Κεφάλαιο 3ο: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΟΔΟΙ

Ερωτήσεις του τύπου "Σωστό-Λάθος"

1. * Ο νιοστός όρος α_ν μιας αριθμητικής προόδου με διαφορά ω είναι $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\,\omega$. **Σ** **Λ**

2. * Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου είναι $S_\nu = \dfrac{(\alpha_1 + \alpha_\nu)\cdot\nu}{2}$. **Σ** **Λ**

3. * Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου είναι

$S_\nu = \dfrac{\left[2\alpha_1 + (\nu - 1)\omega\right]\cdot\nu}{2}$. **Σ** **Λ**

4. * Αν α, β, γ, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε β - α = γ - β. **Σ** **Λ**

5. * Ισχύει ότι $1 + 2 + ... + \nu = \dfrac{\nu(\nu + 1)}{2}$. **Σ** **Λ**

6. * Η ακολουθία $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, ...$ είναι αριθμητική πρόοδος. **Σ** **Λ**

7. * Στην αριθμητική πρόοδο 2, 7, 12, 17, ... η διαφορά ω είναι 5. **Σ** **Λ**

7. * Η ακολουθία (α_ν) με $\alpha_{\nu+1} = \alpha_\nu + 3$ είναι αριθμητική πρόοδος. **Σ** **Λ**

8. * Σε μία αριθμητική πρόοδο με $\alpha_1 = 5$ και $\omega = -3$ είναι $S_\nu = \dfrac{(13 - 3\nu)\nu}{2}$. **Σ** **Λ**

9. * Η αριθμητική πρόοδος 3, 7, 11, ... έχει άθροισμα ν πρώτων όρων $S_\nu = 4^\nu - 1$. **Σ** **Λ**

10.* Η αριθμητική πρόοδος - 5, - 8, - 11, ... έχει νιοστό όρο $\alpha_\nu = -3\nu - 2$. **Σ** **Λ**

12. * Σε μια αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο $\alpha_1 = -3$ και διαφορά ω = 5 ο νιοστός όρος είναι $\alpha_\nu = 3\cdot 5^{\nu-1}$. **Σ** **Λ**

12.* Οι αριθμοί 7, 11, 15 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. **Σ** **Λ**

13.* Οι αριθμοί 7, 14, 28 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. **Σ** **Λ**

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Η ακολουθία είναι μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού το σύνολο

Α. Q **Β.** Z* **Γ.** N **Δ.** N* **Ε.** R

2. * Η γραφική παράσταση μιας ακολουθίας είναι

Α. Μια ευθεία γραμμή
Β. Μια παραβολή
Γ. Μια υπερβολή
Δ. Μεμονωμένα σημεία του επιπέδου με τετμημένες φυσικούς αριθμούς
Ε. Μια τυχαία γραμμή στο επίπεδο

3. * Ο γενικός όρος της ακολουθίας $\alpha_\nu = |5\nu - 1| - |5\nu + 1|$ είναι

Α. $\alpha_\nu = 5\nu + 2$ **Β.** $\alpha_\nu = 10\nu$ **Γ.** $\alpha_\nu = 10\nu - 2$
Δ. $\alpha_\nu = -2$ **Ε.** $\alpha_\nu = 2$

4. * Ο γενικός όρος της ακολουθίας $\alpha_\nu = (-1)^\nu + (-1)^{\nu+1}$ είναι

Α. $\alpha_\nu = 0$ **Β.** $\alpha_\nu = 1$ **Γ.** $\alpha_\nu = 2$

Δ. $\alpha_\nu = -1$ **Ε.** $\alpha_\nu = -2$

5. * Ο $3^{ος}$ όρος της ακολουθίας $\alpha_{\nu+1} = \alpha_\nu + 3$, $\alpha_1 = 1$ είναι

Α. - 6 **Β.** - 2 **Γ.** 1 **Δ.** 7 **Ε.** 2

6. * Η γραφική παράσταση της ακολουθίας $\alpha_\nu = (-1)^\nu + (-1)^{\nu+1} + 2$ είναι σημεία με τετμημένες θετικούς ακεραίους της ευθείας

Α. $y = 0$ **Β.** $y = 2$ **Γ.** $y = -2$ **Δ.** $y = 3$ **Ε.** $y = 4$

7. * Από τις παρακάτω ακολουθίες αριθμητική πρόοδος είναι η

Α. 3, 6, 8, 10, 11, ...
Β. 2, 4, 8, 16, 32, ...
Γ. -3, 1, 5, 9, 13 , ...
Δ. -3, 0, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$, ...
Ε. $\frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}, \ldots$

8. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 3$ και $\alpha_5 = 23$. Τότε η διαφορά ω είναι ίση με

Α. 3 **Β.** 4 **Γ.** 5 **Δ.** 1 **Ε.** 20

9. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_{10} = 2$ και $\omega = 3$. Τότε α_1 είναι ίσο με

Α. 5 **Β.** 1 **Γ.** - 1 **Δ.** 6 **Ε.** - 25

10. * Σε μια αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο $\alpha_1 = 3$ και διαφορά $\omega = 4$ έχουμε $\alpha_\nu = 35$. Τότε το πλήθος ν των όρων της είναι

Α. 7 **Β.** 32 **Γ.** 31 **Δ.** 9 **Ε.** 8

11. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_8 = 40$ και $\alpha_{20} = -20$. Τότε ο $14^{ος}$ όρος της είναι ίσος με

Α. 5 **Β.** 12 **Γ.** 10 **Δ.** 9 **Ε.** 20

12. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 11$ και $\omega = -3$. Τότε οι **θετικοί** της όροι είναι

Α. 2 **Β.** 3 **Γ.** 4 **Δ.** 5 **Ε.** όλοι οι όροι της

13. * Ο $10^{ος}$ όρος της αριθμητικής προόδου : $10, 7, 4, \cdots$ είναι

Α. - 14 **Β.** - 20 **Γ.** - 17 **Δ.** - 30 **Ε.** 0

14. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 7$ και $\omega = 2$. Τότε **δεν** είναι όρος της ο

Α. 15 **Β.** 11 **Γ.** 25 **Δ.** 21 **Ε.** 12

15. * Η ακολουθία με γενικό όρο $\alpha_\nu = 3\nu + 2$ είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά ω ίση με

Α. 5 **Β.** 2 **Γ.** - 1 **Δ.** 3 **Ε.** 10

16. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 8$ και $\omega = 3$. Τότε ο νιοστός της όρος είναι ίσος με

Α. $\alpha_\nu = 8\nu + 3$ **Β.** $\alpha_\nu = 3\nu + 8$ **Γ.** $\alpha_\nu = 3\nu + 5$

Δ. $\alpha_\nu = 5\nu + 3$ **Ε.** $\alpha_\nu = \nu + 11$

17. ** Ένας μαθητής ύψους 1,7 m στέκεται μπροστά σε μια σκάλα, κάθε σκαλοπάτι της οποίας έχει ύψος 18 cm.

