta > 0$ και $\theta \neq 10$ ισχύει ότι $\log\left(\frac{\theta}{10}\right) = 1 - \log \theta$ | Σ | Λ |
| 8. * Αν $\theta > 0$ και $\theta \neq 10$ ισχύει ότι $\log \theta^{10} = \theta$ | Σ | Λ |
| 9. * Ισχύει ότι $\log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2}$ | Σ | Λ |
| 10. * Ισχύει ότι $\ln 27 = (e^3)^9$ | Σ | Λ |

11. * Στο σχήμα 17 φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \log x$
 Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.



Σχ. 17

- | | | |
|---|---|---|
| i) Η f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$. | Σ | Λ |
| ii) Η f έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R} | Σ | Λ |
| iii) Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} | Σ | Λ |
| iv) Η f έχει άξονα συμμετρίας τον $x'x$. | Σ | Λ |
| v) Η f έχει ασύμπτωτη του αρνητικού ημιάξονα των $y'y$ | Σ | Λ |
| vi) Η γραφική παράσταση της f είναι συμμετρική της γραφικής παράστασης της $g(x) = 10^x$ ως προς την ευθεία $y = x$. | Σ | Λ |
| vii) Ισχύει ότι $f(2) < f(3)$ | Σ | Λ |
| viii) Το σημείο $(1, 0)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της f . | Σ | Λ |
| ix) Το σημείο $(0, 1)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της f . | Σ | Λ |
| x) Το σημείο $(10, 1)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της f . | Σ | Λ |

12. * Ισχύει ότι:

- | | | |
|---|---|---|
| i) $\log x > \ln e$, για κάθε $x > 0$ | Σ | Λ |
| ii) $\log x^{-2} < \ln e^{-2}$ για κάθε $x > 0$ | Σ | Λ |
| iii) $\log 10^2 = 2$ | Σ | Λ |
| iv) $\ln e^3 = 3$ | Σ | Λ |

v) $\log \frac{10}{e} = 1 - \log e$

Σ Λ

13. * I) Αν $x < y$ τότε $\log x < \log y$

Σ Λ

ii) Αν $x < y$ τότε $\ln x > \ln y$

Σ Λ

iii) Αν $x < y$ τότε $\log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} y$

Σ Λ

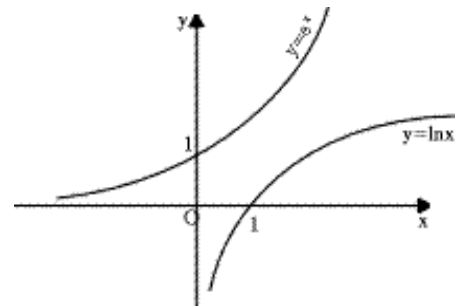
iv) Αν $x < y$ τότε $\log_3 x > \log_3 y$

Σ Λ

14. * Στο σχήμα 18 φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρ-

τήσεων με τύπους $f(x) = \ln x$ και $g(x) = e^x$.

Να χαρακτηρίσετε σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:



Σχ. 18

i) Οι γραφικές παραστάσεις των f και g είναι συμμετρικές ως την ευθεία $y = x$.

Σ Λ

ii) Οι γραφικές παραστάσεις των f και g δεν τέμνονται.

Σ Λ

iii) Οι γραφική παράσταση της f τέμνει τον $x'x$ στο $(1,0)$.

Σ Λ

iv) Η γραφική παράσταση της g τέμνει τον $y'y$ στο $(0,1)$.

Σ Λ

v) Ισχύει ότι $f(2) < g(2)$

Σ Λ

vi) Ισχύει ότι $f\left(\frac{1}{2}\right) < g\left(\frac{1}{2}\right)$

Σ Λ

vii) Η f και η g είναι γνησίως αύξουσες συναρτήσεις στα πεδία ορισμού τους.

Σ Λ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_2 x$ (Σχ.1) είναι

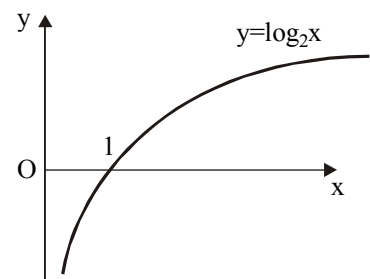
A. το διάστημα $[0, +\infty)$

B. το διάστημα $(0, +\infty)$

Γ. το σύνολο \mathbb{R}

Δ. το σύνολο \mathbb{R}^*

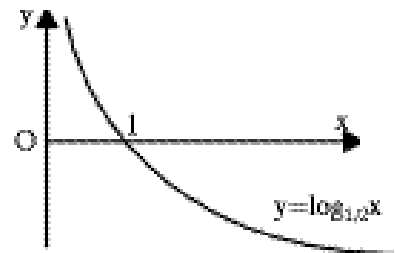
E. το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$



