3ο Κεφάλαιο ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Αν Ω είναι δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης, τότε $P(\Omega) = 1$. **Σ** **Λ**

2. * Αν Α είναι ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης τότε, $0 \le P(A) \le 1$. **Σ** **Λ**

3. * Για το αδύνατο ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης ισχύει $P(\varnothing) = 0$. **Σ** **Λ**

4. * Δειγματικός χώρος λέγεται το σύνολο όλων των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος τύχης. **Σ** **Λ**

5. * Το αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης είναι στοιχείο του δειγματικού χώρου του πειράματος. **Σ** **Λ**

6. * Ένα αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης λέγεται απλό ενδεχόμενο ή γεγονός. **Σ** **Λ**

7. * Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης είναι βέβαιο ενδεχόμενο. **Σ** **Λ**

8. * Αν Ω είναι ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης, τότε ονομάζουμε ενδεχόμενο του πειράματος κάθε υποσύνολο του Ω. **Σ** **Λ**

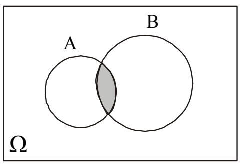
9. * Ο ίδιος ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι και αυτός ένα ενδεχόμενο. **Σ** **Λ**

10. * Οι ευνοϊκές περιπτώσεις για ένα ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης είναι στοιχεία του δειγματικού του χώρου. **Σ** **Λ**

11. * Με $N(A)$ συμβολίζουμε όλα τα δυνατά υποσύνολα ενός ενδεχομένου Α. **Σ** **Λ**

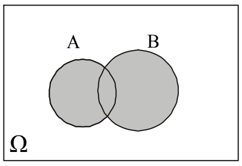
12. * Το συμπλήρωμα Α΄ οποιουδήποτε ενδεχομένου Α ενός πειράματος τύχης είναι επίσης ενδεχόμενο αυτού του πειράματος. **Σ** **Λ**

13. * Στο διπλανό σχήμα το γραμμοσκιασμένο χωρίο απεικονίζει το ενδεχόμενο $A \cup B$.



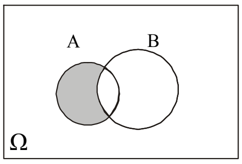
Σ **Λ**

14. * Στο διπλανό σχήμα το γραμμοσκιασμένο χωρίο απεικονίζει το ενδεχόμενο $A \cup B$.



Σ **Λ**

15. * Στο διπλανό σχήμα το γραμμοσκιασμένο χωρίο απεικονίζει το ενδεχόμενο B - A .

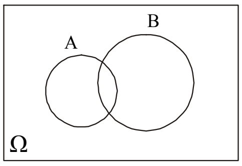


Σ **Λ**

16. * Αν A, B είναι ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο Ω, τότε ισχύει η ισότητα $A - B = A \cap B'$. **Σ** **Λ**

17. * Αν A, B ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο Ω τότε ισχύει η ισότητα $B \cup A = (B-A) \cup (A-B)$. **Σ** **Λ**

18. * Στο διπλανό σχήμα τα ενδεχόμενα A, B είναι ασυμβίβαστα.



Σ **Λ**

19. * Δύο ενδεχόμενα λέγονται ασυμβίβαστα όταν $A \cap B = A$. **Σ** **Λ**

20. * Τα ενδεχόμενα A = {1, 4, 7}, B = {4, 7, 11} είναι ξένα μεταξύ τους. **Σ** **Λ**

21. * Αν το ενδεχόμενο B = {2, 4, 6}, τότε N (B) = 3. **Σ** **Λ**

22. * Αν A είναι το ενδεχόμενο να τραβήξουμε μια ντάμα από μια τράπουλα, τότε N (A) = 2. **Σ** **Λ**

23. * Οι εκφράσεις: **«πραγματοποιείται το ενδεχόμενο A ή το B»** και **«πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα A και B»** είναι ισοδύναμες. **Σ** **Λ**

