ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Κεφάλαιο 9ο: **ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ**

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

Να χαρακτηρίσετε με «Σ» (σωστό) ή «Λ» (λάθος) τις παρακάτω προτάσεις.

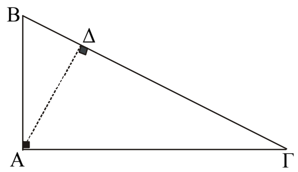
1. * Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $ΑΒ^2 = ΑΓ^2 + ΒΓ^2$, τότε το τρίγωνο είναι:

i. Ορθογώνιο με ορθή γωνία την Β **Σ Λ**

ii. Ορθογώνιο με ορθή γωνία την Α **Σ Λ**

ii. Ορθογώνιο με ορθή γωνία την Γ **Σ Λ**

2. * Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος ισχύει:



i. $ΑΒ^2 = ΒΔ \cdot ΒΓ$ **Σ Λ**

ii. $ΑΓ^2 = ΑΒ \cdot ΑΔ$ **Σ Λ**

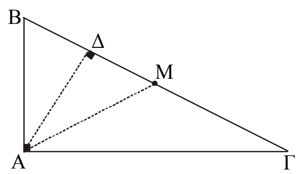
iii. $ΑΔ^2 = ΒΔ \cdot ΔΓ$ **Σ Λ**

iv. $ΑΔ^2 = ΒΔ \cdot ΒΓ$ **Σ Λ**

v. $ΑΒ^2 = ΒΔ \cdot ΔΓ$ **Σ Λ**

vi. $ΑΓ^2 = ΔΓ \cdot ΒΓ$ **Σ Λ**

3. * Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος, στο οποίο η ΑΔ είναι ύψος και η ΑΜ διάμεσος, ισχύει:



i. $ΑΒ^2 = ΒΓ \cdot ΒΔ$ **Σ Λ**

ii. $ΑΒ^2 = 2ΑΜ^2 + \dfrac{ΒΓ^2}{2} - ΑΓ^2$ **Σ Λ**

iii. $ΑΒ^2 = ΑΜ^2 + ΒΜ^2$ **Σ Λ**

iv. $ΑΒ^2 = ΒΓ^2 - ΑΓ^2$ **Σ Λ**

v. $ΑΒ^2 = ΒΔ^2 + ΑΔ^2$ **Σ Λ**

vi. $ΑΒ^2 = \dfrac{ΒΓ^2}{4} + ΒΜ^2$ **Σ Λ**

4. * Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο. Ισχύει $α^2 > β^2 + γ^2$. **Σ Λ**

5. * Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και $γ^2 > α^2 + β^2$, τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο. **Σ Λ**

6. * Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α. Ισχύει $β^2 < α^2 + γ^2$. **Σ Λ**

7. * Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύει $β^2 < α^2 + γ^2$, τότε το τρίγωνο είναι πάντοτε οξυγώνιο. **Σ Λ**

8. * Για τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ με ύψος ΑΔ, ισχύει $ΑΒ^2 = ΒΓ \cdot ΒΔ$. **Σ Λ**

9. * Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{Α} < 90°$ ισχύει $ΒΓ^2 < ΑΒ^2 + ΑΓ^2$. **Σ Λ**

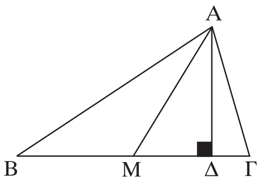
10. * Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύουν ταυτόχρονα: $α^2 < β^2 + γ^2$, $β^2 < α^2 + γ^2$, $γ^2 < α^2 + β^2$, τότε το τρίγωνο είναι οξυγώνιο. **Σ Λ**

11. * Υπάρχει τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ για το οποίο να ισχύουν ταυτόχρονα: $α^2 > β^2 + γ^2$, $β^2 < α^2 + γ^2$, $γ^2 > α^2 + β^2$. **Σ Λ**

12. * Αν γνωρίζουμε τις τρεις πλευρές τριγώνου ΑΒΓ α, β, γ, τότε συγκρίνοντας το τετράγωνο μιας οποιασδήποτε πλευράς του με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, μπορούμε να διαπιστώσουμε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο, οξυγώνιο ή αμβλυγώνιο. **Σ** **Λ**

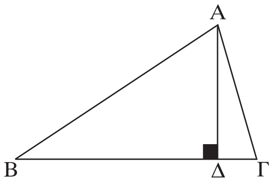
13. * Το τρίγωνο που έχει μήκη πλευρών 5, 7, 9 είναι οξυγώνιο. **Σ** **Λ**

14. * Στο τρίγωνο ΑΒΓ που έχει διάμεσο την ΑΜ και ύψος το ΑΔ ισχύει:
$\left|ΑΓ^2 - ΑΒ^2\right| = 2ΒΓ \cdot ΔΜ$.



Σ **Λ**

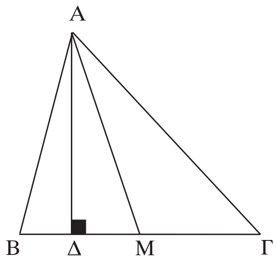
15. * Στο διπλανό σχήμα, αν το ΑΔ είναι ύψος, ισχύει $ΑΓ^2 = ΑΒ^2 + ΒΓ^2 - 2ΒΔ \cdot ΔΓ$.



Σ **Λ**

16. * Αν ΑΔ η προβολή της πλευράς γ πάνω στην πλευρά β τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και ισχύουν ταυτόχρονα: $α^2 = β^2 + γ^2 - 2βΑΔ$ και $α^2 = β^2 + γ^2 + 2βΑΔ$, τότε το ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α. **Σ** **Λ**

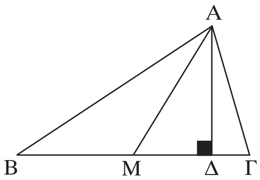
17. * Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι ΑΒ = 6 cm, ΑΓ = 8 cm και ΒΓ = 7 cm. Η ΑΜ είναι διάμεσος και το ΑΔ είναι ύψος. Το ΔΜ ισούται με 2 cm.



Σ **Λ**

18. * Στο τρίγωνο ΑΒΓ η $μ_α$ είναι διάμεσός του. Ισχύει $β^2 + γ^2 = 2μ_α^2 + \frac{α^2}{2}$. **Σ** **Λ**

19. * Στο τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΜ είναι διάμεσος και το ΑΔ είναι ύψος. Ισχύει:
$ΑΒ^2 + ΑΓ^2 = 2ΑΜ^2 + \frac{ΔΜ^2}{2}$.

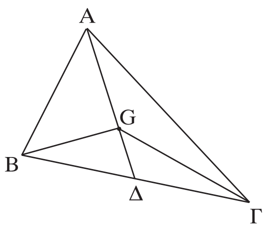


Σ **Λ**

20. * Αν γνωρίζουμε τις διαμέσους ενός τριγώνου, μπορούμε να υπολογίσουμε τις πλευρές του. **Σ** **Λ**

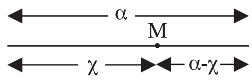
21. * Η απόδειξη των θεωρημάτων της διαμέσου, μπορεί να γίνει με τη βοήθεια της γενίκευσης του Πυθαγορείου Θεωρήματος. **Σ** **Λ**

22. * Το G είναι το βαρύκεντρο τριγώνου ΑΒΓ.
Ισχύει $\frac{ΔΒ}{ΔΓ} = \frac{BG}{ΓG}$.