Σχ. 1

2. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ (Σχ.2) είναι

- Α. το διάστημα $(0, +\infty)$ Β. το διάστημα $[0, +\infty)$
 Γ. το σύνολο \mathbb{R} Δ. το σύνολο \mathbb{R}^*
 Ε. το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$



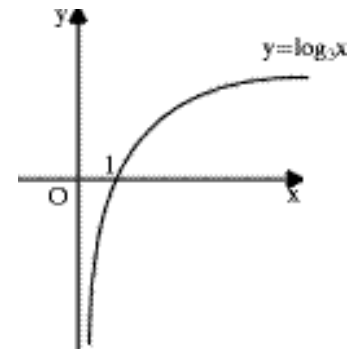
Σχ.2

3. * Το πεδίο ορισμού της λογαριθμικής συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_{\alpha} x$ με $0 < \alpha \neq 1$ είναι

- Α. Το διάστημα $[0, +\infty)$ Β. Το σύνολο \mathbb{R}
 Γ. Το διάστημα $(0, +\infty)$ Δ. Το σύνολο \mathbb{R}^* Ε. Το σύνολο $\mathbb{R} - \{1\}$

4. * Το σύνολο τιμών της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_3 x$ (Σχ.3) είναι

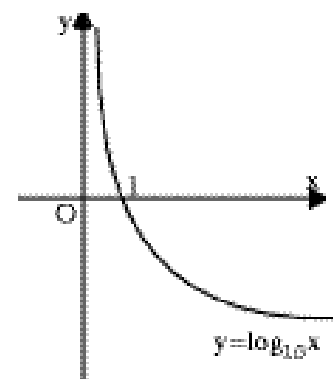
- Α. το διάστημα $[0, +\infty)$ Β. το διάστημα $(-\infty, 0)$
 Γ. το διάστημα $(0, +\infty)$ Δ. το διάστημα $(-\infty, 0)$
 Ε. το σύνολο \mathbb{R}



Σχ. 3

5. * Το σύνολο τιμών της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ (Σχ.4) είναι

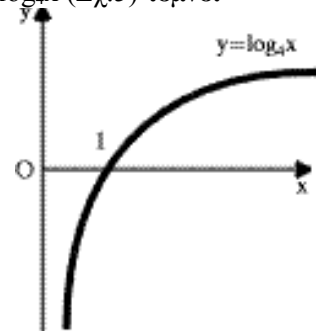
- Α. το διάστημα $[0, +\infty)$ Β. το διάστημα $(-\infty, 0)$
 Γ. το διάστημα $(0, +\infty)$ Δ. το σύνολο \mathbb{R}
 Ε. το διάστημα $(-\infty, 0)$



Σχ. 4

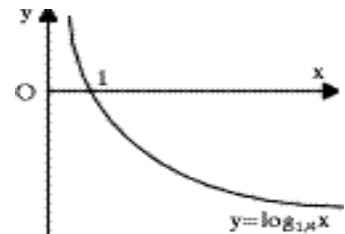
6. * Το σύνολο τιμών της λογαριθμικής συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_a x$ με $0 < a \neq 1$ είναι
 Α. Το διάστημα $[0, +\infty)$ Β. Το σύνολο \mathbb{R} Γ. Το διάστημα $(0, +\infty)$
 Δ. Το διάστημα $(-\infty, 0)$ Ε. Το διάστημα $(-\infty, 0]$

7. * Η γραφική παράσταση της λογαριθμικής συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_4 x$ (Σχ.5) τέμνει
 Α. μόνο τον άξονα $y'y$
 Β. τον άξονα $x'x$ και τον άξονα $y'y$
 Γ. μόνο τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(1,0)$
 Δ. τον άξονα $x'x$ σε δύο σημεία
 Ε. τίποτα από τα προηγούμενα



Σχ. 5

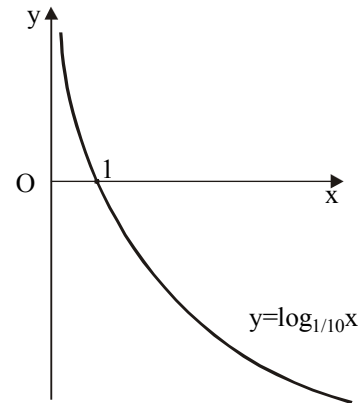
8. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$ (Σχ.6) τέμνει
 Α. μόνο τον άξονα $y'y$
 Β. τον άξονα $x'x$ και τον άξονα $y'y$
 Γ. μόνο τον άξονα $x'x$ σε δύο σημεία
 Δ. τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(1,0)$
 Ε. τίποτα από τα παραπάνω