24. * Το κενό σύνολο δεν πραγματοποιείται σε καμία εκτέλεση ενός πειράματος τύχης. **Σ** **Λ**

25. * Το κενό σύνολο είναι βέβαιο ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης. **Σ** **Λ**

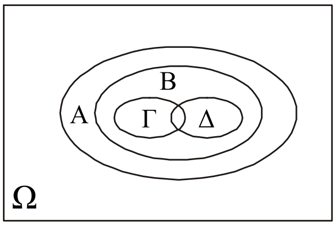
26. * Ενδεχόμενα τα οποία περιέχουν τουλάχιστον δύο αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης λέγονται σύνθετα. **Σ** **Λ**

27. * Ενδεχόμενα τα οποία περιέχουν ένα μόνο αποτέλεσμα ενός πειράματος τύχης λέγονται απλά ενδεχόμενα. **Σ** **Λ**

28. * Αν σε ν εκτελέσεις ενός πειράματος τύχης ένα ενδεχόμενο Α πραγματοποιείται κ φο-ρές, τότε ο λόγος $f_A = \frac{κ}{ν}$ λέγεται σχετική συχνότητα.του ενδεχομένου. **Σ** **Λ**

29. * Για τη σχετική συχνότητα f_A ενός ενδεχομένου Α ισχύει $f_A > 1$. **Σ** **Λ**

30. * Οι σχέσεις από (i) μέχρι (xv) αναφέρονται στο διπλανό διάγραμμα του Venn. Βάλτε σε κύκλο το γράμμα (Σ) ή (Λ) αντίστοιχα αν η σχέση είναι σωστή ή λάθος.



i)	$Α \subseteq Β$	**Σ**	**Λ**
ii)	$Β \subseteq Α$	**Σ**	**Λ**
iii)	$Γ \subseteq Β$	**Σ**	**Λ**
iv)	$Δ \subseteq Γ$	**Σ**	**Λ**
v)	$Γ \cup Δ \subseteq Α$	**Σ**	**Λ**
vi)	$Γ \cup Δ \subseteq Β$	**Σ**	**Λ**
vii)	$Γ \cap Δ \subseteq Α$	**Σ**	**Λ**
viii)	$Β \cup Γ = Β$	**Σ**	**Λ**
ix)	$Β \cup Γ \cup Δ = Α$	**Σ**	**Λ**
x)	$Α \cup Β = Β$	**Σ**	**Λ**
xi)	$Α \cap Β = Β$	**Σ**	**Λ**
xii)	$(Γ \cap Δ) \cup Α = Α$	**Σ**	**Λ**
xiii)	$(Γ \cap Δ) \cap Α = Β$	**Σ**	**Λ**
xiv)	$Β \cap Δ = Δ$	**Σ**	**Λ**
xv)	$(Γ \cap Β) \cap Α = Γ$	**Σ**	**Λ**

31. * Σε ένα πείραμα τύχης με ισοπίθανα αποτελέσματα και δειγματικό χώρο Ω η πιθανότητα του ενδεχομένου Α είναι ο αριθμός $Ρ(Α) = \frac{Ν(Α)}{Ν(Ω)}$. **Σ** **Λ**

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Ρίχνουμε μια φορά έναν κύβο ο οποίος έχει καθέναν από τους αριθμούς 1, 2, 3 γραμμένους αντίστοιχα ανά δύο έδρες του και καταγράφουμε το αποτέλεσμα. Ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος αυτού είναι

Α. Ω = {3}. **Β.** Ω = {1, 2, 3}. **Γ.** Ω = {1,1, 2,2, 3,3}.
Δ. Ω = {1,1, 1,2, 1,3, 2,1, 2,2, 2,3, 3,3}. **Ε.** {1,2, 2,1, 1,3, 3,1}.

2. * Ρίχνουμε ένα νόμισμα δυο φορές. Ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος αυτού είναι

Α. Ω = {ΚΚ, ΚΓ, ΓΚ, ΓΓ}. **Β.** Ω = {ΚΓ, ΓΚ}.
Γ. Ω = {ΓΚ, ΚΓ}. **Δ.** Ω = {ΚΚ, ΓΓ}.