α) Το πρώτο σκαλοπάτι της σκάλας, που βρίσκεται σε μεγαλύτερο ύψος από το μαθητή, είναι το

Α. όγδοο **Β.** δέκατο **Γ.** ενδέκατο **Δ.** δωδέκατο **Ε.** εικοστό

β) Δεν υπάρχει σκαλοπάτι που να βρίσκεται σε ύψος από το έδαφος

Α. 36 cm **Β.** 54 cm **Γ.** 72 cm **Δ.** 1,44 m **Ε.** 1,56 m

18. ** Αν σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_4 = x$ και $\alpha_6 = y$, τότε η διαφορά ω είναι ίση με

Α. $\frac{x+y}{2}$ **Β.** $\frac{x-y}{2}$ **Γ.** $y-\frac{x}{2}$ **Δ.** $\frac{y-x}{2}$ **Ε.** $\frac{y}{2}-x$

19. * Η διαφορά της αριθμητικής προόδου : $\alpha+\beta, \alpha, \alpha-\beta, \cdots$ είναι

Α. α **Β.** β **Γ.** 2β **Δ.** $-\alpha$ **Ε.** $-\beta$

20. * Από τις παρακάτω τριάδες **δεν** αποτελείται από διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου η

Α. 5, 20, 35 **Β.** - 5, 0, 5 **Γ.** 45, 20, - 5
Δ. 5, -10, -25 **Ε.** - 5, 20, 35

21. * Αν οι αριθμοί 3k, k + 4, k - 1 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε ο k είναι ίσος με

Α. 4 **Β.** 2 **Γ.** 5 **Δ.** 4,5 **Ε.** 1,5

22. * Αν τρεις ακέραιοι αριθμοί είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, έχουν άθροισμα 21 και γινόμενο 280, τότε αυτοί είναι

Α. 2, 10, 14 **Β.** 5, 7, 9 **Γ.** 4, 7, 10
Δ. 1, 7, 13 **Ε.** - 4, 7, - 10

23. * Αν οι αριθμοί x, y, z είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει

Α. $y=x+z$ **Β.** $z=x+y$ **Γ.** $z=x+2y$
Δ. $z-y=y-x$ **Ε.** $z-x=2y$

24. * Αν οι $\gamma, \alpha+\beta, \alpha-\beta$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε

Α. $\sqrt{21}$ **Β.** $\gamma=\beta-\alpha$ **Γ.** $\gamma=\alpha+2\beta$ **Δ.** $\gamma=\alpha+3\beta$ **Ε.** $\gamma=\alpha+4\beta$

25. * Αν οι αριθμοί $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε

Α. $\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\gamma}{2}$ **Β.** $\frac{1}{\beta}=\frac{2}{\alpha+\gamma}$ **Γ.** $\frac{2}{\beta}=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}$
Δ. $\frac{\beta}{2}=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}$ **Ε.** $\frac{1}{\beta}=\frac{2}{\alpha}+\frac{2}{\gamma}$

26. * Σε μια αριθμητική πρόοδο τα αθροίσματα $S_6=93$ και $S_5=90$. Τότε ισχύει

Α. $\omega=3$ **Β.** $\alpha_1=3$ **Γ.** $\alpha_5=3$ **Δ.** $\alpha_6=3$ **Ε.** $S_4=3$

27. * Τα πολλαπλάσια του 3 μεταξύ του 5 και του 35 είναι

Α. 3 **Β.** 5 **Γ.** 8 **Δ.** 10 **Ε.** 30

28. * Μια ακολουθία $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \cdots, \alpha_\nu$ είναι αριθμητική πρόοδος αν και μόνο αν

Α. η διαφορά δυο οποιωνδήποτε όρων της είναι σταθερός πραγματικός αριθμός
Β. η διαφορά μεταξύ πρώτου και τελευταίου όρου της είναι σταθερός αριθμός
Γ. οι διαφορές των διαδοχικών όρων της είναι ίσοι πραγματικοί αριθμοί
Δ. οι διαφορές των διαδοχικών όρων της είναι ίσοι θετικοί πραγματικοί αριθμοί
Ε. το άθροισμα των όρων της είναι σταθερός πραγματικός αριθμός.

29. * Σε κάθε αριθμητική πρόοδο με διαφορά ω, το άθροισμα δυο όρων της που ισαπέχουν από τα άκρα της είναι

Α. Πολλαπλάσιο της διαφοράς ω.
Β. Παίρνει τιμές που εξαρτώνται από την τάξη των όρων αυτών.
Γ. Ίσο με το πλήθος ν.
Δ. Ίσο με το άθροισμα των άκρων όρων της προόδου.
Ε. Ίσο με τον αριθμητικό μέσο της.