Σχ. 6

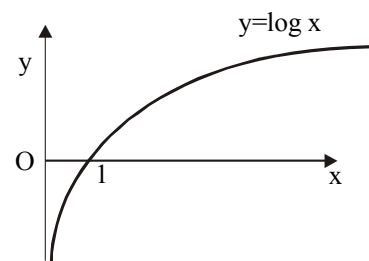
9. * Η λογαριθμική συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_a x$ με $0 < a \neq 1$ έχει γραφική παράσταση που τέμνει
 Α. μόνο τον άξονα $y'y$ Β. τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(1,0)$
 Γ. τον άξονα $x'x$ και τον άξονα $y'y$ Δ. τον άξονα $x'x$ σε δύο σημεία
 Ε. τίποτα από τα παραπάνω
10. * Η λογαριθμική συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_a x$ με $0 < a < 1$ είναι πάντοτε
 Α. γνησίως αύξουσα Β. σταθερή Γ. άρτια
 Δ. γνησίως φθίνουσα Ε. τίποτα από τα προηγούμενα
11. * Η λογαριθμική συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_a x$ με $a > 1$ είναι πάντοτε
 Α. γνησίως αύξουσα Β. περιττή Γ. σταθερή
 Δ. γνησίως φθίνουσα Ε. τίποτα από τα προηγούμενα
12. * Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_{\frac{1}{\infty}} x$ (Σχ.7) είναι

- A. γνησίως αύξουσα
- B. άρτια Γ. περιττή
- Δ. γνησίως φθίνουσα Ε. τίποτα από τα προηγούμενα



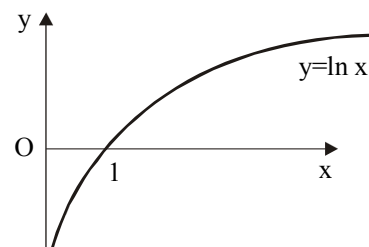
Σχ. 7

13. * Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log x$ (Σχ.8) είναι
- A. γνησίως αύξουσα
 - B. περιοδική Γ. σταθερή
 - Δ. γνησίως φθίνουσα
 - Ε. τίποτα από τα παραπάνω



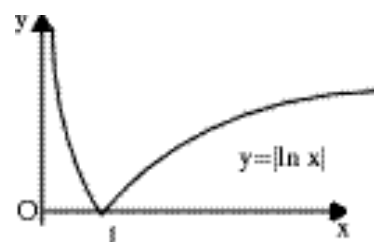
Σχ. 8

14. * Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \ln x$ (Σχ.9) είναι
- A. γνησίως αύξουσα Β. άρτια
 - Γ. περιττή Δ. γνησίως φθίνουσα
 - Ε. τίποτα από τα παραπάνω



Σχ. 9

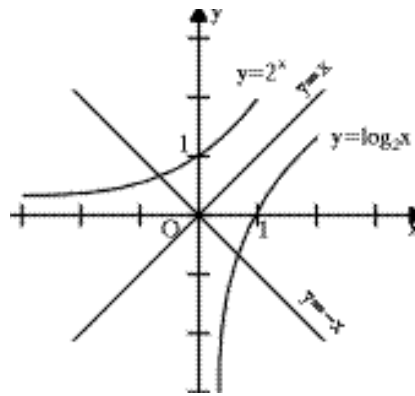
15. ** Για την συνάρτηση με τύπο $f(x) = |\ln x|$ (Σχ.10) δεν ισχύει ότι
- A. έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$
 - B. έχει σύνολο τιμών το διάστημα $[0, +\infty)$
 - Γ. έχει ελάχιστο το 0 για $x=1$
 - Δ. είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0,1]$ και γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$
 - Ε. τέμνει τον άξονα $y'y$.



Σχ. 10

16. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = 2^x$ είναι συμμετρική με την γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = \log_2 x$ (Σχ. 11) ως προς

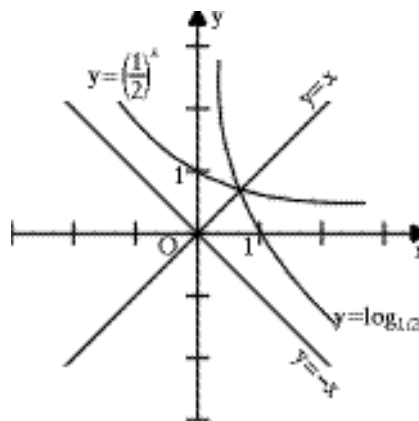
- A. τον άξονα $y'y$
- B. το σημείο $(0,0)$
- Γ. την ευθεία $y = x$
- Δ. την ευθεία $y = -x$
- Ε. τον άξονα $x'x$.