Ε. κανένα από τα παραπάνω.

3. * Ελέγχουμε διαδοχικά βιβλία μέχρι να βρούμε ένα κακοτυπωμένο (Κ) ή δύο σωστά τυπωμένα (Σ). Ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος είναι

Α. Ω = {Κ, Σ}. **Β.** Ω = {ΚΚ, ΚΣ}.
Γ. Ω = {ΚΚ, ΣΣ}. **Δ.** Ω = {Κ, ΣΚ, ΣΣ}. **Ε.** {Κ,ΣΣ}.

Διαγράφηκε: ¶
Αλλαγή σελίδας

4. * Έστω Α = {1, 3, 5} και Β = {2, 4, 6} δύο ενδεχόμενα της ρίψης ενός ζαριού μια φορά. Αν το αποτέλεσμα της ρίψης είναι ο αριθμός 3 τότε πραγματοποιείται το ενδεχόμενο

Α. $A \cup B$. **Β.** A'. **Γ.** Β. **Δ.** $A \cap B$. **Ε.** $B' \cap A'$.

5. * Τα Α και Β είναι ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης και α ένα αποτέλεσμα του πειράματος αυτού. Η φράση **«το Α πραγματοποιείται»** διατυπωμένη σε γλώσσα συνόλων είναι ισοδύναμη με την

Α. $\alpha \in A'$. **Β.** $\alpha \in A' - B$. **Γ.** $\alpha \in A' \cup B$. **Δ.** $\alpha \in A$.
Ε. κανένα από τα παραπάνω.

6. * Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α΄ ισχύει

Α. $P(A) + P(A') = 0$. **Β.** $P(A) + P(A') = 2$.
Γ. $P(A) + P(A') = 1$. **Δ.** $P(A) = - P(A')$.
Ε. κανένα από τα παραπάνω.

7. * Το ενδεχόμενο Α να εμφανιστεί αριθμός μεγαλύτερος του 6 κατά τη ρίψη ενός συνήθους ζαριού μια φορά είναι

Α. Α = {1,3,5}. **Β.** $A = \{x: x \geq 6\}$. **Γ.** Α = {2,4,6}.
Δ. $A = \{x: x > 6\}$. **Ε.** $A = \varnothing$.

8. * Αν f_A η σχετική συχνότητα ενός ενδεχομένου Α τότε

Α. $1 < f_A < 2$. **Β.** $f_A > 1$. **Γ.** $f_A < 0$.
Δ. $0 \leq f_A \leq 1$. **Ε.** κανένα από τα παραπάνω.

9. * Από τις παρακάτω ισότητες ***σωστή*** είναι η

Α. $A \cap \varnothing = A$. **Β.** $A' \cap A = \Omega$. **Γ.** $A \cap B = A \cup B$.
Δ. $\Omega' = \Omega$. **Ε.** $(A')' = A$.

10. * Αν Α είναι το ενδεχόμενο να φέρουμε περιττό αριθμό στις ρίψεις ενός αμερόληπτου ζαριού, τότε η συχνότητα εμφάνισής του αναμένεται να είναι

Α. $\frac{2}{3}$. **Β.** $\frac{1}{6}$. **Γ.** $\frac{1}{2}$. **Δ.** $\frac{1}{3}$. **Ε.** 1.

11. * Έστω δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_\kappa\}$ με ισοπίθανα ενδεχόμενα. Η πιθανότητα $P(\omega_i)$, $i = 1, 2, \ldots, \kappa$, ενός στοιχείου του Ω είναι

Α. $\frac{1}{2}$. **Β.** $\frac{1}{\kappa}$. **Γ.** κ. **Δ.** 1. **Ε.** $\frac{1}{2\kappa}$.

12. * Για την πιθανότητα P (A) κάθε ενδεχομένου A ενός πειράματος τύχης ισχύει

Α. $1 < P(A) < 2$. **Β.** $P(A) > 1$. **Γ.** $P(A) < 0$.