30. * Από τις επόμενες τετράδες **δεν** αποτελείται από διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου η

Α. 2, 5, 8, 11 **Β.** - 13, - 9, - 5, - 1 **Γ.** 8, 18, 38, 58

Δ. - 6, - 1, 4, 9 **Ε.** - 4, - 2, 0, 2

31. * Αν οι $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις **δεν** είναι πάντα σωστή;

Α. $\beta + \gamma = \alpha + \delta$ **Β.** $\alpha + \gamma = 2\beta$ **Γ.** $\beta + \delta = 2\gamma$

Δ. $\delta - \gamma = \beta - \alpha$ **Ε.** $\alpha + \beta + \gamma = \delta$

32. * Ο 15 είναι ο αριθμητικός μέσος των αριθμών

Α. 5 και 20 **Β.** -5 και -25 **Γ.** -9 και -21 **Δ.** 9 και 21 **Ε.** 9 και -21

33. * Οι διάφοροι του μηδενός πραγματικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Ποια από τις παρακάτω τριάδες **δεν** αποτελείται από διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου;

Α. γ, β, α **Β.** $-\alpha, -\beta, -\gamma$ **Γ.** $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$

Δ. $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ **Ε.** $-\frac{\gamma}{3}, -\frac{\beta}{3}, -\frac{\alpha}{3}$

34. * Αν σε μια αριθμητική πρόοδο έχουμε $\alpha_1 = 5$ και $\omega = 5$, τότε το άθροισμα των 4 πρώτων όρων της είναι

Α. 18 **Β.** 43 **Γ.** 50 **Δ.** 20 **Ε.** 89

35. * Σε κάθε αριθμητική πρόοδο η διαφορά ω είναι

Α. θετικός ρητός **Β.** σταθερός ακέραιος **Γ.** $\neq 0$

Δ. ίσος με ν **Ε.** σταθερός πραγματικός

36. * Αν οι αριθμοί x, y, z είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε

Α. $2x = y + z$ **Β.** $2z = x + y$ **Γ.** $2y = x + z$

Δ. $y^2 = x^2 + z^2$ **Ε.** $2y = x \cdot z$

37. * Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα S_ν των **ν** πρώτων όρων της είναι

Α. $(\alpha_\nu - \alpha_1)\frac{\nu}{2}$ **Β.** $(\alpha_\nu + \alpha_1)\frac{\omega}{2}$ **Γ.** $(\alpha_\nu + \alpha_1)\frac{\nu}{2}$

Δ. $(\alpha_\nu - \alpha_1)\frac{\omega}{2}$ **Ε.** $(\alpha_\nu + \nu\omega)\frac{\nu}{2}$

38. * Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα S_ν των **ν** πρώτων όρων της είναι

Α. $[2\alpha_1 + (\nu - 1)]\frac{\nu}{2}$ **Β.** $[2\alpha_1 + \nu\omega]\frac{\nu}{2}$ **Γ.** $[\alpha_1 + (\nu - 1)\omega]\frac{\nu}{2}$

Δ. $[2\alpha_1 + (\nu - 1)\omega]\frac{\nu}{2}$ **Ε.** $(\alpha_\nu + \nu\omega)\frac{\nu}{2}$

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. * Να γράψετε τους όρους που λείπουν στις παρακάτω αριθμητικές προόδους

α) 5, 8 , … , 14 , 17 , … , … , 26 .

β) 7, … , … , 25 .

γ) k , 2k + 3 , … , 4k + 9 , … .

δ) x , … , 5x + 2 , 7x + 3 , … , … .

2. * Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τους όρους που λείπουν στις παρακάτω ακολουθίες.

Ακολουθία με αναδρομικό τύπο	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5
α) $\alpha_{\nu+1} = \alpha_\nu + 2\nu$	…	…	3	…	…
β) $\alpha_{\nu+1} = 2\alpha_\nu + 1$	…	…	…	- 13	…

3. * Να γράψετε τους όρους που λείπουν στις παρακάτω αριθμητικές προόδους

α)	11	15	…	23	…
β)	…	…	20	29	38
γ)	4	…	18	…	32
δ)	…	33	…	65	…

4. ** Να γράψετε τους όρους που λείπουν στις παρακάτω αριθμητικές προόδους

α)	10	…	70			
β)	10	…	…	70		
γ)	10	…	…	…	70	
δ)	10	…	…	…	…	70

5. ** Να γράψετε τους όρους που λείπουν έτσι ώστε κάθε γραμμή να είναι αριθμητική πρόοδος

α)	x + y	x - y	…	…	…
β)	…	x - y	…	x + y	…
γ)	…	x - 3y	…	…	x + 3y
δ)	x + 3y	…	…	…	x - 3y

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. * Συνδέστε κατάλληλα κάθε ακολουθία της στήλης Α του πίνακα (Ι) με τον αντίστοιχο όρο της, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. $\alpha_\nu = \frac{(-1)^\nu}{\nu}$	**Α.** $\alpha_2 = \frac{1}{\nu}, \ \alpha_3 = -\frac{1}{\nu}$
2. $\alpha_\nu = (-1)^\nu + 1$	**Β.** $\alpha_2 = 3 , \alpha_3 = 5$
3. $\alpha_\nu = \nu^3$	**Γ.** $\alpha_2 = 8 , \alpha_3 = 27$
4. $\alpha_\nu = 3\nu - 8$	**Δ.** $\alpha_2 = -2 , \alpha_3 = 1$
	Ε. $\alpha_2 = 2 , \alpha_3 = 0$
	ΣΤ. $\alpha_2 = \frac{2}{\nu} , \alpha_3 = \frac{3}{\nu}$

2. * Συνδέστε κατάλληλα κάθε ακολουθία της στήλης Α του πίνακα (Ι) με τον 5ο της όρο, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
	Α. $\frac{1}{2}$

1. $\frac{1}{14}, \frac{1}{11}, \frac{1}{8}, \cdots$	**Β.** -2
	Γ. $-\frac{1}{2}$
2. $-8, 4, -2, \cdots$	**Δ.** $-\frac{1}{4}$
3. $10, 7, 4, \cdots$	
4. $27, -9, 3, \cdots$	**Ε.** -5
	ΣΤ. $\frac{1}{3}$

3. * Συνδέστε κατάλληλα κάθε αριθμητική πρόοδο της στήλης Α του πίνακα (Ι) με το νιοστό όρο της, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
	Α. $\alpha_\nu = 4\nu - 14$
1. $\alpha_1 = 2 \quad , \quad \omega = 3$	
	Β. $\alpha_\nu = 5\nu - 10$
2. $\alpha_1 = 24 \quad , \quad \omega = -3$	**Γ.** $\alpha_\nu = 3\nu - 1$
	Δ. $\alpha_\nu = -3\nu + 27$
3. $\alpha_1 = -10 \quad , \quad \omega = 4$	
	Ε. $\alpha_\nu = 6\nu + 1$

