ΕΝΙΑΙΟ ΛΥΚΕΙΟ ....

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΔΙΔΑΣΚΩΝ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΟΝΟΜΑ : ....

ΤΜΗΜΑ : ....

ΘΕΜΑ Ι :

Α) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή **(Σ)** ή Λάθος **(Λ)** , αιτιολογώντας την απάντησή σας .

1. Αν για την συνάρτηση f ισχύει ότι $f\big(f(x)\big) = 1 + x$, για κάθε $x \in \Re$, τότε η συνάρτηση είναι « 1 – 1 » .

2. Αν $\left|f(x) - \eta\mu x\right| \le x^2$ $x \in \Re$, τότε $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$.

3. Είναι : $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x+3}{1-x} = +\infty$

(Μονάδες 9)

Β) Δίνονται οι συναρτήσεις $g(x) = \sqrt{x-4}$ και $f(x) = x^2 - 10x + 13$.

1) Να βρείτε την συνάρτηση $g \circ f$

(Μονάδες 10)

2) Να υπολογίσετε το όριο : $\lim\limits_{x\to 10} \dfrac{(g \circ f)(x) - 3}{x - 10}$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ ΙΙ

Α) Να δείξετε ότι η εξίσωση $x^5 + 5x^2 + x - 2 = 0$ έχει δύο τουλάχιστον λύσεις στο (- 1 , 1) .

(Μονάδες 15)

Β) Να δείξετε ότι η εξίσωση $e^x + e \cdot x = 2$ έχει μοναδική λύση στο R .

(Μονάδες 15)

Γ) Έστω f συνεχής στο R και ισχύουν οι σχέσεις :

$$f(2002)-2004=f(2004)-2002=0$$

Να δείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_0 \in (2002,2004)$ τέτοιο ώστε : $f(x_0)=2003$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ III

Α) Δίνεται συνάρτηση f , τέτοια ώστε : $\eta\mu x - x^2 \le f(x) \le \eta\mu x + x^2$, $x \in \Re$

Να υπολογίσετε το όριο : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$

(Μονάδες 15)

Β) Να υπολογίσετε τα όρια , αν υπάρχουν :

α) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-5}{x^3-3x+2}$ β) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5\eta\mu x - \eta\mu 2x}{\eta\mu x+\eta\mu 2x}$ γ) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{|x-2|(x+1)}{x^2-3x+2}$

(Μονάδες 15)

ΤΕΣΤ ΣΤΟΥΣ ΜΙΓΑΔΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΤΜΗΜΑ:

ΟΝΟΜΑ:

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 45 min

Θέμα 1^o :

Να συμπληρωθούν οι σωστές(Σ) ή λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:

1. Αν ισχύει $|z|^2 = z^2 \textit{τοτε}\ z \in \Re$ Σ.Λ.
2. Αν ισχύει $|z|^2 = -z^2 \textit{τοτε}\ z \in I$ Σ.Λ.
3. Η εξίσωση $\left|2\bar{z}-1\right| = 1$ειναι εξισωση κυκλου με κεντρο Κ(0,-1/2) και ρ=$\frac{\sqrt{2}}{2}$ Σ.Λ.

4.Η εξίσωση $|z-i| = |z-1|$ παριστάνει την διχοτόμο $2^{ης}$-$4^{ης}$ γωνίας στο μιγαδικό επίπεδο Σ.Λ.

(40 μονάδες)

Θέμα 2^o :

Α. Αν ισχύει :$|z_1| < 1 \kappa\alpha\iota |z_2| < 1$ να αποδειχτει οτι $|z_1 + z_2| < \left|1 + z_1\bar{z}_2\right|$

Β.Αν ισχύει $\left|z-1+i\sqrt{3}\right| = 4$ να βρεθεί το μέγιστο και το ελάχιστο μέτρο του z.

(40 μονάδες)

Θέμα 3^o :

Δύο μυρμήγκια Α,Β κινούνται στο μιγαδικό επίπεδο και είναι εικόνες των μι-
γαδικών z_1,z_2 ώστε να ισχύει $z_1 = \frac{3+4i}{5} z_2$.Να δειχτούν ότι:

Α. Τα Α,Β ισαπέχουν συνεχώς από το (0,0). (10 μονάδες).

Β.Αν το μυρμήγκι Α κινείται σε κύκλο κέντρου (2,0) και ακτίνας 1,να βρεθεί
Η εξίσωση της γραμμής του μυρμηγκιού Β. (10 μονάδες).

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!