Σχ. 11

17. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ είναι συμμετρική με την γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ (Σχ.12) ως προς

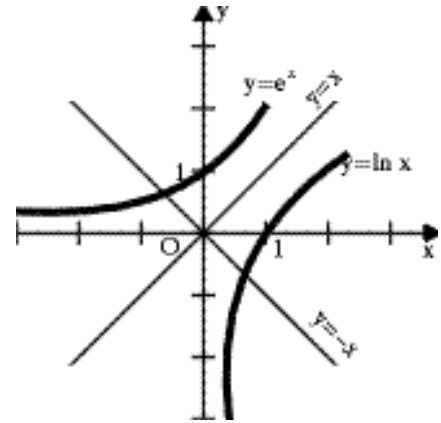
- A. τον άξονα $y'y$
- B. το σημείο $(0,0)$
- Γ. την ευθεία $y = -x$
- Δ. την ευθεία $y = x$
- Ε. τον άξονα $x'x$.



Σχ. 12

18. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = e^x$ είναι συμμετρική με την γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = \ln x$ (Σχ.13) ως προς

- A. τον άξονα $y'y$ B. το σημείο $(0, 0)$
 Γ. την ευθεία $y = x$ Δ. την ευθεία $y = -x$
 E. τον άξονα $x'x$.



Σχ. 13

19. * Η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = a^x$ είναι συμμετρική με την γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = \log_a x$ όταν $0 < a \neq 1$ ως προς

- A. τον άξονα $y'y$ B. την ευθεία $y = x$ Γ. το σημείο $(0,0)$
 Δ. την ευθεία $y = -x$ E. τον άξονα $x'x$

20. * Η ισοδυναμία $\log_a x = y \Leftrightarrow x = a^y$ ισχύει πάντοτε με τις προϋποθέσεις

- A. $x \in \mathbb{R}$ και $a > 0$ B. $x \in [0, +\infty)$ και $0 \leq a \neq 1$
 Γ. $x \in (0, +\infty)$ και $0 < a \neq 1$ Δ. $x \in \mathbb{R}$ και $a \neq 1$
 E. $x \geq 0$ και $a \geq 0$

21. * Αν $\log_x 32 = 5$ τότε το x είναι ίσο με

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 Γ. -2 Δ. 1 E. 10

22. * Αν $\log_3 x = 4$ τότε το x είναι ίσο με

- A. 7 B. 12 Γ. 64 Δ. 81 E. 9

23. * Αν $\log_2 64 = x$ τότε το x είναι ίσο με

- A. 32 B. 16 Γ. 128 Δ. 12 E. 6

24.* Η παράσταση $3^{\log_3 5}$ είναι ίση με

- A. 1 B. $\log 5$ Γ. 5 Δ. $\log 3$ E. 0

25.* Η παράσταση $\log_a a$ με $0 < a \neq 1$ είναι ίση με

- A. a^2 B. 1 Γ. a Δ. 0 E. $2a$

26. * Η παράσταση $\log_a 1$ με $0 < a \neq 1$ είναι ίση με

- A. a^2 B. 1 Γ. a Δ. 0 E. $2a$

27. * Η παράσταση $\log 100^2$ είναι ίση με

- A. 4 B. 2 Γ. 10 Δ. 100 E. 10.000

28. * Η παράσταση $\log 2 + \log 7$ είναι ίση με

- A. $\log 9$ B. $\log 14$ Γ. $\log \frac{7}{2}$ Δ. $\log 5$ E. $2 \log 7$

29. * Η παράσταση $\log 12 - \log 3$ είναι ίση με

- A. $\log 9$ B. $\log 15$ Γ. $\log 36$ Δ. $12 \log 3$ E. $\log 4$

30. * Η παράσταση $\log 2^3$ είναι ίση με

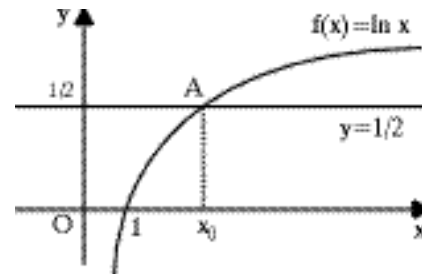
- A. $\log 6$ B. $\log 5$ Γ. $2 \log 3$ Δ. $3 \log 2$ E. τίποτα από τα προηγούμενα