4. * Να αντιστοιχίσετε σε κάθε αριθμητική πρόοδο της στήλης Α του πίνακα (Ι) το άθροισμα S_ν των ν πρώτων όρων της, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
	Α. $S_\nu = \frac{-3\nu + 51}{2} \cdot \nu$
1. $\alpha_1 = 2, \ \omega = 3$	
	Β. $S_\nu = (\nu + 2) \cdot \nu$
2. $\alpha_1 = 24, \ \omega = -3$	**Γ.** $S_\nu = \frac{3\nu + 1}{2} \cdot \nu$
	Δ. $S_\nu = 2 \cdot (\nu - 6) \cdot \nu$
3. $\alpha_1 = -10, \ \omega = 4$	
	Ε. $S_\nu = (2\nu - 1) \cdot \nu$

5. ** Συνδέστε κατάλληλα κάθε αριθμητική πρόοδο της στήλης Α του πίνακα (Ι) με τη διαφορά της, που υπάρχει στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\alpha_4 = \alpha_1 + 3$	**Α.** 1
	Β. - 1
2. $\alpha_7 = \alpha_1 - 6$	**Γ.** 2
	Δ. - 2
3. $\alpha_{\nu+1} = \alpha_\nu + 3$	**Ε.** 3
4. $\alpha_{\nu+1} = \alpha_{\nu-1} - 4$	**ΣΤ.** - 3

6. ** Να αντιστοιχίσετε σε κάθε τριάδα διαδοχικών όρων αριθμητικής προόδου της στήλης Α του πίνακα (Ι), την τιμή που πρέπει να πάρει το x της στήλης Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (ΙΙ).

Πίνακας (Ι)

Στήλη Α	Στήλη Β
1. 2 , x + 1 , 12	**Α.** x = 5
	Β. x = 16
2. 3 + x , 15 , 22	**Γ.** x = 2
	Δ. x = 6
3. 14 , 9 + x , 20 + x	**Ε.** x = 0

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. * Να βρείτε τους τέσσερις πρώτους όρους των παρακάτω ακολουθιών:

α) $\alpha_\nu = 4\nu + 3$ β) $\alpha_\nu = 2 + (-1)^\nu$

γ) $\alpha_\nu = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{\nu \cdot (\nu + 1)}$ δ) $\alpha_1 = 0$, $\alpha_{\nu+1} = \frac{2}{3\alpha_\nu + 1}$

4. * Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 6$ και $\alpha_{12} = 94$. Να βρείτε

α) τη διαφορά ω και

β) τον $10^{\text{ο}}$ όρο της προόδου.

5. ** Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 3$ και $\omega = 7$.

α) Να βρείτε το πλήθος ν των πρώτων όρων της προόδου που δίνουν άθροισμα ίσο με 679.

β) Ποιος θα είναι ο τελευταίος όρος α_ν σ' αυτή την περίπτωση;

6. ** Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της είναι $S_{20} = 610$ και το άθροισμα των 12 πρώτων όρων της $S_{12} = 222$. Να βρείτε τη διαφορά ω και τον $1^{\text{ο}}$ όρο της .

7. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο στην οποία

α) το άθροισμα του $1^{\text{ου}}$ και του $5^{\text{ου}}$ όρου είναι -2, ενώ το άθροισμα του $2^{\text{ου}}$ και του $6^{\text{ου}}$ είναι 2

β) το άθροισμα του $2^{\text{ου}}$ και του $4^{\text{ου}}$ όρου είναι 7, ενώ το γινόμενο των ίδιων όρων είναι 10.

8. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο της οποίας το άθροισμα των 3 πρώτων της όρων είναι ίσο με -3 και άθροισμα των 5 πρώτων όρων ίσο με 10.

9. ** Να βρείτε το άθροισμα των 4 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου με $\alpha_6 = 8, \alpha_4 = 4$.

10. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο αν ο $2^{\text{ος}}$ και ο $7^{\text{ος}}$ όρος έχουν γινόμενο 100 και οι μεταξύ τους όροι έχουν άθροισμα 50

11. ** Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_9 = 15$ και $S_{12} = 165$.

α) Να βρείτε τον $5^{\text{ο}}$ όρο της προόδου και β) το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

12. ** α) Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο αν $\alpha_3 = 11$ και $\alpha_6 = 23$

β) Πόσοι πρώτοι όροι της έχουν άθροισμα που **δεν** υπερβαίνει το 210;

13. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο στην οποία ο $4^{\text{ος}}$ και ο $8^{\text{ος}}$ όρος της έχουν άθροισμα 18, ενώ το άθροισμα των κύβων των όρων αυτών είναι 3.402.

14. * Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in \Re$ οι αριθμοί $(\alpha + \beta)^2, \alpha^2 + \beta^2$ και $(\alpha - \beta)^2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

15. * Αν οι αριθμοί $\frac{2}{\beta + \gamma}, \frac{2}{\gamma + \alpha}, \frac{2}{\alpha + \beta}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι το ίδιο ισχύει και για τους $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$.

16. ** α) Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου δείξτε ότι: $\alpha - \beta = \beta - \gamma$.

β) Αν οι αριθμοί $\frac{\beta+\gamma-\alpha}{\alpha}$, $\frac{\gamma+\alpha-\beta}{\beta}$, $\frac{\alpha+\beta-\gamma}{\gamma}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και

$\alpha+\beta+\gamma \neq 0$, δείξτε ότι οι $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$, $\frac{1}{\gamma}$ είναι επίσης διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

17. ** Να βρείτε τρεις διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου, οι οποίοι έχουν *άθροισμα* 33 και *γινόμενο* 440.

18. ** Να βρείτε τέσσερις διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου, οι οποίοι έχουν *άθροισμα* 16 και *γινόμενο άκρων* όρων 7.

19. ** Να βρείτε πόσα πολλαπλάσια του 7 περιέχονται μεταξύ του 15 και του 300.

20. ** Να βρείτε το πλήθος και το άθροισμα

α) των διψήφιων περιττών αριθμών β) των διψήφιων αρτίων αριθμών

γ) των διψήφιων φυσικών αριθμών δ) των διψήφιων πολλαπλασίων του 4.

21. ** α) Ποιο είναι το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της προόδου: 3, 5, 7, 9, ... ;

β) Πόσους διαδοχικούς πρώτους όρους της προόδου αυτής πρέπει να προσθέσουμε, για να πάρουμε άθροισμα 99;

22. ** Μεταξύ των αριθμών 4 και 34 να παρεμβάλετε άλλους αριθμούς, ώστε να δημιουργηθεί μια αριθμητική πρόοδος με 11 όρους.