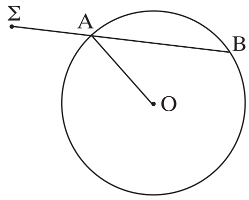
Σ **Λ**

23. * Το ευθύγραμμο τμήμα α διαιρείται σε μέσο και άκρο λόγο από το σημείο Μ όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο λόγος $\varphi = \dfrac{\alpha}{x} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ εκφράζει το λόγο της χρυσής τομής.



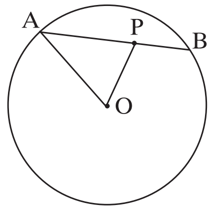
Σ **Λ**

24. * Στο διπλανό σχήμα Ο είναι το κέντρο του κύκλου και ΣΟ = δ, ΟΑ = R.
Ισχύει $ΣΑ \cdot ΑΒ = \delta^2 - R^2$.



Σ **Λ**

25. * Το σημείο Ρ είναι εσωτερικό του κύκλου (Ο, R) και ΟΡ = δ < R.
Αν μια ευθεία διέρχεται από το Ρ και τέμνει τον κύκλο στα Α, Β, τότε $ΡΑ.ΡΒ = R^2 - \delta^2$.

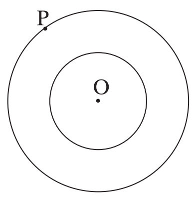


Σ **Λ**

26. * Η δύναμη σημείου ως προς κύκλο και η απόσταση του σημείου από το κέντρο είναι ποσά ανάλογα.

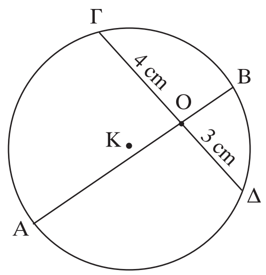
Σ **Λ**

27. * Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι. Σημείο Ρ κινείται στον εξωτερικό κύκλο. Η δύναμη του σημείου Ρ ως προς τον εσωτερικό κύκλο είναι σταθερή.



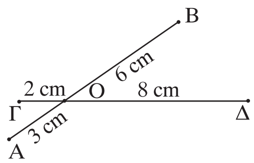
Σ **Λ**

28. * Στο διπλανό σχήμα είναι ΟΓ = 4 cm, ΟΔ = 3 cm και $ΟΒ = \dfrac{ΟΑ}{3} = x$.
Η τιμή του x είναι 2 cm.



Σ **Λ**

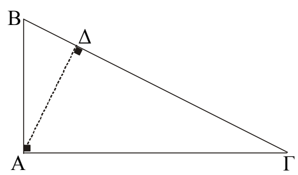
29. * Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ τέμνονται στο σημείο Ο και είναι ΟΑ = 3 cm, ΟΒ = 6 cm, ΟΓ = 2 cm και ΟΔ = 8 cm.
Τα σημεία Α, Β, Γ, Δ είναι ομοκυκλικά.



Σ **Λ**

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

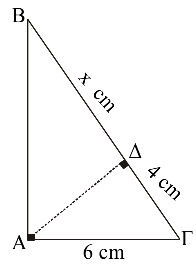
1. * Οι παρακάτω σχέσεις αναφέρονται στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος. **Λανθασμένη** είναι η σχέση:



i. $ΑΔ^2 = ΒΔ \cdot ΔΓ$ **ii.** $ΑΒ^2 = ΒΔ \cdot ΒΓ$
iii. $ΑΓ^2 = ΒΔ \cdot ΔΓ$ **iv.** $ΑΒ^2 + ΑΓ^2 = ΒΓ^2$
v. $\dfrac{ΑΒ^2}{ΑΓ^2} = \dfrac{ΒΔ}{ΔΓ}$

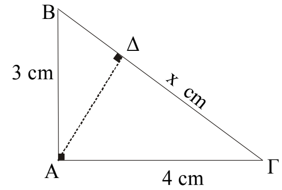
2. * Στο διπλανό σχήμα η ΔΒ σε cm ισούται με:

i. 3 **ii.** 4 **iii.** 5 **iv.** 6 **v.** 7



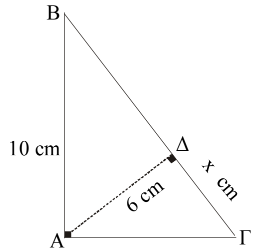
3. * Στο διπλανό σχήμα η ΔΓ σε cm ισούται με:

i. 2 **ii.** 3 **iii.** 2,2 **iv.** 3,2 **v.** 3,5



4. * Στο διπλανό σχήμα η ΔΓ σε cm ισούται με:

i. 5,5 **ii.** 8 **iii.** 4 **iv.** 5 **v.** 4,5



5. * Αν το μήκος της υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου είναι $\sqrt{5}\alpha$, τότε τα μήκη των καθέτων πλευρών του είναι:

i. 3α, $\sqrt{2}\alpha$ **ii.** α, $\sqrt{2}\alpha$ **iii.** α, 2α **iv.** α, $\sqrt{5}\alpha$ **v.** $\sqrt{3}\alpha$, 2α

6. * Αν το μήκος της υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου είναι $\sqrt{2}\alpha$, τότε τα μήκη των καθέτων πλευρών του είναι:

i. $\frac{1}{2}\alpha$, $\frac{1}{2}\alpha$ **ii.** α, $\frac{1}{2}\alpha$ **iii.** $\frac{1}{3}\alpha$, α **iv.** $\frac{1}{4}\alpha$, $\frac{1}{4}\alpha$ **v.** α, α

7. * Η διαγώνιος τετραγώνου είναι 4 cm. Το μήκος της πλευράς του σε cm ισούται με:

i. $2\sqrt{2}$ **ii.** 5 **iii.** $5\sqrt{2}$, **iv.** $3\sqrt{2}$ **v.** 2

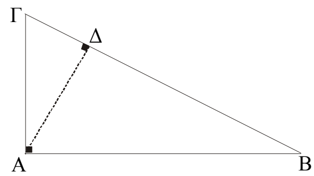
8. * Το ευθύγραμμο τμήμα που είναι μέση ανάλογος των ευθυγράμμων τμημάτων με μήκη 2 cm και 4 cm έχει μήκος σε cm:

i. 8 **ii.** $3\sqrt{2}$ **iii.** 6, **iv.** $2\sqrt{2}$ **v.** 3

9. * Στο ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος ισχύει $\frac{AB}{A\Gamma} = 2$.

Ο λόγος $\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma}$ ισούται με:

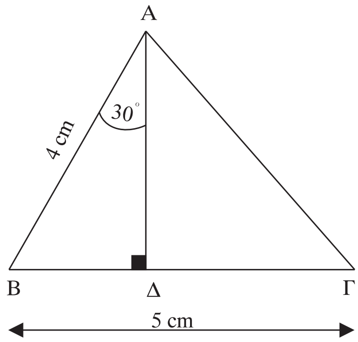
i. 3 **ii.** 4 **iii.** 2 **iv.** 1 **v.** 5



10. ***** Στο διπλανό σχήμα είναι ΑΒ = 4 cm, ΒΓ = 5 cm και το ΑΔ ύψος και η γωνία ΒΑΔ = 30°. Το μήκος της πλευράς ΑΓ σε cm ισούται με:

i. 3 **ii.** $\sqrt{41}$ **iii.** $\sqrt{10}$

iv. $\sqrt{21}$ **v.** $\sqrt{20}$

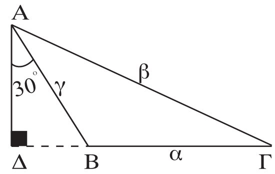


11. ***** Στο διπλανό σχήμα ισχύει:

i. $\gamma^2 = \beta^2 + \alpha^2 + \alpha\gamma$ **ii.** $\gamma^2 = \beta^2 - \alpha^2 - 2\alpha B\Delta$