31. * Η παράσταση $\frac{\log 2}{\log 3}$ είναι ίση με
 Α. $\log \frac{2}{3}$ Β. $\log_2 3$ Γ. $\log_3 2$ Δ. $\log \frac{3}{2}$ Ε. τίποτα από τα προηγούμενα
32. * Η παράσταση $\frac{1}{2} \log 25 + \frac{1}{3} \log 8$ είναι ίση με
 Α. $\frac{1}{6}$ Β. $\frac{1}{6} \log 200$ Γ. $\frac{5}{6} \log 34$ Δ. 1 Ε. $\log 200$
33. * Από τις παρακάτω σχέσεις σωστή είναι η
 Α. $\log_5 2 < \log_5 \frac{1}{2}$ Β. $\log_5 2 \leq \log_5 \frac{1}{2}$
 Γ. $\log_5 2 > \log_5 \frac{1}{2}$ Δ. $\log_5 2 = \log_5 \frac{1}{2}$ Ε. τίποτα από τα προηγούμενα
34. * Από τις παρακάτω σχέσεις σωστή είναι η
 Α. $\log_{\frac{1}{3}} 5 < \log_{\frac{1}{3}} 7$ Β. $\log_{\frac{1}{3}} 5 \leq \log_{\frac{1}{3}} 7$ Γ. $\log_{\frac{1}{3}} 5 = \log_{\frac{1}{3}} 7$
 Δ. $\log_{\frac{1}{3}} 5 > \log_{\frac{1}{3}} 7$ Ε. τίποτα από τα προηγούμενα
35. * Ο $\log(4-x^2)$ ορίζεται αν
 Α. $x > 2$ Β. $-2 < x < 2$ Γ. $x < -2$ Δ. $x = 2$ Ε. $x = -2$
36. * Ο $\log|x-1|$ δεν ορίζεται αν
 Α. $x > 1$ Β. $x \neq 1$ Γ. $-1 < x < 1$ Δ. $x < -1$ Ε. $x = 1$
37. * Η συνάρτηση $f(x) = \log(x-6) + \log(7-x)$ ορίζεται αν
 Α. $x = 6$ Β. $x < 6$ Γ. $x > 7$ Δ. $x = 7$ Ε. $6 < x < 7$
38. * Αν $\log[\log(x-2)] = 0$ τότε το x είναι ίσο με
 Α. 12 Β. 2 Γ. 3 Δ. 4 Ε. 10
39. ** Αν $\log \theta = 1,62$ τότε ο θ ανήκει στο διάστημα
 Α. (0,1) Β. (1,2) Γ. (2,5) Δ. (5,10) Ε. (10,100)
40. ** Αν ισχύει $\log(\eta\mu x) = 0$ τότε είναι
 Α. $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ Β. $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ Γ. $x = 2k\pi$
 Δ. $x = 2k\pi + \pi$ Ε. $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$
41. ** Αν ισχύει $\log(\epsilon\phi x) = 0$ τότε είναι
 Α. $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ Β. $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ Γ. $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$
 Δ. $x = k\pi$ Ε. $x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$
42. * Αν $\log 50 - \log 2 = \log x$ τότε το x είναι ίσο με
 Α. 100 Β. 52 Γ. 25 Δ. 48 Ε. 12,5

43. * Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων με τύπους $f(x) = \ln x$ και $y = \frac{1}{2}$ τέμνονται στο σημείο

$A(x_0, \frac{1}{2})$ (Σχ.14). Τότε το x_0 είναι ίσο με

- A. e B. 1 Γ. $\frac{1}{2}$ Δ. \sqrt{e} Ε. $\frac{3}{2}$



Σχ. 14

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. * Στη στήλη A του πίνακα (I) υπάρχουν οι γραφικές παραστάσεις κάποιων από τις συναρτήσεις που ο τύπος τους αναγράφεται στη στήλη B.

Πίνακας (I)

Στήλη A	Στήλη B
<p>Σχ.15</p>	$f_1(x) = \log x$ $f_2(x) = \ln x$ $f_3(x) = \log_2 x + 1$ $f_4(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ $f_5(x) = \log_{\frac{1}{4}} x - 1$

Να συμπληρώσετε τον πίνακα (II) ώστε σε κάθε γραφική παράσταση της στήλης A να αντιστοιχεί ο τύπος της συνάρτησης που βρίσκεται στη στήλη B.