23. ** Πόσους αριθμούς πρέπει να παρεμβάλουμε μεταξύ του 5 και του 50 ώστε ο τελευταίος από τους αριθμούς αυτούς να είναι 3πλάσιος από τον δεύτερο και όλοι οι αριθμοί να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου;

24. ** Να βρείτε τις γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου, αν γνωρίζετε ότι είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

25. ** Σε μια ευθεία θεωρούμε τα διαδοχικά σημεία Α,Β,Γ,Δ,Ε ώστε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Αν ΑΓ = 16 cm και ΓΕ = 24 cm να βρείτε τα μήκη των ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ .

26. ** Να βρείτε το άθροισμα των ν πρώτων όρων της ακολουθίας:

1 , - 3 , 5 , - 7 , 9 , -11 , ...

27. ** Στις προόδους (α_ν) :17, **21**, 25, ... και (β_ν) :16 , **21** , 26,... εμφανίζονται κοινοί όροι (όπως ο **21**).

α) Να βρείτε τον επόμενο κοινό τους όρο.

β) Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων κοινών όρων τους.

28. ** Να βρείτε τα αθροίσματα:

α) $2+5+8+11+\cdots+(2+3\nu)$ και β) $3+5+7+\cdots+(3+2\nu)$.

29. ** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(x+2)+(x+5)+(x+8)+\cdots+(x+29)=165$.

β) $1+7+13+\cdots+x=280$ με $x>0$

30. ** Ο νιοστός όρος μιας ακολουθίας είναι $\alpha_\nu = 3\nu + 2$.

α) Να βρείτε τον επόμενο όρο $\alpha_{\nu+1}$

β) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος

γ) Να βρείτε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της

δ) Να βρείτε την τάξη του όρου της που είναι ίσος με 62

(Μπορούν να γίνουν και ανάλογα προβλήματα για $\alpha_\nu = 4\nu - 2$ ή $\alpha_\nu = -3\nu + 13$ ή $\alpha_\nu = -4\nu + 19$ κ.λ.π.)

31. *** Μιας ακολουθίας το άθροισμα των ν πρώτων όρων της είναι $S_\nu = 3\nu^2 + \nu$.

α) Να βρείτε το άθροισμα των (ν-1) πρώτων όρων της

β) Να βρείτε τον νιοστό της όρο

γ) Να βρείτε τον όρο $\alpha_{\nu+1}$

δ) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος

ε) Να βρείτε την τάξη του όρου της που είναι ίσος με 100

(Μπορούν να γίνουν και ανάλογα προβλήματα για $S_\nu = 2\nu^2 + 3\nu$ ή $S_\nu = 4\nu^2 - 3\nu$ ή $S_\nu = -\nu^2 + 2\nu$ κ.λ.π.)

32. *** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο της οποίας το άθροισμα των ν πρώτων όρων, για κάθε φυσικό αριθμό ν, είναι $S_\nu = \dfrac{\nu \cdot (\nu + 1)}{2}$.

33. ** Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο της οποίας το άθροισμα των ν πρώτων όρων, για κάθε φυσικό αριθμό ν, είναι $S_\nu = 2\nu^2$.

34. ** Ένας αγρότης, για μια γεώτρηση στο κτήμα του, συμφώνησε τα εξής με τον ιδιοκτήτη του γεωτρύπανου: το σκάψιμο του πρώτου μέτρου θα στοιχίσει 2.000 δρχ. και για κάθε επί πλέον μέτρο το κόστος σκαψίματος θα είναι κατά 500 δρχ. μεγαλύτερο από το κόστος σκαψίματος του προηγουμένου μέτρου.Συμπληρώστε τον πίνακα:

I. i)

Βάθος	1ο m	2ο m	4ο m	…
Κόστος μέτρου	2.000 δρχ.	2.500 δρχ.	…	7.500 δρχ.
Κόστος γεώτρησης	2.000 δρχ.	4.500 δρχ.	…	…

ii) Το βάθος στο οποίο το κόστος του μέτρου υπερβαίνει τις 5.000 δρχ. είναι

Α. 3 m **Β.** 5 m **Γ.** 6 m **Δ.** 7 m **Ε.** 8 m

iii) Το βάθος στο οποίο το κόστος της γεώτρησης δεν υπερβαίνει τις 20.000 δρχ. είναι

Α. 12 m **Β.** 10 m **Γ.** 8 m **Δ.** 7 m **Ε.** 6 m

iv) Με 30.000 δρχ. η γεώτρηση θα φθάσει σε βάθος

Α. 4 m **Β.** 5 m **Γ.** 6 m **Δ.** 8 m **Ε.** 10 m

II. i) Πόσο κοστίζει το $25^{ο}$ μέτρο της γεώτρησης αυτής;

ii) Πόσο κοστίζει συνολικά η γεώτρηση αν φθάσει τα 60 m βάθος;

iii) Ένας δεύτερος αγρότης κάνει μια γεώτρηση του ίδιου βάθους και πληρώνει 18.000 δρχ. για κάθε μέτρο της. Πόσα μέτρα είναι το βάθος των γεωτρήσεων αν ξέρουμε ότι ο πρώτος έδωσε λιγότερα χρήματα;

35. ** Ένα κερί καίγεται με σταθερό ρυθμό. Στο τέλος της 1ης ώρας είχε ύψος 36 cm, στο τέλος της 2ης 33 cm, στο τέλος της 3ης 30 cm κ.λπ.