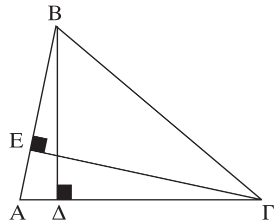
iii. $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 + \alpha\gamma$ **iv.** $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - \alpha\gamma$

v. $\beta^2 = \gamma^2 + \Delta\Gamma^2$



12. ***** Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} < 90°$ φέρνουμε τα ύψη ΒΔ και ΓΕ. Από τις παρακάτω ισότητες **λανθασμένη** είναι:

i. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta A\Delta$ **ii.** $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\gamma AE$



iii. $\alpha^2 = B\Delta^2 + \Delta\Gamma^2$ **iv.** $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta A\Delta$

v. $\alpha^2 = EB^2 + E\Gamma^2$

13. ***** Σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + \beta\gamma$. Αν ΑΔ είναι η προβολή της πλευράς γ = ΑΒ στην ΑΓ τότε η γωνία ΑΒΔ είναι:

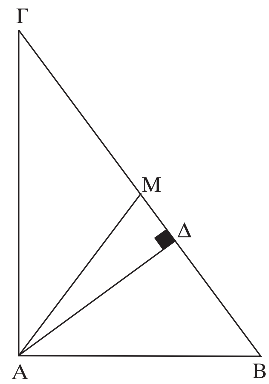
i. 45° **ii.** 30° **iii.** 60° **iv.** 75° **v.** 15°

14. ***** Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{A} = 90°$, β > γ, το ΑΔ ύψος και η $AM = \mu_\alpha$ διάμεσος. Από τις παρακάτω σχέσεις λανθασμένη είναι:

i. $\beta^2 + \gamma^2 = 4AM^2$ **ii.** $\beta^2 - \gamma^2 = 2\alpha\Delta M$

iii. $\beta^2 = \mu_\alpha^2 + M\Gamma^2 + \alpha\Delta M$ **iv.** $\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_\alpha^2 + \dfrac{\alpha^2}{2}$

v. $\gamma^2 + \mu_\alpha^2 = 2A\Delta^2 + \dfrac{BM^2}{2}$



15. ***** Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$) είναι:

i. $\beta^2 + \gamma^2 = \mu_\alpha^2$ **ii.** $\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_\alpha^2$ **iii.** $\beta^2 + \gamma^2 = 3\mu_\alpha^2$

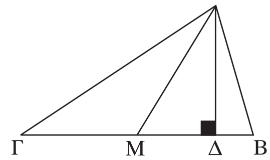
iv. $\beta^2 + \gamma^2 = 4\mu_\alpha^2$ **v.** $\beta^2 + \gamma^2 = 5\mu_\alpha^2$

16. ***** Το τρίγωνο ΑΒΓ έχει ΑΒ < ΑΓ, την ΑΜ διάμεσο και το ΑΔ ύψος. Ισχύει:

i. $A\Gamma^2 - AB^2 = 2B\Gamma.\Gamma\Delta$ **ii.** $AB^2 - A\Gamma^2 = 2B\Gamma.\Delta M$

iii. $AB^2 + A\Gamma^2 = 2B\Gamma.\Delta M$

iv. $A\Gamma^2 + AB^2 = 2AM.\Delta M$ **v.** κανένα από τα προηγούμενα



17. * Σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύει: $α^2 = β^2 + γ^2 - 2βΑΔ$, όπου ΑΔ η προβολή της γ πάνω στη β. Αν έχουμε β < ΑΔ, τότε:

i. $\hat{Γ} < 90°$ **ii.** $\hat{Γ} > 90°$ **iii.** $\hat{Γ} = 90°$ **iv.** $\hat{Α} > 90°$ **v.** $\hat{Β} > 90°$

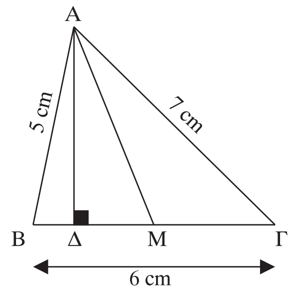
18. * Αν α = 10 cm, β = 9 cm και γ = 7 cm είναι τα μήκη πλευρών τριγώνου ΑΒΓ τότε η προβολή ΑΔ της πλευράς γ πάνω στη β σε cm είναι:

i. $\frac{5}{3}$ **ii.** 8 **iii.** 9 **iv.** $\frac{17}{2}$ **v.** $\frac{19}{2}$

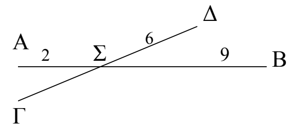
19. * Στο διπλανό τρίγωνο είναι ΑΒ = 5 cm, ΑΓ = 7 cm και ΒΓ = 6 cm. Η ΑΜ είναι διάμεσος και το ΑΔ είναι ύψος. Το ΔΜ έχει μήκος:

i. 1 **ii.** 2 **iii.** 2,5

iv. 3 **v.** 4



20. * Στο διπλανό σχήμα είναι ΣΑ = 2 cm, ΣΒ = 9 cm, ΣΔ = 6 cm. Για να είναι ομοκυκλικά τα σημεία Α, Γ, Β και Δ, το ΓΣ πρέπει να ισούται με:



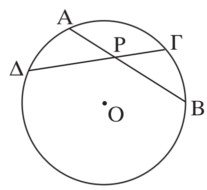
i. $\frac{6}{9}$ **ii.** $\frac{6\,.\,9}{2}$ **iii.** $\frac{2\,.\,6}{2}$ **iv.** $\frac{15}{2}$ **v.** 3

21. * Στο διπλανό σχήμα η σωστή σχέση είναι:

i. ΡΑ·ΡΓ = ΡΔ·ΡΒ **ii.** ΡΑ·ΡΒ = ΡΓ·ΡΔ

iii. ΡΑ·ΑΒ = ΡΓ·ΓΔ **iv.** ΡΑ·ΡΔ = ΡΓ·ΡΒ

v. ΡΑ·ΓΔ = ΡΓ·ΑΒ

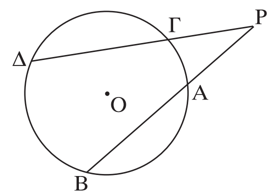


22. * Στο διπλανό σχήμα η σωστή σχέση είναι:

i. ΡΑ·ΑΒ = ΡΓ·ΓΔ **ii.** ΡΑ·ΡΒ = ΡΓ·ΡΔ

iii. ΡΑ·ΡΔ = ΡΓ·ΡΒ **iv.** ΡΑ·ΓΔ = ΡΓ·ΑΒ

v. ΡΑ·ΡΓ = ΑΒ·ΓΔ



23. * Σε κύκλο (Ο, R) θεωρούμε τη χορδή ΑΒ. Σημείο Ρ μετακινείται πάνω στη χορδή. Η δύναμη του σημείου Ρ ως προς τον κύκλο γίνεται μέγιστη όταν:

i. το Ρ είναι ένα από τα άκρα Α και Β **ii.** το Ρ είναι μέσο της ΑΒ

iii. οποιοδήποτε σημείο της ΑΒ **iv.** το Ρ διαιρεί το ΑΒ σε μέσο και άκρο λόγο

v. κανένα από τα παραπάνω

24. * Το πρόβλημα της χρυσής τομής είναι:

i. η διαίρεση ευθύγραμμου τμήματος σε μέσο και άκρο λόγο

ii. η διαίρεση ευθύγραμμου τμήματος στο μέσο

iii. η διαίρεση κύκλου σε δύο τόξα που το ένα είναι διπλάσιο του άλλου

iv. η διαίρεση γωνίας σε τρεις ίσες γωνίες

v. κανένα από τα παραπάνω

Ερωτήσεις αντιστοίχησης

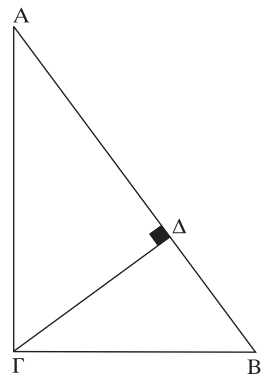
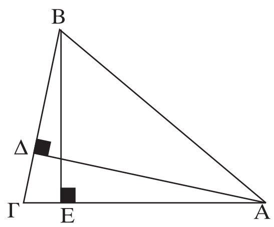
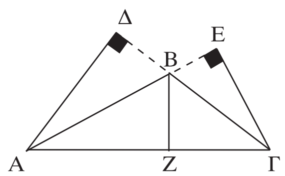
1. * Στη στήλη Α του παρακάτω πίνακα αναφέρονται τα μήκη των πλευρών τεσσάρων τετραγώνων. Αντιστοιχίστε κάθε στοιχείο της στήλης Α με το στοιχείο της στήλης Β που αντιστοιχεί στο μήκος της διαγωνίου του.

στήλη Α **Μήκος πλευράς τετραγώνου**	**στήλη Β** **Μήκος διαγωνίου τετραγώνου**
1. 4α **2.** $\sqrt{72}$ α **3.** $4\sqrt{2}$ α **4.** $\sqrt{5}$ α	**Α.** $\sqrt{10}$ α **Β.** 6α **Γ.** 8α **Δ.** $4\sqrt{2}$ α **Ε.** 12α **ΣΤ.** $\sqrt{6}$ α

2. * Στη στήλη Α έχουμε είδη μιας γωνίας τριγώνου ΑΒΓ και στη στήλη Β σχέσεις μεταξύ των πλευρών του. Να αντιστοιχήσετε σε κάθε γωνία της στήλης Α την αντίστοιχη σχέση από τη στήλη Β.

στήλη Α	**στήλη Β**
1. Α = 90° **2.** Α < 90° **3.** Β = 90° **4.** Β < 90°	**Α.** $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$ **Β.** $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$ **Γ.** $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$ **Δ.** $\alpha^2 + \gamma^2 = \beta^2$ **Ε.** $\gamma^2 - \beta^2 > \alpha^2$ **Ζ.** $\beta^2 < \gamma^2 + \alpha^2$ **Η.** $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$

3. * Από κάθε σχήμα της στήλης Α προκύπτει μια σχέση της στήλης Β. Να αντιστοιχήσετε κάθε σχήμα της στήλης Α με την αντίστοιχη σχέση της στήλης Β.

στήλη Α		**στήλη Β**
1.		**Α.** $Γ Δ^2 = ΑΔ.ΔΒ + ΑΒ.ΒΓ$
		Β. $ΑΔ^2 + ΒΔ^2 = ΑΕ^2 + ΕΒ^2$
		Γ. $ΑΒ^2 = ΑΔ^2 + ΒΔ^2 + ΒΔ.ΑΔ$
2.		**Δ.** $ΑΓ^2 - ΒΓ^2 = ΑΔ^2 - ΒΔ^2$
		Ε. $ΑΒ^2 = ΒΓ^2 + ΑΓ^2 + 2ΒΓ.ΔΓ$
3.		**Ζ.** $ΑΔ^2 + ΓΔ^2 = ΑΕ^2 + ΕΓ^2$

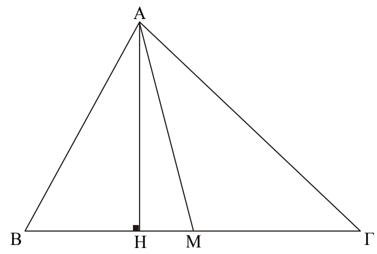
4. * Στο επίπεδο του κύκλου (Ο, R) παίρνουμε σημείο Σ που απέχει απόσταση δ από το κέντρο Ο του κύκλου. Φέρνουμε από το σημείο Σ ευθεία που τέμνει τον κύκλο στα σημεία Α και Β. Να αντιστοιχήσετε κάθε θέση του σημείου Σ που περιγράφεται στη στήλη Α με την αντίστοιχη τιμή του γινομένου ΣΑ·ΣΒ που βρίσκεται στη στήλη Β.

στήλη Α ***Το σημείο είναι:***	**στήλη Β** **Τιμή του γινομένου ΣΑ·ΣΒ**
1. εσωτερικό του κύκλου	**Α.** $δ^2 - R^2$
2. εξωτερικό του κύκλου	**Β.** $R^2 - δ^2$
3. πάνω στο κέντρο	**Γ.** 0
4. πάνω στον κύκλο	**Δ.** $δ^2$
	Ε. R^2
	Ζ. $R^2 + δ^2$

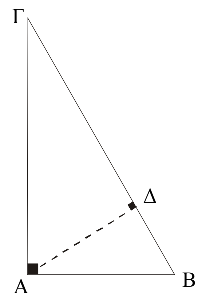
Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. ***** Με βάση το διπλανό σχήμα, όπου ΑΗ ύψος και ΑΜ διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ, να συμπληρωθούν οι ισότητες:
   i. $ΑΓ^2 = ΑΜ^2 + ΜΓ^2 + 2ΜΓ$ ....
   ii. $ΑΜ^2 = ΑΗ^2 +$ ……
   iii. $ΑΓ^2 - ΑΒ^2 =$ ……

   iv. $2ΑΜ^2 = ΑΓ^2 + ΑΒ^2$ ....

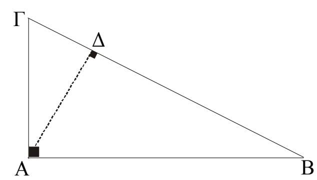


2. ***** Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος να συμπληρωθεί ο πίνακας:



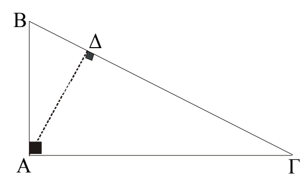
ΑΒ	3
ΑΓ	4
ΒΓ	
ΓΔ	
ΔΒ	
ΑΔ	

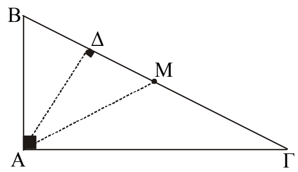
3. ***** Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος να συμπληρωθεί ο πίνακας:



ΔΓ	4
ΑΓ	8
ΒΓ	
ΑΒ	
ΔΒ	
ΑΔ	

4. ***** Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες σύμφωνα με το διπλανό σχήμα:
   i. $ΑΒ^2 = ΒΔ\cdot$ ……
   ii. $ΑΓ^2 = ΒΓ\cdot$ ……
   iii. $ΑΔ^2 =$ …… · ……
   iv. $ΑΓ\cdot ΑΒ =$ …… · ……
   v. $ΒΓ^2 = (……)^2 + (……)^2$





5. * Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες σύμφωνα με το διπλανό σχήμα:

i. $AB^2 + A\Gamma^2 = 2AM^2 + \ldots\ldots$

ii. $A\Gamma^2 = \Delta\Gamma^2 + \ldots\ldots$

iii. $A\Gamma^2 = \Delta\Gamma \cdot \ldots\ldots$

iv. $A\Delta^2 = B\Delta \cdot \ldots\ldots$

v. $A\Delta^2 = A\Gamma^2 - \ldots\ldots$

vi. $AM^2 = A\Delta^2 + \ldots\ldots$

vii. $2AM^2 = AB^2 + A\Gamma^2 - \ldots\ldots$

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ** Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφή το Α, έχουμε ΒΓ = 4 cm και ΑΒ = 7 cm. Να υπολογίσετε:

i. Το ύψος ΑΗ ii)Το ύψος ΒΚ

2. ** Σε ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ ισχύει ΑΒ + ΑΓ = $2 + \sqrt{2}$. Να υπολογίσετε:

i. Την πλευρά ΑΒ ii)Τη διαγώνιο ΑΓ

3. ** Ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}$ = 90°) είναι περιγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, r). Αν η πλευρά ΑΒ = 16 cm και η ακτίνα r = 4 cm, να υπολογίσετε:

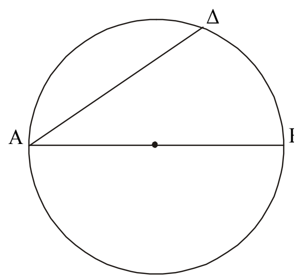
i. Την πλευρά ΒΓ του τριγώνου ii)Την πλευρά ΑΓ του τριγώνου

4. ** Ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ έχει ύψος ΑΗ. Αν ισχύει ΒΓ - ΑΗ = 12 cm, να υπολογίσετε:

i. Την πλευρά του ii)Το ύψος του υ

5. ** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$, να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές 5α, 5β, 5γ είναι τρίγωνο ορθογώνιο.

6. ** Η διαφορά των τετραγώνων των δύο πλευρών τριγώνου ισούται με τη διαφορά των τετραγώνων των προβολών τους πάνω στην τρίτη πλευρά.



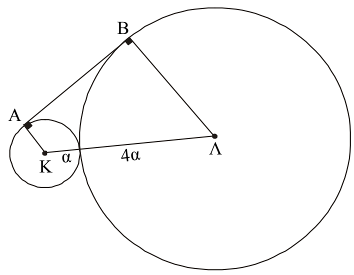
7. * Στο διπλανό σχήμα η ΑΒ είναι διάμετρος του κύκλου και η ΑΔ τυχαία χορδή του. Να δείξετε ότι η ΑΔ είναι μέση ανάλογος της διαμέτρου ΑΒ και της προβολής της πάνω στη διάμετρο ΑΒ.

8. ** Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε το ύψος ΒΔ. Να δείξετε ότι:
$(AB)^2 + (B\Gamma)^2 + (A\Gamma)^2 = (\Gamma\Delta)^2 + 2\,(A\Delta)^2 + 3\,(B\Delta)^2$.

9. ** Δύο κύκλοι με ακτίνες α και 4α εφάπτονται εξωτερικά, όπως στο σχήμα. Αν ΑΒ είναι η κοινή εφαπτομένη των δύο κύκλων:

i. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΚΛΒ είναι τραπέζιο.

ii) Να υπολογίσετε το μήκος ΑΒ συναρτήσει του α.



10. ** Δίνεται ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α. Να υπολογίσετε συναρτήσει του α:

i. Το ύψος του υ

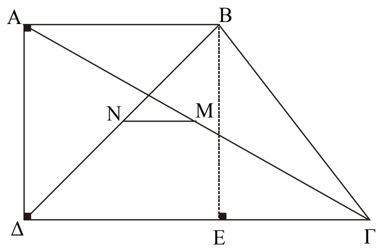
ii) Το ύψος υ΄ του ισόπλευρου τριγώνου, που η πλευρά του είναι ίση με το ύψος υ του πρώτου τριγώνου.

11. ** Η περίμετρος ενός ρόμβου είναι 84 m. Να υπολογιστούν οι διαγώνιοί του, αν γνωρίζουμε ότι η μία είναι τα $\frac{3}{5}$ της άλλης.

12. ** Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος Μ και Ν είναι τα μέσα των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

i. $MN = \frac{E\Gamma}{2}$

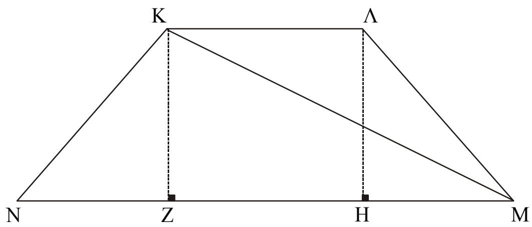
ii. $B\Gamma^2 - A\Delta^2 = 4MN^2$.



13. ** Στο ισοσκελές τραπέζιο ΚΛΜΝ να δείξετε:

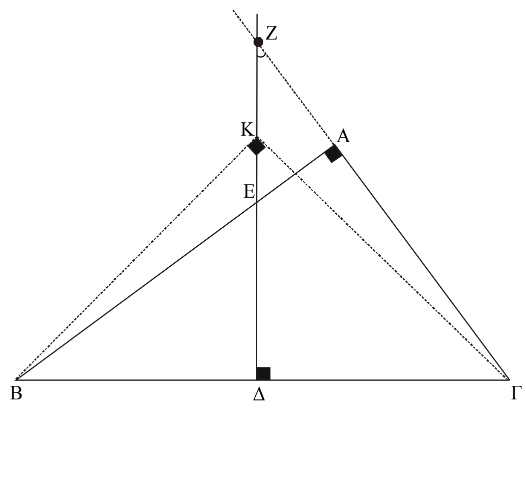
i. ΖΝ = ΗΜ

ii) $KM^2 - KN^2 = K\Lambda \cdot MN$

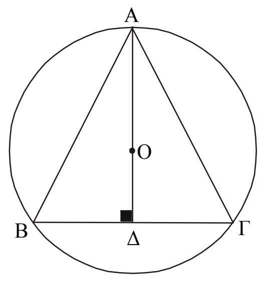


14. ** Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$) η $AB = \frac{3}{4}A\Gamma$. Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου, να δείξετε ότι $\Delta B = \frac{9}{16}\Delta\Gamma$.

15. ** Έστω Δ τυχαίο σημείο στην υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ του διπλανού σχήματος. Η κάθετη στο Δ τέμνει την ΑΒ στο Ε και την προέκτασή της ΑΓ στο Ζ. Αν Κ σημείο της ΔΖ τέτοιο ώστε $B\hat{K}\Gamma = 90°$, να δείξετε:



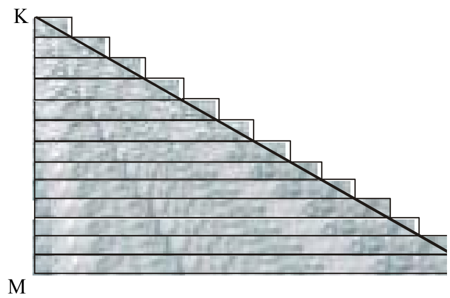
i. $\Delta K^2 = \Delta B \cdot \Delta\Gamma$ ii) $\Delta K^2 = \Delta Z \cdot \Delta E$



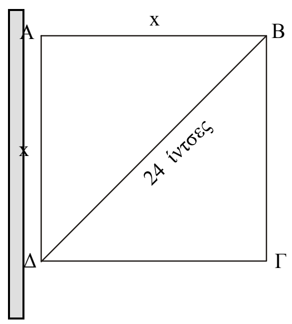
16.** Σ' ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ η βάση του ΒΓ και το ύψος του ΑΔ έχουν το ίδιο μήκος 8 cm. Να υπολογιστεί η ακτίνα R του περιγεγραμμένου του κύκλου.

17.** Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$, να δείξετε ότι $\dfrac{A\Gamma^2}{AB^2} = 3$.