Δ. $0 \leq P(A) < 1$. **Ε.** κανένα από τα παραπάνω.

13. * Ο απλός προσθετικός νόμος των πιθανοτήτων για δύο ξένα μεταξύ τους ενδεχόμενα A και B είναι

Α. $P(A) + P(B) = P(A \cap B)$. **Β.** $P(A) + P(B') = P(A \cup B)$.

Γ. $P(A) + P(B) = P(A \cup B)$. **Δ.** $P(A) - P(B) = P(A \cup B)$.

Ε. $P(A)\, P(B) = P(A \cup B)$.

14. * Ο προσθετικός νόμος των πιθανοτήτων για δύο ενδεχόμενα A και B είναι ισοδύναμος με την ισότητα

Α. $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. **Β.** $P(A \cup B) = P(A) - [P(B) + P(A \cap B)]$.

Γ. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A' \cap B')$. **Δ.** $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$.

Ε. κανένα από τα παραπάνω.

15. * Η έκφραση: **«η πραγματοποίηση του ενδεχομένου A συνεπάγεται την πραγματοποίηση του ενδεχομένου B»** διατυπωμένη στη γλώσσα των συνόλων είναι ισοδύναμη με την σχέση

Α. $B \subseteq A$. **Β.** $N(A) \geq N(B)$. **Γ.** $P(A) + P(B) = 2$.

Δ. $A \cup B = \varnothing$. **Ε.** $A \cap B = A$.

16. * Αν δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ικανοποιούν την συνολοθεωρητική σχέση $A \subseteq B$, τότε

Α. $P(A) > P(B)$. **Β.** $\frac{P(A)}{P(B)} < 0$. **Γ.** $P(A) \leq P(B)$.

Δ. $P(A) + P(B) = -1$. **Ε.** κανένα από τα παραπάνω.

17. * Αν A, B είναι ασυμβίβαστα ενδεχόμενα με $P(A) = 0{,}4$ και $P(B) = 0{,}6$ τότε ισχύει

Α. $P(A \cap B) = 1$. **Β.** $P(A \cup B) = 1$. **Γ.** $P(A \cap B) = 0{,}2$.

Δ. $P(A \cup B) = 0{,}4$. **Ε.** $P(A \cup B) = 0{,}6$.

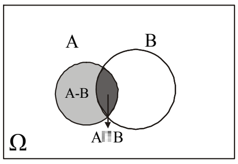
18. * Αν $A \subseteq B$ (A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω), τότε **δεν** ισχύει

Α. $P(A) = 0{,}3$ και $P(B) = 0{,}7$. **Β.** $P(B') + P(B) = 1$.

Γ. $P(A) = 0{,}6$ και $P(B) = 0{,}4$. **Δ.** $P(A) + P(A') = 1$.

Ε. $P(A) = 0{,}5$ και $P(B) = 0{,}5$.

19. * Για τα ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω (βλ. σχήμα) ισχύει



Α. $P(A - B) = P(A) + P(A \cup B)$.
Β. $P(A - B) = P(A) - P(A \cup B)$.
Γ. $P(A - B) = P(B) + P(A)$.
Δ. $P(A - B) = P(A) - P(B)$.
Ε. $P(A - B) + P(A \cap B) = P(A)$.