I. i) Οι τιμές του ύψους του κεριού στο τέλος κάθε ώρας αποτελούν αριθμητική πρόοδο με διαφορά $\omega = 3$ **Σ** **Λ**

ii) Οι τιμές του ύψους του κεριού στο τέλος κάθε ώρας αποτελούν αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο $\alpha_1 = 36$ **Σ** **Λ**

iii) Το ύψος του κεριού στο τέλος κάθε ώρας θα είναι πολλαπλάσιο του 3 **Σ** **Λ**

iv) Στο τέλος της 5ης ώρας το ύψος του κεριού θα είναι μικρότερο από 20 μέτρα **Σ** **Λ**

v) Μετά από 15 ώρες το κερί δεν θα έχει λειώσει τελείως **Σ** **Λ**

II. i) Ποια από τις παρακάτω τριάδες είναι ύψη του κεριού στο τέλος τριών διαδοχικών ωρών:

Α. 21 , 23 , 25 **Β.** 18 , 20, 22 **Γ.** 24 , 25 , 26
Δ. 15 , 21, 27 **Ε.** 15 , 18 , 21

ii) Στο τέλος της 6ης ώρας το ύψος του κεριού θα είναι

Α. 25 cm **Β.** 20 cm **Γ.** 18 cm **Δ.** 21 cm **Ε.** 24 cm

iii) Το ύψος του κεριού θα γίνει μικρότερο από 18 cm στο τέλος της

Α. 4ης ώρας **Β.** 6ης ώρας **Γ.** 8ης ώρας **Δ.** 10ης ώρας **Ε.** 12ης ώρας

iv) Το κερί **δεν** θα έχει λειώσει τελείως μετά από

Α. 25 ώρες **Β.** 20 ώρες **Γ.** 18 ώρες **Δ.** 15 ώρες **Ε.** 12 ώρες

v) Το ύψος που θα έπρεπε να έχει το κερί, για να λειώσει τελείως μετά από 24 ώρες είναι

Α. 59 cm **Β.** 66 cm **Γ.** 68 cm **Δ.** 69 cm **Ε.** 72 cm

III. α) Πόσο θα είναι το ύψος του στο τέλος της 8ης ώρας;

β) Στο τέλος ποιας ώρας θα έχει ύψος 9 cm;

γ) Πόσο ήταν το ύψος την στιγμή που το ανάψαμε;

δ) Πόσες ώρες θα μείνει αναμμένο;

36. ** Σ' έναν ουρανοξύστη 17 ορόφων, τα γραφεία του ιδίου ορόφου έχουν το ίδιο ενοίκιο. Κάθε γραφείο του πρώτου ορόφου ενοικιάζεται 55.000 δρχ. το μήνα. Κάθε γραφείο ενός ορόφου ενοικιάζεται 3.500 δρχ. το μήνα ακριβότερα από ένα γραφείο του προηγουμένου ορόφου.

α) Ποιο είναι το μηνιαίο ενοίκιο ενός γραφείου του πέμπτου ορόφου;

β) Πόσο ακριβότερο είναι ένα γραφείο του 15ου ορόφου από ένα του 7ου ορόφου;

γ) Σε ποιους ορόφους το ενοίκιο ξεπερνά τις 100.000 δρχ. το μήνα;

δ) Αν το πλήθος των γραφείων ενός ορόφου είναι μικρότερο κατά 2 από το πλήθος των γραφείων του αμέσως προηγουμένου ορόφου και ο 17ος όροφος έχει 12 γραφεία, πόσα γραφεία έχει ο πρώτος όροφος;

37. ** Α. Οι μαθητές ενός σχολείου θέλησαν να γραφτούν στο βιβλίο Γκίνες κάνοντας ρεκόρ στο σχηματισμό της υψηλότερης ανθρώπινης πυραμίδας που θα ισορροπούσε για ένα λεπτό. Μπήκαν λοιπόν σε σειρές ως εξής: στην κορυφή ένα άτομο, στην επόμενη σειρά δύο, στην αμέσως πιο κάτω σειρά τρεις κ.λ.π. Έτσι κατάφεραν συνολικά 45 μαθητές να κάνουν το ρεκόρ.

α) Πόσες σειρές είχε η πυραμίδα που σχημάτισαν;

β) Πόσοι τουλάχιστον μαθητές θα χρειαστούν ώστε να σπάσει το ρεκόρ αυτό, αν σχηματίσουν με παρόμοιο τρόπο μια νέα πυραμίδα;

Β. Ένα μήνα μετά οι μαθητές ενός γειτονικού σχολείου σχημάτισαν με όμοιο τρόπο μια πυραμίδα υψηλότερη κατά 3 σειρές και έσπασαν το ρεκόρ.

α) Πόσοι συνολικά ήταν μαθητές αυτοί;

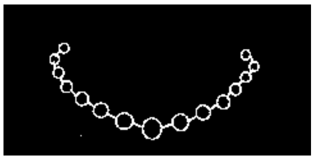
β) Αν οι μαθητές που παίρνουν μέρος στο σχηματισμό της πυραμίδας δεν ξεπερνούν τους 210, πόσες σειρές μπορούν να σχηματίσουν;

38. ** Μια ομάδα 324 στρατιωτών παρατάσσεται σε τριγωνικό σχήμα ώστε: στην πρώτη σειρά μπαίνει ένας στην δεύτερη τρεις , στην τρίτη πέντε κ.λ.π.

α) Πόσοι θα είναι στην $12^{η}$ σειρά;

β) Πόσες σειρές σχηματίστηκαν συνολικά;

39. ** Ένα κολιέ αξίας 650.000 δρχ. αποτελείται από 33 διαμάντια Το μεσαίο διαμάντι είναι και το ακριβότερο. Τα υπόλοιπα διαμάντια είναι τοποθετημένα κατά σειρά αξίας, ώστε κάθε διαμάντι μέχρι το μεσαίο



να αξίζει 1.000 δρχ. λιγότερο από το επόμενό του και στη συνέχεια, από το μεσαίο και πέρα, κάθε διαμάντι να αξίζει 1.500 δρχ. λιγότερο από το προηγούμενό του.

Α. α) Πόσες δρχ. φθηνότερο από το μεσαίο διαμάντι είναι το πρώτο;

β) Πόσες δρχ. φθηνότερο από το μεσαίο διαμάντι είναι το τελευταίο;

Β. Πόσες δρχ. είναι η αξία του μεσαίου διαμαντιού;

40. ** Α. Σε μια αμφιθεατρική αίθουσα θεάτρου με 20 σειρές καθισμάτων, το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς σχηματίζει αριθμητική πρόοδο. Η 1η σειρά έχει 16 καθίσματα και η 7η 28 καθίσματα.

α) Πόσα καθίσματα έχει η 10η σειρά;

β) Πόσα καθίσματα υπάρχουν από την 4η έως την και την 10η σειρά;

Β. Αν στην 1η σειρά της αίθουσας αυτής υπάρχουν 6 κενά καθίσματα, στη 2η υπάρχουν 9 κενά καθίσματα, στην 3η 12 κ.λ.π.