Πίνακας (II)

C_1	C_2	C_3

2. * Κάθε ισότητα της στήλης A του πίνακα (I) ισοδυναμεί με μια ισότητα της στήλης B.

Πίνακας (I)

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\log_a 3 = 8$	A. $\alpha^8 = 3$
2. $\log_8 \alpha = 3$	B. $\omega = e^x$
3. $\ln x = 1 + \omega$	Γ. $x^\omega = e$
4. $\omega \ln x = 1$	Δ. $\alpha = 8^3$
	E. $x = e^{\omega+1}$
	ΣΤ. $\alpha = 3^8$

Να συμπληρώσετε τον πίνακα (II) ώστε σε κάθε ισότητα της στήλης Α να αντιστοιχεί η ισοδύναμη της ισότητα που βρίσκεται στη στήλη Β.

Πίνακας (II)

1	2	3	4

3. * Στη στήλη Α του πίνακα (I) υπάρχουν λογαριθμικές παραστάσεις και στη στήλη Β διάφορα αναπτύγματα.

Πίνακας (I)

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\log\left(\frac{x^2}{y^3}\right)$	A. $3\log x - 2\log y$
2. $\ln(xy^2)$	B. $\ln x + 2\ln y$
3. $\ln(10xy)$	Γ. $2\log x - 3\log y$
	Δ. $\ln 10 + \ln x + \ln y$
	E. $1 + \ln x + \ln y$

Να συμπληρώσετε τον πίνακα (II) ώστε σε κάθε λογαριθμική παράσταση της στήλης Α να αντιστοιχεί το ανάπτυγμά της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Πίνακας (II)

1	2	3

4. * Στη στήλη Α του πίνακα (I) υπάρχουν αναπτύγματα και στη στήλη Β κάποιες παραστάσεις.

Πίνακας (I)

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\log 4 - \log x + 2\log y$	A. $\log\left(\frac{4y^2}{x}\right)$
2. $\log \alpha + 2\log \beta - \log \gamma$	B. $\ln\left(\frac{xe^2}{y^2}\right)$
3. $\ln x - 2\ln y + 2$	Γ. $\ln\left(\frac{2x}{y^2}\right)$
	Δ. $\ln[(x + e)(e - x)]$
	E. $\log\left(\frac{\alpha\beta^2}{\gamma}\right)$

Να συμπληρώσετε τον πίνακα (II) ώστε σε κάθε ανάπτυγμα της στήλης Α να αντιστοιχεί η ισοδύναμη του παράσταση που βρίσκεται στη στήλη Β.

Πίνακας (II)

1	2	3

Ερωτήσεις διάταξης

Να τοποθετήσετε σε μια σειρά από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς:

1. * $A = \log 0,5$ $B = \log \sqrt{2}$ $\Gamma = \log \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Delta = 0$ $E = 1$

2. * $A = \log_2 \frac{1}{2}$ $B = \log_2 \frac{1}{3}$ $\Gamma = \log_2 \sqrt{5}$ $\Delta = 0$ $E = 1$

3. * $A = \log_{0,5} \frac{1}{4}$ $B = \log_{0,5} 4$ $\Gamma = \log_{0,5} 10$ $\Delta = 0$ $E = 1$

Να τοποθετήσετε κατά σειρά μεγέθους τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

4. * $A = \log_{0,5} x$ $B = \log_2 x$ $\Gamma = \log_3 x$ $\Delta = 0$

- a) $\text{An } 0 < x < 1$ b) $\text{An } x > 1$

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. * Να συμπληρώσετε τα κενά στις ισότητες που ακολουθούν:

i) $\log_5 \dots = 2$ **ii)** $\log_5 25 = \dots$ **vi)** $\log_5 \sqrt{5} = \dots$ **vii)** $\log_6 \frac{1}{6} = \dots$
iii) $\log_2 \dots = -3$ **iv)** $\log_{\frac{1}{2}} \dots = -3$ **viii)** $\log_6 \dots = 2$ **ix)** $\ln \dots = 2$
v) $\log_a (a^p) = \dots$, $p \in \mathbb{R}$ **vii)** $\ln \dots = -1$

2. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

i) $\log_a 1 = \dots$ **ii)** $\log_a a = \dots$ **iii)** $\log_a \sqrt{a} = \dots$ **iv)** $\log \dots a = 1$
v) $\log_a \frac{1}{a} = \dots$ **vi)** $\log \dots \sqrt{k} = \frac{1}{2}$ **vii)** $\log_a \dots = \frac{1}{3}$ **viii)** $\log \dots a^2 = 1$
ix) $\log \dots a^3 = 3$ **x)** $\log_a \dots = 0$