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

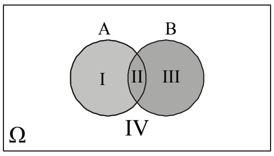
1. * Στη στήλη Α του πίνακα γράφονται ισχυρισμοί για τα ενδεχόμενα Α και Β ενός πειράματος. Στη στήλη Β γράφονται ισοδύναμοι ισχυρισμοί διατυπωμένοι στη γλώσσα των συνόλων (w ένα αποτέλεσμα του πειράματος αυτού). Αντιστοιχίστε κατάλληλα κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1) Το Α δεν πραγματοποιείται.	i) $w \in A$
2) Ένα τουλάχιστον από τα Α και Β πραγματοποιείται.	ii) $w \in (A \cup B')$
3) Πραγματοποιούνται συγχρόνως και το Α και το Β.	iii) $w \in (A' - A)$
4) Το Α πραγματοποιείται.	iv) $w \in (A \cap B)$
5) Κανένα από τα Α και Β δεν πραγματοποιείται.	v) $w \in (A \cup B)$
6) Πραγματοποιείται μόνο το Α ή μόνο το Β.	vi) $w \in A'$
7) Το Β πραγματοποιείται	vii) $w \in (A \cup B)'$
8) Πραγματοποιείται μόνο το Α.	viii) $w \in (A \cap B') \cup (A' \cap B)$
9) Πραγματοποιείται μόνο το Β.	ix) $w \in B$
	x) $w \in (A \cap B')$
	xi) $w \in (B \cap A')$
	xii) $w \in (B \cap A)'$
	xiii) $w \in (A \cap B)'$
	xiv) $w \in (A' \cup B)$

Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: W
Διαγράφηκε: w

Διαγράφηκε: ¶

2. * Με βάση το διπλανό σχήμα συμπληρώστε τον πίνακα που ακολουθεί (Α, Β ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω).



Γραφή σε γλώσσα συνόλου	***Γραφή σε φυσική γλώσσα***	***Μέρος του σχήματος***
$A \cap B$	Α τομή Β	ΙΙ
B'		
$A \cup B$		
A'		
$A - B$		
$B - A$		
$A \cap B'$		
$A' \cap B$		

Τι παρατηρείτε από τις τέσσερις τελευταίες γραμμές του πίνακα;

3. * Συμπληρώστε τον πίνακα βάζοντας στη στήλη Β τον χαρακτηρισμό Σ (σωστό) ή Λ (λάθος). Όπου βάλατε Λ (λάθος) συμπληρώστε στη στήλη Γ τη σωστή σχέση διορθώντας το δεξιό μέλος της αντίστοιχης ισότητας.

Α	**Β**	**Γ**
$A \cup A = A$		
$A \cup \varnothing = A$		
$A \cap A = \varnothing$	Λ	$A \cap A = A$
$A \cap \varnothing = A$		
$A' \cap A = \Omega$		
$A' \cup A = \varnothing$		
$\Omega' = \Omega$		
$(A')' = \Omega$		
$A \cap B = B \cap A$		
$A \cap B = B \cup A$		
$\varnothing' = \Omega$		
Αν $A \subseteq B$ τότε $A \cup B = B$		

$A' \cup A = \Omega$		
$A' \cap A = \varnothing$		
$(A')' = A$		
Αν $A \subseteq B$ τότε $A \cap B = A$		

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ** Ρίχνουμε πρώτα ένα νόμισμα μετά ένα ζάρι και καταγράφουμε τα αποτελέσματα. Περιγράψτε ένα δειγματικό χώρο του πειράματος.

2. ** Δύο χάρτινες σακούλες περιέχουν φρούτα. Η πρώτη περιέχει 1 μήλο (Μ), 1 πορτοκάλι (Π) και 1 αχλάδι (Α). Η δεύτερη περιέχει 1 μήλο και 1 αχλάδι. Επιλέγουμε στην τύχη μία σακούλα και στη συνέχεια ένα φρούτο από αυτή. Να γραφούν: α) Ο δειγματικός χώρος του πειράματος.
β) Το ενδεχόμενο το φρούτο να είναι μήλο.
γ) Το ενδεχόμενο το φρούτο να είναι πορτοκάλι .

3. ** Σ' ένα κουτί υπάρχουν 4 ομοιόμορφα μολύβια 1 κόκκινο (Κ), 1 πράσινο (Π), 1 μαύρο (Μ), 1 λευκό (Λ). Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος στις ακόλουθες περιπτώσεις: (μας ενδιαφέρει το χρώμα)
α) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι.
β) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι, το τοποθετούμε ξανά στο κουτί και μετά επιλέγουμε άλλο ένα (επανατοποθέτηση).
γ) Επιλέγουμε τυχαία ένα μολύβι και μετά επιλέγουμε άλλο ένα (χωρίς επανατοποθέτηση).