α) από ποια σειρά και πέρα θα υπάρχουν μόνο κενά καθίσματα;

β) Πόσοι θα είναι οι θεατές;

42. ** Κατά τη διάρκεια έργων συντήρησης του οδοστρώματος ενός τμήματος της εθνικής οδού, είχαν τοποθετηθεί ειδικοί φωτεινοί σηματοδότες (σχήματος βέλους) που εμπόδιζαν την κυκλοφορία σε εκείνο το τμήμα του δρόμου. Οι σηματοδότες αυτοί ήταν τοποθετημένοι ανά 10 m. Μόλις τελείωσαν τα έργα, ένας εργάτης που βρισκόταν στον πρώτο σηματοδότη, πήρε εντολή να μεταφέρει όλους τους σηματοδότες δίπλα στον τελευταίο. Όμως, λόγω του μεγάλου βάρους του σηματοδότη, ο εργάτης μπορούσε να μεταφέρει μόνο ένα κάθε φορά. Όταν τελείωσε την μεταφορά, είχε καλύψει συνολικά 1,44 km.

α) Πόσες φορές έκανε τη διαδρομή από τον πρώτο έως τον τελευταίο σηματοδότη;

β) Πόσες φορές έκανε τη διαδρομή από τον δεύτερο έως τον τελευταίο σηματοδότη;

γ) Πόσοι ήταν οι σηματοδότες;

43. ** Ένας αθλητής μετά την αποθεραπεία του από ένα ατύχημα, άρχισε την Δευτέρα 19 Φεβρουαρίου 1996 νέες προπονήσεις. Ανάμεσα στις άλλες ασκήσεις έπρεπε να κάνει και κάμψεις (push ups) καθημερινά (ακόμα και τα Σάββατα και τις Κυριακές), σύμφωνα με το παρακάτω πρόγραμμα:

Ημέρα	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	...
Αριθμός Κάμψεων	9	13	17	21	...

μέχρι να φθάσει τον αριθμό των 101 κάμψεων. Έπειτα θα συνέχιζε με 100 κάμψεις κάθε ημέρα εκτός Κυριακής.

α) Πόσες κάμψεις θα έκανε την Τετάρτη της επόμενης εβδομάδας;

β) Μετά από πόσες μέρες έφθασε τις 101 κάμψεις;

γ) Ποια ήταν η ημερομηνία της πρώτης Κυριακής που σταμάτησε τις κάμψεις;

44. Ένα παιδί παίζοντας με κύβους του 1 cm^3 έφτιαξε μια τετραγωνική πυραμίδα με 3 πατώματα. Το 1ο πάτωμα (η βάση) έχει επιφάνεια 25 cm^2, το 2ο (το μεσαίο) έχει επιφάνεια 9 cm^2 και το 3ο (η κορυφή) αποτελείται από ένα μόνο κύβο. Αν το παιδί έφτιαχνε μια παρόμοια πυραμίδα με 10 πατώματα,

α) πόσους κύβους θα περιείχε η βάση της;

β) πόσους κύβους θα είχε χρησιμοποιήσει;

γ) Αν είχε στη διάθεσή του 220 κύβους, πόσα πατώματα θα είχε η πυραμίδα του;

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

Ερωτήσεις του τύπου “Σωστό-Λάθος”

7. * Ο νιοστός όρος $α_ν$ μιας γεωμετρικής προόδου με λόγο λ είναι $α_ν = α_1 \cdot λ^{ν-1}$. **Σ** **Λ**

8. * Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου με $λ \neq 1$ είναι

$S_ν = α_1 \cdot \frac{λ^ν - 1}{λ - 1}$. **Σ** **Λ**

9. * Το άθροισμα των απείρων όρων μιας γεωμετρικής προόδου με $|λ| < 1$ είναι $S = \frac{α_1}{λ - 1}$. **Σ** **Λ**

10.* Αν α, β, γ, διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε $\frac{β}{α} = \frac{γ}{β}$. **Σ** **Λ**

11.* Η ακολουθία 2, 5, 8, ... είναι γεωμετρική πρόοδος. **Σ** **Λ**

12.* Στη γεωμετρική πρόοδο 100, 50, 25, ... ο λόγος λ είναι $\frac{1}{2}$. **Σ** **Λ**

13.* Στη γεωμετρική πρόοδο 18, -9, $\frac{9}{2}$, $-\frac{9}{4}$ ... ο λόγος λ είναι $\frac{1}{2}$. **Σ** **Λ**

14.* Η ακολουθία $(α_ν)$ με $α_{ν+1} = 3α_ν$ είναι γεωμετρική πρόοδος. **Σ** **Λ**

15.* Η γεωμετρική πρόοδος 4, 8, 16, 32, ... έχει $S_ν = 4\,(2^ν - 1)$. **Σ** **Λ**

16.* Η γεωμετρική πρόοδος 100, 50, 25, ... έχει άθροισμα απείρων όρων S = 200. **Σ** **Λ**

17.* Η γεωμετρική πρόοδος 3, 6, 12, ... έχει άθροισμα απείρων όρων S = 6. **Σ** **Λ**

18.* Η γεωμετρική πρόοδος - 2, 4, - 8, 16, ... έχει άθροισμα απείρων όρων S = 2. **Σ** **Λ**

19.* Σε μία γεωμετρική πρόοδο με πρώτο όρο $α_1 = 20$ και λόγο $λ = \frac{1}{2}$ είναι $S_ν = 40$. **Σ** **Λ**

20.* Η γεωμετρική πρόοδος 2, 6, 18, ... έχει νιοστό όρο $α_ν = 2 \cdot 3^{ν-1}$. **Σ** **Λ**

21.* Σε μια γεωμετρική πρόοδο με πρώτο όρο $α_1 = 4$ και λόγο λ = 2 ο νιοστός όρος $α_ν = 2ν + 2$. **Σ** **Λ**

22.* Οι αριθμοί 7, 14, 21 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. **Σ** **Λ**

23.* Οι αριθμοί 3, 6, 12 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. **Σ** **Λ**

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Από τις παρακάτω ακολουθίες είναι γεωμετρική πρόοδος η

Α. 10, 20, 30, … **Β.** 5, 15, 25, … **Γ.** 3, 6, 9, …
Δ. 4, 20, 100, … **Ε.** - 5, 10, 25, …

2. * Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο $α_1 = 4$ και λ = 3, αυτή είναι