18.** Στην προέκταση της πλευράς ΑΒ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε ΔΒ = ΑΒ. Φέρνουμε το ύψος ΓΕ. Αν ισχύει ΑΒ = 4ΒΕ, να δείξετε ότι $\Gamma\Delta^2 = B\Gamma^2 + \dfrac{3}{2} A\Gamma^2$.



19.** Να υπολογίσετε την απόσταση ΚΛ της τσιμεντένιας σκάλας, αν το πλάτος κάθε σκαλοπατιού είναι 40 cm και το ύψος του 30 cm.



20.** Να υπολογίσετε (σε ίντσες) την πλευρά τετράγωνης οθόνης τηλεόρασης 24 ιντσών.

Σημείωση: *Με την έκφραση «τηλεόραση α ιντσών» εννοούμε ότι η διαγώνιος της οθόνης είναι α ίντσες.*

21.** Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ (ως προς τις γωνίες του) του οποίου οι πλευρές γ, β, α, είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 4, 5 και 6 αντιστοίχως. Αν ΑΔ είναι η προβολή της πλευράς γ πάνω στη β, να δείξετε ότι $A\Delta = \dfrac{\alpha+\beta+\gamma}{30}$.

22.** Ένα τρίγωνο έχει πλευρές με μήκη 2, $1 + \sqrt{3}$, $\sqrt{6}$. Να δείξετε ότι η γωνία που βρίσκεται απέναντι από την πλευρά με μήκος $\sqrt{6}$ είναι 60°.

23.** Ενός τριγώνου ΑΒΓ τα μήκη των πλευρών του είναι 5 cm, 3 cm και 7 cm.

i. Να προσδιοριστεί το είδος του ως προς τις γωνίες του.

ii) Να υπολογιστεί σε μοίρες η γωνία του τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά του.

24. ** Στη βάση ΒΓ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ = 11 παίρνουμε σημείο Δ, τέτοιο ώστε να είναι ΒΔ = 3 και ΔΓ = 7. Να υπολογίσετε το ΑΔ.

25. ** Να βρείτε το είδος του τριγώνου αν έχει διαμέσους με μήκη 3, 4, 5.

26. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΓ > ΑΒ και ορθόκεντρο Η να δείξετε ότι:
$Η Γ^2 - Η Β^2 = Α Γ^2 - Α Β^2$.

27. ** Αν κ, λ, $\sqrt{κ^2 + λ^2 - κλ}$ είναι τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου, να υπολογιστεί σε μοίρες η γωνία που βρίσκεται απέναντι από την πλευρά που έχει μήκος $\sqrt{κ^2 + λ^2 - κλ}$.

28. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι αν $μ_β < μ_γ$, τότε β > γ.

29. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{A} = 120°$. Αν ΒΔ είναι το ύψος του, τότε να δείξετε ότι:

i. $ΑΔ = \frac{γ}{2}$ ii) $α^2 = β^2 + γ^2 + βγ$

30 ** Οι πλευρές ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι: ΑΒ = 3 cm, ΒΓ = 5 cm, ΑΓ = 7 cm.

i. Να δείξετε ότι η γωνία Β είναι αμβλεία.
ii. Να υπολογίσετε την προβολή ΒΔ της πλευράς ΑΒ πάνω στη ΒΓ.
iii. Να υπολογίσετε τη γωνία Β.

30. ** Για τις βάσεις ΑΒ και ΓΔ τραπεζίου ΑΒΓΔ έχουμε ΓΔ = 2ΑΒ. Να δείξετε ότι
$ΑΓ^2 + ΒΔ^2 = ΒΓ^2 + ΓΔ^2 + ΔΑ^2$.

31. ** Σε κύκλο (Κ, R) παίρνουμε σημείο Μ μιας χορδής ΑΒ. Να δείξετε ότι
$ΚΜ^2 + ΜΑ \cdot ΜΒ = R^2$.

32. Με εφαρμογή του θεωρήματος των διαμέσων στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$) να αποδείξετε ότι: $μ_α = \frac{α}{2}$.

33. ** Με εφαρμογή του θεωρήματος των διαμέσων στο ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α να αποδείξετε ότι το ύψος του ισούται με $\frac{α\sqrt{3}}{2}$.

34. ** Θεωρούμε το τρίγωνο ΑΒΓ και τη διάμεσό του ΑΜ. Παίρνουμε το μέσο Λ του ΒΜ και το μέσο Ν του ΜΓ. Αν είναι ΑΒ = γ, ΑΓ = β, ΒΓ = α, ΑΛ = ν και ΑΝ = λ, να αποδείξετε ότι: $β^2 + γ^2 = ν^2 + λ^2 + \frac{3α^2}{8}$.

35. ** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των πλευρών ενός τετραπλεύρου είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το άθροισμα των τετραγώνων των διαγωνίων του.

36. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ παίρνουμε πάνω στη βάση του ΒΓ τα σημεία Δ και Ε ώστε ΒΔ = ΔΕ = ΕΓ. Να δείξετε ότι: $ΑΒ^2 + 2ΑΓ^2 = 3ΑΕ^2 + 6ΔΕ^2$.

37. ** Σε ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90°$) να δειχθεί ότι:

i. $α^2 + β^2 + γ^2 = 8μ_α^2$ ii. $μ_β^2 + μ_γ^2 = 5μ_α^2$

39. ** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ οι διάμεσοι $μ_β$ και $μ_γ$ τέμνονται κάθετα, να δείξετε ότι:
$β^2 + γ^2 = 5α^2$.

40. ** Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90°$ και το G είναι το κέντρο βάρους του. Να αποδείξετε ότι:

i. $μ_α^2 + μ_β^2 + μ_γ^2 = \frac{3}{2}α^2$ ii. $GA^2 + GB^2 + GΓ^2 = \frac{2}{3}α^2$

41. ** Αν $\mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = 5\mu_\alpha^2$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο με διαμέσους μ_α, μ_β, μ_γ είναι ορθογώνιο.

42. ** Αν α, β, γ, δ είναι διαδοχικές πλευρές του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ με α > β, γ > δ, να αποδείξετε ότι η διαφορά $(\alpha^2 + \gamma^2) - (\beta^2 + \delta^2)$ ισούται με το διπλάσιο της μιας διαγωνίου επί την προβολή της άλλης πάνω σ' αυτήν.

43. ** Για κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι:

$$16\,(\mu_\alpha^2\,\mu_\beta^2 + \mu_\beta^2\,\mu_\gamma^2 + \mu_\alpha^2\,\mu_\gamma^2) = 9\,(\alpha^2\beta^2 + \beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2)$$

44. ** Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ κατά ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ = ΒΓ. Να αποδείξετε ότι: $ΑΔ^2 = ΑΓ^2 + 2ΒΓ^2$.

45. ** Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και τη γωνία του Α αμβλεία. Να αποδείξετε ότι: $ΒΓ^2 = 2ΑΓ\cdot ΔΓ$, όπου Δ η προβολή του Β πάνω στην ΑΓ.

46. ** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90°$). Φέρνουμε τη διάμεσο ΑΜ και προς την ΑΜ στο σημείο Μ κάθετη ευθεία που τέμνει την ΑΓ στο Σ. Να αποδείξετε ότι:
$ΣΒ^2 + ΣΓ^2 = 2ΣΑ^2$.

47. ** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσός του ΑΜ. Στην προέκταση της ΒΓ παίρνουμε σημείο Ε, ώστε $ΓΕ = \frac{\alpha}{2}$. Να αποδείξετε ότι: $ΑΕ^2 = 3\beta^2 + \gamma^2 - 3\,\mu_\alpha^2$.