4. ** Αν Α, Β ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, τότε να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα Α , $(B \cap A')$ είναι ασυμβίβαστα.

5. ** Μια δισκογραφική εταιρεία ελέγχει τα compact disks (CD) που παράγει. Ο έλεγχος σταματά όταν βρεθούν 2 ελαττωματικά CD ή όταν έχουν ελεγχθεί 4 CD. Να βρείτε:
α) Το δειγματικό χώρο Ω.
β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς 2 ελαττωματικά CD,
ii) τουλάχιστον 2 ελαττωματικά CD,
iii) το πολύ 2 ελαττωματικά CD.

6. ** Δύο ομάδες O_1, O_2 παίζουν μεταξύ τους σε μια σχολική ποδοσφαιρική συνάντηση (**οι αγώνες δεν τελειώνουν ποτέ με ισοπαλία**). Νικήτρια θεωρείται η ομάδα που θα νικήσει σε δύο αγώνες στη σειρά ή σε δύο αγώνες ανεξαρτήτως σειράς. Να βρείτε:
α) Το δειγματικό χώρο Ω των αποτελεσμάτων των αγώνων της συνάντησης.
β) Τα ενδεχόμενα: i) Ακριβώς μία νίκη της ομάδας O_1,
ii) καμία νίκη της ομάδας O_1,
iii) τουλάχιστον μία νίκη της ομάδας O_1.
γ) Πόσους αγώνες το πολύ θα είχε μία τέτοια ποδοσφαιρική συνάντηση;
δ) Τι παρατηρείτε για τα ενδεχόμενα β(ii) και β(iii);

7. ** Ρίχνουμε ένα νόμισμα δύο φορές και καταγράφουμε τα αποτελέσματα.
α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
β) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα:

Διαγράφηκε: και
Διαγράφηκε: 3.
Διαγράφηκε: κιβώτια
Διαγράφηκε: Το
Διαγράφηκε: ο
Διαγράφηκε: Το
Διαγράφηκε: ο
Διαγράφηκε: ένα κιβώτιο
Διαγράφηκε: 4
Διαγράφηκε: Το ίδιο όπως στο (β) αλλά χωρίς να τοποθετήσουμε το πρώτο μολύβι που επιλέξαμε μέσα στο κουτί
Διαγράφηκε: 5
Διαγράφηκε: 6
Διαγράφηκε: 7
Διαγράφηκε: o_1,O2
Διαγράφηκε: συμμετέχουν
Μορφοποιήθηκε
Διαγράφηκε: δύο
Διαγράφηκε: ες
Διαγράφηκε: Q_1
Μορφοποιήθηκε
Διαγράφηκε: Q_2
Μορφοποιήθηκε
Διαγράφηκε: δύο
Διαγράφηκε: ες
Διαγράφηκε: Q_1
Μορφοποιήθηκε

A = {να παρουσιαστεί Κ (κεφαλή) στην πρώτη ρίψη},

B = {να παρουσιαστεί Κ στη δεύτερη ρίψη},

Γ = {να παρουσιαστεί Κ σε μία μόνο από τις δύο ρίψεις}.

γ) Είναι τα ενδεχόμενα A, B, Γ ανά δύο ασυμβίβαστα; (Δικαιολογήστε την απάντησή σας).

8. ** Ρίχνοντας ένα ζάρι ποια πιθανότητα είναι μεγαλύτερη να φέρουμε 5 ή να μη φέρουμε 5;

9. ** Θεωρούμε ενδεχόμενα A, B ενός πειράματος τύχης για τα οποία ισχύουν $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(A') = \frac{2}{3}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Να βρείτε τις:

α) P (A). β) P (B).