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. * Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $\log(1+x) = \log(1-x)$ **ii)** $\log(1+x) = 1 + \log(1-x)$
iii) $2\log(2x-1) - \log(3x-2x^2) = \log(4x-3) - \log x$ **iv)** $\ln \frac{x}{2} = \frac{\ln x}{2}$

2. ** Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $x(\log 10 - \log 5) = \log(4^x - 12)$ **ii)** $\log_2(4^x + 4) = x + \log_2(2^{x+1} - 3)$ **iii)** $\frac{\log_2(9 - 2^x)}{3 - x} = 1$

3. ** Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$ **ii)** $\log_2(\log_2 x) = \log_4(\log_4 x)$ **iii)** $\log_4[\log_3(\log_2 x)] = 0$

4. ** **α)** Να υπολογίσετε τον αριθμό $100^{\log \sqrt{3}}$.

β) Να λύσετε την εξίσωση: $3^{2\log x} - 2 \cdot 3^{\log x} - 100^{\log \sqrt{3}} = 0$.

5. *** Αν σε μία αριθμητική πρόοδο (a_n) ο πρώτος όρος είναι $a_1 = \log_3 3$ και ο δεύτερος όρος της είναι $a_2 = \log_3 81$.

α) Να βρείτε την διαφορά ω της αριθμητικής προόδου.

β) Να λύσετε την εξίσωση: $3^{\log_\omega x^3} - 9 \cdot 3^{\log_\omega x^2} - 9 \cdot 3^{\log_\omega x} + 81 = 0$.

6. ** **i)** Να αποδείξετε ότι: $3^{\log x} = x^{\log 3}$ **ii)** Να λύσετε την εξίσωση: $3^{\log x} = 54 - x^{\log 3}$

7. ** **i)** Να αποδείξετε ότι: $x^{\log 2} = 2^{\log 5 x}$ αν $0 < x \neq 1$

ii) Να λύσετε την εξίσωση $3x^{\log 2} + 2^{\log 5 x} = 64$

iii) Να αποδείξετε ότι ισχύει γενικά $a^{\log_\beta \gamma} = \gamma^{\log_\beta a}$ με $(0 < a, \beta, \gamma \neq 1)$

8. ** **i)** Να αποδείξετε ότι $x^{\log y} = y^{\log x}$ με $x, y > 0$

ii) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x^{\log y} + y^{\log x} = 20 \\ \log \sqrt{x \cdot y} = 1 \end{cases}$$

iii) Αν οι λύσεις του **(ii)** είναι ρίζες της εξίσωσης:

$\log[\log(x^2 + x \log \theta - 110)] = 0$ να βρείτε το $\theta \in \mathbb{R}_+^*$

9. ** Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_2 \frac{x-2}{x(x-1)} - \log_{\sqrt{2}} 2 \cdot \left[\log_{\frac{1}{2}} (x-1) \right]$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f

ii) Να δείξετε ότι $f(x) = \log_2 \frac{(x-2)(x-1)}{x}$

iii) Να λύσετε ως προς $\lambda \in \mathbb{R}$ την εξίσωση: $2\lambda f(4) = \log_2 3^{\lambda+2} + (2-\lambda) \log_2^2$

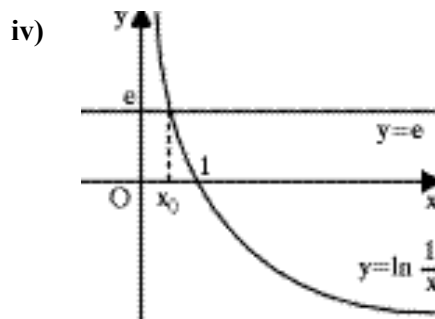
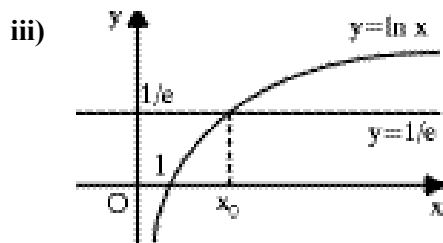
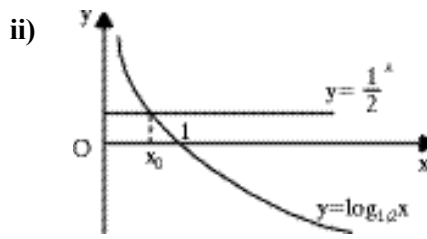
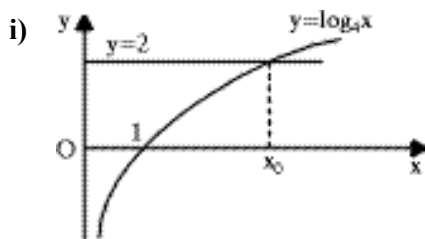
10. ** Να λύσετε την εξίσωση: $(x+1)^{\log(x+1)} = 100(x+1)$.