48. ** Θεωρούμε κύκλο (Ο, R), μια διάμετρό του ΑΒ και τα σημεία Γ και Δ της ΑΒ ώστε ΟΓ = ΟΔ = δ. Αν Ρ είναι τυχαίο σημείο του κύκλου (Ο, R) και Ε, Ζ οι τομές των ΡΓ και ΡΔ αντιστοίχως με τον κύκλο, να αποδείξετε ότι:

i. $ΔΖ = \frac{R^2 - \delta^2}{ΔΡ}$ και $ΓΕ = \frac{R^2 - \delta^2}{ΓΡ}$ (δ < R) ii. $\frac{ΓΡ}{ΓΕ} + \frac{ΔΡ}{ΔΖ}$ = σταθερό.

49. ** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90°$). Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ κατά ευθύγραμμο τμήμα ΒΔ = ΒΓ. Να αποδείξετε ότι: $ΓΔ^2 = 2ΒΓ\cdot ΑΔ$.

50. ** Σε κύκλο (Ο, R) είναι εγγεγραμμένο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Από το Α φέρνουμε τυχούσα ευθεία η οποία τέμνει την ΒΓ στο Δ και τον κύκλο στο Ε. Να δείξετε ότι:

i. $ΑΒ^2 = ΑΔ\cdot ΑΕ$

ii. ο κύκλος που διέρχεται από τα σημεία Β, Δ, Ε εφάπτεται στην ΑΒ.

51. ** Σε κύκλο ακτίνας R = 15 cm παίρνουμε σημείο Γ που απέχει από το κέντρο 10 cm. Μια χορδή ΑΒ διέρχεται από το Γ και είναι ΑΓ = 3ΓΒ. Να βρεθεί το μήκος της χορδής.

52. ** Από σημείο Ρ εκτός κύκλου φέρνουμε την εφαπτόμενη ΡΑ και την τέμνουσα ΡΒΓ του κύκλου. Να δειχθεί ότι:

i. Το τρίγωνο ΡΑΒ είναι όμοιο με το τρίγωνο ΡΓΑ.

ii. $\frac{ΑΒ^2}{ΑΓ^2} = \frac{ΡΒ}{ΡΓ}$

53. ** Σε οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τα ύψη ΑΔ, ΒΕ που τέμνονται στο Η.

i. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΔΒ είναι εγγράψιμο σε κύκλο.

ii. Να δείξετε ότι $ΑΒ^2 = ΒΗ\cdot ΒΕ + ΑΗ\cdot ΑΔ$.

54. ** Με πλευρά τη χορδή ΑΒ = α κύκλου (Ο, R) κατασκευάζουμε τετράγωνο ΑΒΓΔ που η πλευρά του ΒΓ δεν έχει σημείο εσωτερικό του κύκλου. Αν το εφαπτόμενο τμήμα ΓΕ του κύκλου είναι ΓΕ = 2α, να βρείτε το R.

55. ** Κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Αν τα ΑΒ και ΓΔ τέμνονται στο Ρ και ΡΑ = 9 cm, ΡΒ = 10 cm, ΡΓ = 15 cm, να υπολογιστεί η πλευρά ΓΔ και η εφαπτόμενη ΡΣ του κύκλου.

56. ** Δυο κύκλοι λέγονται ορθογώνιοι ή ότι τέμνονται κάθετα, όταν η γωνία των εφαπτομένων τους σ' ένα από τα σημεία τομής τους είναι ορθή. Να αποδείξετε ότι:

i. Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να τέμνονται δύο κύκλοι κάθετα είναι το τετράγωνο της διακέντρου τους να είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των ακτίνων τους.

ii Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να είναι δύο κύκλοι (O_1, R_1) και (O_2, R_2) ορθογώνιοι είναι: η δύναμη του κέντρου του O_1 ως προς τον κύκλο O_2 να ισούται με το τετράγωνο της ακτίνας του O_1, δηλαδή: $\Delta^{O_1}_{(O_2, R_2)} = R_1^2$.

57. ** Θεωρούμε κύκλο (Ο, R), μια σταθερή διάμετρό του ΑΒ και μια σταθερή ευθεία $\varepsilon \perp AB$. Αν η ευθεία ε τέμνει τυχαία χορδή ΑΓ του κύκλου στο σημείο Σ, να αποδείξετε ότι: $A\Sigma \cdot A\Gamma$ = σταθερό.

58. ** Θεωρούμε κύκλο (Ο, R), μια διάμετρο αυτού ΑΒ και ένα σημείο Ρ στην προέκταση της ΒΑ. Φέρνουμε την εφαπτομένη ΡΓ και την κάθετη στο Ρ προς την ΑΒ που τέμνει τη ΒΓ στο Δ. Να αποδείξετε ότι: $PB^2 = P\Gamma^2 + B\Gamma \cdot B\Delta$.

59. ** Να αποδείξετε ότι τα σημεία που ισαπέχουν απ' το κέντρο του κύκλου, έχουν την ίδια δύναμη ως προς τον κύκλο αυτό.

60. ** Θεωρούμε κύκλο (Ο, R) και μια διάμετρό του ΑΒ. Γράφουμε μια χορδή ΓΔ του κύκλου που τέμνει την ΑΒ στο σημείο Ε έτσι ώστε $A\hat{E}\Delta = 45°$. Να αποδείξετε ότι: $AE \cdot EB + 2OZ^2 = R^2$, όπου Ζ η προβολή του Ο στην ΓΔ.

61. ** Δυο κύκλοι (Ο, R) και (Ο΄, R΄) τέμνονται στα σημεία Α και Β. Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα, που γράφονται από τυχαίο σημείο της προέκτασης του ΑΒ προς τους δύο κύκλους είναι ίσα.

62. ** Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τον περιγεγραμμένο του κύκλο. Η διάμεσος του τριγώνου ΑΜ προεκτεινόμενη τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ε.

i. Να υπολογίσετε το γινόμενο $AM \cdot ME$ συναρτήσει του α.

ii Να υπολογίσετε το γινόμενο $AM \cdot ME$ συναρτήσει των β, γ και του μ_α.

63. ** Δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα R. Μέσα στον κύκλο παίρνουμε σταθερό σημείο Α και κατασκευάζουμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με υποτείνουσα τη χορδή ΒΓ. Αν Μ είναι το μέσο της μεταβλητής της υποτείνουσας ΒΓ και Δ το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΚΑ, να δείξετε ότι: i. $AM^2 + KM^2 = R^2$ ii. ΜΔ = σταθερό

64. ** Επί ενός κύκλου λαμβάνουμε τα σημεία Α, Β, Γ και Δ. Τα ευθύγραμμα τμήματα ή οι φορείς που ορίζουν τα τέσσερα αυτά σημεία τέμνονται το πολύ σε τρία σημεία. Να γράψετε όλες τις σχέσεις, που συνδέουν τις αποστάσεις των σημείων τομής από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ.

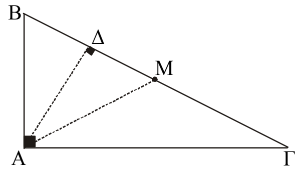
65. ** Με κέντρο το σημείο τομής των διαγωνίων παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ γράφουμε κύκλο τυχαίας ακτίνας. Αν Ρ σημείο του κύκλου, να δείξετε ότι: $PA^2 + PB^2 + P\Gamma^2 + P\Delta^2$ = σταθερό.

1ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή

Διδακτική ενότητα: *Μετρικές Σχέσεις*

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος, στο οποίο η ΑΔ είναι ύψος και η ΑΜ διάμεσος, ισχύει:



i. $AB^2 = B\Gamma \cdot B\Delta$	**Σ**	**Λ**
ii. $AB^2 = 2AM^2 + \frac{B\Gamma^2}{2} - A\Gamma^2$	**Σ**	**Λ**
iii. $AB^2 = AM^2 + BM^2$	**Σ**	**Λ**
iv. $AB^2 = B\Gamma^2 - A\Gamma^2$	**Σ**	**Λ**
v. $AB^2 = B\Delta^2 + A\Delta^2$	**Σ**	**Λ**
vi. $AB^2 = \frac{B\Gamma^2}{4} + BM^2$	**Σ**	**Λ**

Β. Να αποδείξετε μία σωστή σχέση από τις παραπάνω.

ΘΕΜΑ 2ο

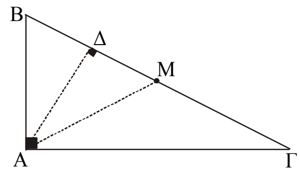
Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και τη γωνία του Α αμβλεία. Αν Δ είναι η προβολή του Β πάνω στην ΑΓ, να αποδείξετε ότι $B\Gamma^2 = 2A\Gamma \cdot \Delta\Gamma$.

2ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή

Διδακτική ενότητα: *Μετρικές Σχέσεις*

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες σύμφωνα με το διπλανό σχήμα:



i. $AB^2 + A\Gamma^2 = 2AM^2 + \ldots\ldots$

ii. $A\Gamma^2 = D\Gamma^2 + \ldots\ldots$

iii. $A\Gamma^2 = \Delta\Gamma \cdot \ldots\ldots$

iv. $A\Delta^2 = B\Delta \cdot \ldots\ldots$

v. $A\Delta^2 = A\Gamma^2 - \ldots\ldots$

vi. $AM^2 = A\Delta^2 + \ldots\ldots$

vii. $2AM^2 = AB^2 + A\Gamma^2 - \ldots\ldots$

Β. Να αποδείξετε την πρώτη σχέση από τις παραπάνω.

ΘΕΜΑ 2ο

Κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Αν τα ΑΒ και ΓΔ τέμνονται στο Ρ και ΡΑ = 9 cm, ΡΒ = 10 cm, ΡΓ = 15 cm, να υπολογιστούν:

i. η πλευρά ΓΔ

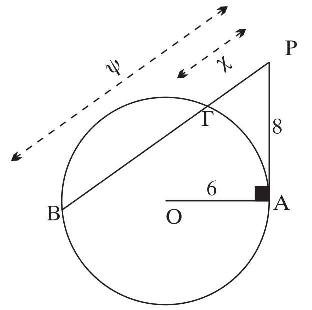
ii. η εφαπτομένη ΡΣ του κύκλου.

3ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή

Διδακτική ενότητα: *Μετρικές Σχέσεις*

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Δίνεται κύκλος ακτίνας ΟΑ = 6 cm, εφαπτόμενο τμήμα του ΡΑ = 8 cm και μεταβλητή τέμνουσα ΡΓΒ. Να βρείτε ποιο από τα παρακάτω ζεύγη δεν ταιριάζει:



i. $x = 6$ και $y = \dfrac{32}{3}$

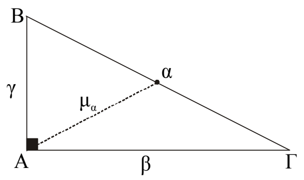
ii. $x = 2$ και $y = 32$

iii. $x = 4$ και $y = 16$

iv. $x = 5$ και $y = 12{,}8$

v. $x = 7$ και $y = \dfrac{64}{7}$

Β. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$) είναι:



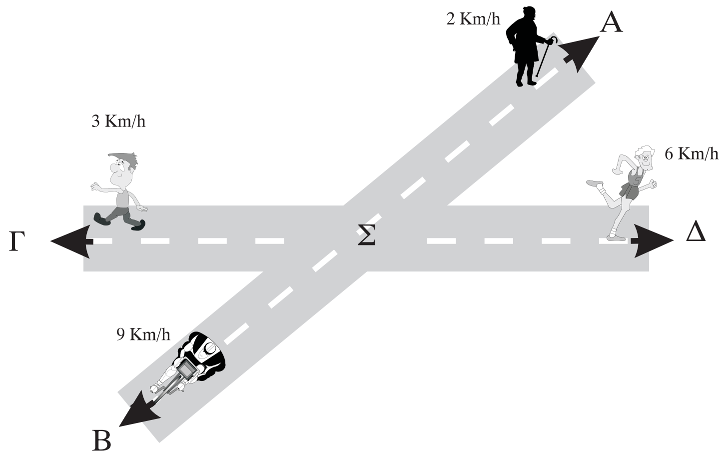
i. $\beta^2 + \gamma^2 = \mu_\alpha^2$ **ii.** $\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_\alpha^2$

iii. $\beta^2 + \gamma^2 = 3\mu_\alpha^2$ **iv.** $\beta^2 + \gamma^2 = 4\mu_\alpha^2$

v. $\beta^2 + \gamma^2 = 5\mu_\alpha^2$

ΘΕΜΑ 2ο

Από τη διασταύρωση Σ δύο δρόμων ξεκινούν 4 άτομα με κατευθύνσεις τα σημεία Α, Β, Γ, Δ και αντίστοιχες ταχύτητες 2, 9, 3 και 6 km/h. Μετά από μία ώρα (1 h) σταματούν στις θέσεις $Α_1$, $Β_1$, $Γ_1$, $Δ_1$ αντίστοιχα.



i. Να δείξετε ότι υπάρχει σημείο του επιπέδου από το οποίο τα 4 άτομα ισαπέχουν.

ii. Να προσδιορίσετε το σημείο αυτό.

iii. Να δείξετε ότι μετά από ν ώρες (ν h) για τις θέσεις $Α_ν$, $Β_ν$, $Γ_ν$, $Δ_ν$ υπάρχει άλλο σημείο από το οποίο ισαπέχουν.

iv. Αν Λ είναι η θέση του σημείου από το οποίο ισαπέχουν μετά από ν ώρες (ν h) και R η κοινή απόσταση, τότε $ΣΛ^2 = R^2 - 18ν^2$.

(Δίνεται: Διανυόμενο διάστημα = ταχύτητα . χρόνος)

4ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή
Διδακτική ενότητα: *Μετρικές Σχέσεις*

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε το παρακάτω θεώρημα:
«Η διαφορά των τετραγώνων δύο πλευρών τριγώνου, είναι ίση με το διπλάσιο γινόμενο της τρίτης πλευράς επί την προβολή της αντίστοιχης διαμέσου πάνω σ' αυτήν».

Β. Ενός τριγώνου ΑΒΓ τα μήκη των πλευρών του είναι: ΑΒ = λ, ΑΓ = $\lambda\sqrt{2}$, ΒΓ = $\lambda\sqrt{3}$. Να βρεθούν συναρτήσει του λ:

i. το μήκος της προβολής της διαμέσου ΑΜ στη ΒΓ

ii.το μήκος της προβολής της διαμέσου ΒΝ στην ΑΓ

ΘΕΜΑ 2ο

Κάθε είδος τριγώνου της στήλης Α έχει για πλευρές μια τριάδα που τα μήκη τους είναι στη στήλη Β. Να συνδέσετε με μια γραμμή κάθε είδος τριγώνου με την αντίστοιχη τριάδα.

στήλη Α ***Είδος τριγώνου***	**στήλη Β** ***Μήκη ευθυγράμμων τμημάτων***
οξυγώνιο	2, 3, 4
	2, 3, 5
ορθογώνιο	
	6, 8, 10
αμβλυγώνιο	3, 6, 10
	16, 10, 14