10. ** **I)** Αποδείξτε με τη βοήθεια ενός διαγράμματος Venn ότι:

α) $(A \cap B') \cup (A \cap B) = A$,

β) $(A \cap B') \cap (A \cap B) = \varnothing$,

γ) $P(A \cap B') + P(A \cap B) = P(A)$.

II) Αν $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, τότε βρείτε τις πιθανότητες $P(A \cap B')$ και $P(A' \cap B)$.

11. ** Ρίχνουμε ένα ζάρι και κατόπιν παίρνουμε ένα χαρτί από μια τράπουλα. Ποια είναι η πιθανότητα το ζάρι να δείξει τον αριθμό 5 και το τραπουλόχαρτο να είναι α) 5 σπαθί; β) 5 οποιουδήποτε είδους;

12. ** Ένας μαθητής διαλέγει τυχαία και ταυτόχρονα δύο από τους αριθμούς του συνόλου $A = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\}$. Ποια η πιθανότητα οι δύο αυτοί αριθμοί να είναι ημίτονο και συνημίτονο της ίδιας γωνίας φ;

13. ** Υψώνουμε ένα τυχαίο μονοψήφιο ακέραιο αριθμό (διάφορο του 0) στο τετράγωνο. Ποια είναι η πιθανότητα ο αριθμός που προκύπτει να έχει τελευταίο ψηφίο:

α) Το 1, β) το 4, γ) το 1 ή το 4, δ) το 2.

14. ** Έστω A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = \frac{1}{2}$ και $P(A' \cap B) = \frac{1}{3}$. Υπολογίστε τις πιθανότητες:

α) $P(A \cap (A' \cap B))$. β) $P(A \cup (A' \cap B))$

Σημείωση: *Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε διάγραμμα Venn.*

15. ** Δύο ομάδες O_1, O_2 παίζουν μεταξύ τους σε μια σχολική ποδοσφαιρική συνάντηση (**οι αγώνες δεν τελειώνουν ποτέ με ισοπαλία**). Νικήτρια θεωρείται η ομάδα που θα νικήσει σε δύο αγώνες στη σειρά ή σε δύο αγώνες ανεξαρτήτως σειράς. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων: (θεωρούμε τα απλά ενδεχόμενα ισοπίθανα)

α) Ακριβώς μία νίκη της ομάδας O_1. β) Καμία νίκη της ομάδας O_1. γ) Τουλάχιστον μία νίκη της ομάδας O_1.

Σημείωση: *Η άσκηση αυτή σχετίζεται με την άσκηση ανάπτυξης 6.*

16. ** Η πιθανότητα να κρυολογήσουμε το χειμώνα είναι 3-πλάσια από του να μην κρυολογήσουμε. Μπορείτε να υπολογίσετε την πιθανότητα να κρυολογήσουμε το χειμώνα;

Διαγράφηκε: 10

Διαγράφηκε: ¶ γ)

Διαγράφηκε: $P(A \cap B')$

Διαγράφηκε: δ) $P(A' \cap B)$¶ ¶ 12

Διαγράφηκε: συγχρόνως

Διαγράφηκε: ίδιο

Διαγράφηκε: με τ

Διαγράφηκε: (γενικά)

Διαγράφηκε: ;

Διαγράφηκε: 13

Διαγράφηκε: 14

Διαγράφηκε: ¶

Μορφοποιήθηκε

Μορφοποιήθηκε

Μορφοποιήθηκε

Μορφοποιήθηκε

Διαγράφηκε: ¶

Μορφοποιήθηκε

17. ** Μια μέρα με πολύ άσχημες καιρικές συνθήκες η πιθανότητα να λειτουργήσουν τα υπεραστικά λεωφορεία είναι 30%, η πιθανότητα να μη λειτουργήσουν τα τραίνα είναι 40% και η πιθανότητα να λειτουργήσει ένα τουλάχιστον συγκοινωνιακό μέσο από τα προηγούμενα είναι 90%. Ποια η πιθανότητα να λειτουργήσουν συγχρόνως και τα δύο;