11. ** Να βρείτε δύο θετικούς αριθμούς που οι φυσικοί τους λογάριθμοι έχουν άθροισμα 2 και γινόμενο -8.

12. ** Να βρείτε τον θετικό αριθμό x ώστε να ισχύει: $\log x + \log x^3 + \log x^5 + \dots + \log x^{2v-1} = 2v^2$

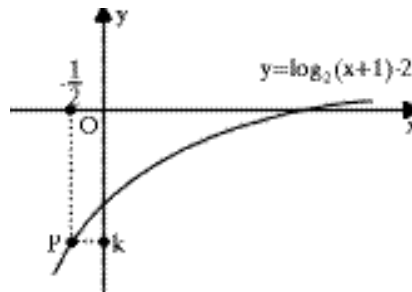
13. ** Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο (a_n) ισχύει $a_p = k \cdot a_1$, όπου ο a_p ο όρος τάξεως p, α ο πρώτος της όρος, και λ ο λόγος της να αποδείξετε ότι: $(p-1)\log \lambda = \log k$

14. ** Να βρείτε το x_0 σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:



15. ** Να βρείτε: α) τα σημεία στα οποία τέμνει τους άξονες η γραφική παράσταση της $f(x) = \log_2(x+1) - 2$ (Σχ.16).

β) Το k ώστε το σημείο $P\left(-\frac{1}{2}, k\right)$ να ανήκει στη γραφική της παράσταση.



Σχ. 16

16. ** Να λύσετε την εξίσωση $\ln(\sin x) = 0$.

17. ** Ο θόρυβος y ενός ήχου σε dB (ντεσιμπέλ) δίνεται από τον τύπο $y = 20 \log \frac{x}{20}$ όπου x η πίεση που ασκεί το ακουστικό κύμα στα μόρια του ατμοσφαιρικού αέρα μετρούμενη σε μP (μικρο Pascals, $1\mu\text{P} = 10^{-6}\text{P}$).

α) Πόση πίεση ασκεί ένα αθόρυβο κύμα στα μόρια του αέρα;

β) Ένας κεραυνός άσκησε πίεση $x = 2 \cdot 10^{6.5} \mu\text{P}$ στα μόρια του ατμοσφαιρικού αέρα. Πόσο dB ήταν ο θόρυβος που προξένησε;

Δίνεται ότι: Μια ηχητική πηγή θεωρείται αθόρυβη όταν ο θόρυβός της είναι το 20dB (όσος δηλαδή ο θόρυβος του θροίσματος των φύλλων ενός δέντρου σε ελαφρύ φύσημα του αέρα - μικρότερος θόρυβος δεν ανιχνεύεται-).

18. ** Ο θόρυβος L σε dB (ντεσιμπέλ) που προκαλεί μια ηχητική πηγή δίνεται από τον τύπο $L = 120 + 10 \log (10^{-12}I)$ όπου I το μέτρο της έντασης του ήχου σε Watt/m^2 .

α) Πόση πρέπει να είναι (το πολύ) η ένταση μια «αθόρυβης» ηλεκτρικής συσκευής;

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Είδος θορύβου	Θόρυβος σε dB	Ένταση ήχου σε Watt/m^2
Μηχανές αεροπλάνου Jet (σε απόσταση 30m)	140	
Μουσική Rock (1,5m μακριά από το ηχείο)		10^{12}
Μοτοσικλέτα (με κανονική εξάτμιση)	80	
Συνομιλία (σε ήρεμο κλίμα)		10^6

γ) Σ' ένα πεζοδρόμιο δουλεύουν ταυτόχρονα σε πολύ μικρή απόσταση 2 κομπρεσέρ που το καθένα ξεχωριστά προκαλεί θόρυβο 130 dB. Πόσος είναι ο συνολικός θόρυβος που προκαλεί και τα δύο μαζί;

Δίνονται: i) Μια ηχητική πηγή θεωρείται αθόρυβη όταν ο θόρυβος της είναι 20dB (όσος δηλαδή είναι ο θόρυβος του θροίσματος των φύλλων του δένδρου σε ελαφρό φύσημα του αέρα - μικρότερος θόρυβος δεν ανιχνεύεται-).

ii) $\log 2 \cong 0,30$.