18. ** Σ' ένα συρτάρι της ντουλάπας μας υπάρχουν δύο ζευγάρια ίδιες μαύρες κάλτσες και ένα ζευγάρι λευκές. Επιλέγουμε ταυτόχρονα τρεις κάλτσες χωρίς να βλέπουμε το χρώμα τους. Ποια είναι η πιθανότητα να έχουμε έτσι επιλέξει ένα ζευγάρι του ίδιου χρώματος;

19. ** Το σύνολο Α = {20°, 60°, 80°, 100°} περιέχει σαν στοιχεία μέτρα γωνιών. Επιλέγουμε τυχαία και ταυτόχρονα τρία στοιχεία του Α. Ποια η πιθανότητα αυτά να είναι μέτρα των γωνιών ενός τριγώνου.

20. ** Έστω Α , Β ενδεχόμενα δειγματικού χώρου Ω. Τότε ισχύει:

α) Αν $P(A) = P(B)$, τότε $A = B$. β) Αν $P(A) \neq P(B)$, τότε $A \neq B$.

γ) Αν $A = B$, τότε $P(A) = P(B)$ δ) Αν $A \neq B$, τότε $P(A) \neq P(B)$.

ε) Αν $P(A) + P(B) = 1$, τότε $B = A$.

.εξετάστε ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

21. ** Σε μια τάξη της Β΄ Λυκείου υπάρχουν 20 αγόρια και 9 κορίτσια. Από τα αγόρια το $\frac{1}{4}$ και από τα κορίτσια το $\frac{1}{3}$ είναι άριστοι στα Μαθηματικά. Καλούμε τυχαία ένα άτομο για μια εξέταση. Ποια η πιθανότητα:

α) Να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά. β) Να είναι κορίτσι.

γ) Να είναι κορίτσι άριστο στα Μαθηματικά. δ) Να είναι κορίτσι ή να μην είναι άριστο στα Μαθηματικά.

22. ** Ρίχνουμε ένα ζάρι (ειδικής κατασκευής) για το οποίο έχουμε την πληροφορία ότι φέρνει ζυγά νούμερα δύο φορές συχνότερα απ' ότι μονά. Ποια είναι η πιθανότητα να φέρουμε μονό νούμερο;
(*Μη ισοπίθανα ενδεχόμενα*).

36. ** Δύο αδιαφανείς σακούλες περιέχουν ομοιόμορφα μπαλάκια.. Η πρώτη περιέχει ένα μπαλάκι μαύρο (Μ), ένα μπαλάκι πράσινο (Π) και ένα μπαλάκι άσπρο (Α). Η δεύτερη περιέχει περιέχει ένα μπαλάκι μαύρο (Μ) και ένα μπαλάκι άσπρο (Α). Επιλέγουμε τυχαία μία σακούλα και στη συνέχεια ένα μπαλάκι από αυτή. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων: *(δεσμευμένη πιθανότητα)*

α) Το μπαλάκι να είναι μαύρο. β) Το μπαλάκι να είναι άσπρο. γ) Το μπαλάκι να είναι πράσινο.

37. ** Σ' ένα ζευγάρι η πιθανότητα να ζει ο σύζυγος το 2010 είναι 70%, ενώ η πιθανότητα να ζει η σύζυγος το 2010 είναι 80%. Ποια είναι η πιθανότητα να ζει μόνο η σύζυγος το 2010;

40. ** Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στο κάπνισμα και τα προβλήματα υγείας 200 ατόμων.

	Καπνιστές	***Μη καπνιστές***	ΣΥΝΟΛΟ
με προβλήματα υγείας	20	20	40
χωρίς προβλήματα υγείας	30	130	160
ΣΥΝΟΛΟ	50	150	200

Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο. Να βρεθεί η πιθανότητα

α) Να είναι καπνιστής.

β) Να έχει προβλήματα υγείας.

γ) Να είναι καπνιστής χωρίς προβλήματα υγείας.

δ) Να είναι καπνιστής με προβλήματα υγείας.

ε) Να έχει προβλήματα υγείας, **αν γνωρίζουμε ότι είναι καπνιστής.**