Α. 4, 7, 10, 13, … **Β.** 4, 4·3, 4·6, … **Γ.** 4, 12, 36, …
Δ. 3, 12, 48, … **Ε.** 4, 4^3, 4^9, …

3. * Αν 7, - 21, 63, … μια γεωμετρική πρόοδος, τότε ο λ είναι

Α. 3 **Β.** - 14 **Γ.** 14 **Δ.** -3 **Ε.** 4

4. * Ο 4ος όρος της γεωμετρικής προόδου $-\frac{3}{4}$, 1, ...είναι

Α. $\frac{9}{16}$ **Β.** $-\frac{9}{16}$ **Γ.** $\frac{16}{9}$
Δ. $-\frac{16}{9}$ **Ε.** $\frac{3}{4}$

5. * Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι $α_1 = 5$, λ = 2, τότε ο $α_5$ είναι

Α. - 25 **Β.** $\sqrt{5}$ **Γ.** 10
Δ. 80 **Ε.** 320

6. * Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι $α_1 = 3$ και $α_4 = 375$, τότε ο λ είναι

Α. 378 **Β.** 372 **Γ.** 10 **Δ.** 5 **Ε.** 3

7. * Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι λ = 2 και $α_6 = 448$, τότε ο $α_1$ είναι

Α. - 50 **Β.** 14 **Γ.** 600 **Δ.** - 100 **Ε.** 1200

8. * Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι $α_1 = 2$, $λ = 3$ και $α_ν = 162$, τότε η τάξη του όρου $α_ν$ είναι

Α. 2 **Β.** 4 **Γ.** 3
Δ. 1 **Ε.** 5

9. * Αν σε μια γεωμετρική πρόοδο είναι $α_4 = x$ και $α_6 = y$ (όπου x, y ομόσημοι), τότε έχουμε

Α. $λ = \frac{x \cdot y}{2}$ **Β.** $λ = \frac{x}{y}$ **Γ.** $λ = \frac{y^2}{x^2}$ **Δ.** $λ^2 = \frac{y}{x}$ **Ε.** $λ = \frac{x^2 \cdot y^2}{2}$

10. * Ο λόγος της γεωμετρικής προόδου α·β, α,... είναι

Α. $\frac{1}{α}$ **Β.** $\frac{1}{β}$ **Γ.** $\frac{β}{α}$ **Δ.** $\frac{α}{β}$ **Ε.** $α^2 \frac{β}{2}$

11. * Αν σε μια γεωμετρική πρόοδο $α_5 = 48$ και $α_7 = 192$, τότε το $α_3$ είναι

Α. - 12 **Β.** 12 **Γ.** 144 **Δ.** 36 **Ε.** 24

12. * Αν τρεις θετικοί ακέραιοι αριθμοί αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου και έχουν άθροισμα 65, τότε αυτοί είναι

Α. 5, $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{4}$ **Β.** 7, 21, 36 **Γ.** - 24, - 12, - 6
Δ. 5, 15, 45 **Ε.** $\sqrt{11}$, $\sqrt{21}$, $\sqrt{43}$

13. * Ο αριθμός 6 είναι γεωμετρικός μέσος των αριθμών

Α. 4 και 8 **Β.** - 2 και - 3 **Γ.** 3 και 12 **Δ.** 2 και 10 **Ε.** 5 και 7

14. * Αν οι αριθμοί x - 1, x, x + 2 αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, ο x ισούται με

Α. - 2 **Β.** $\frac{2}{3}$ **Γ.** 4 **Δ.** 0 **Ε.** 2

15. * Αν οι x - 1, x + 1, x + 5 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε

Α. x = 1 **Β.** x = -1 **Γ.** x = 2
Δ. x = 3 **Ε.** $x \neq 0$

16. ** Αν οι θετικοί αριθμοί $\frac{α}{β}$, γ, α·β είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε

Α. $γ = β^2$ **Β.** $γ = |β|$ **Γ.** $γ = 2α$ **Δ.** $γ = |α|$ **Ε.** $γ = αβ$

17. * Αν οι αριθμοί x, y, z είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε

Α. $y = \frac{z}{x}$ **Β.** $x = \frac{z}{y}$ **Γ.** $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$ **Δ.** $\frac{x}{y} = \frac{z}{y}$ **Ε.** $y = \frac{x \cdot z}{2}$

18. * Αν οι γ, $α \cdot β^3$, α·β είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε

Α. $γ = α \cdot β^4$ **Β.** $γ = α \cdot β^{-2}$ **Γ.** $γ = β^5$ **Δ.** $γ = α \cdot β^5$ **Ε.** $γ = β^{-2}$

19. * Αν οι α, β, γ, δ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε από τις παρακάτω απαντήσεις **δεν** είναι πάντα σωστή η

Α. $\beta\cdot\gamma = \alpha\cdot\delta$ **Β.** $\mathrm{A}\cdot\gamma = \beta^2$ **Γ.** $\beta\cdot\delta = \gamma^2$ **Δ.** $\frac{\delta}{\gamma} = \frac{\beta}{\alpha}$ **Ε.** $\alpha\cdot\beta\cdot\gamma = \delta$

20. * Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 3$, $\lambda = 2$, τότε ο νιοστός όρος της είναι

Α. $\alpha_\nu = 3\cdot 2^{\nu-1}$ **Β.** $\alpha_\nu = 2\cdot 3^{\nu-1}$ **Γ.** $\alpha_\nu = -2^\nu - 3$
Δ. $\alpha_\nu = 3^\nu + 2$ **Ε.** $\alpha_\nu = 3\ 2^\nu$

21. * Αν $\alpha_1 = 3$ και $\alpha_{\nu+1} = 4\cdot\alpha_\nu$, τότε ο νιοστός όρος της γεωμετρικής προόδου είναι

Α. $\alpha_\nu = -12^\nu$ **Β.** $\alpha_\nu = 4\ \alpha_\nu - 1$ **Γ.** $\alpha_\nu = 4\cdot 3^\nu$ **Δ.** $\alpha_\nu = 3\cdot 4^{\nu-1}$ **Ε.** $\alpha_\nu = 2\cdot 7^\nu$

22.* Αν μία γεωμετρική πρόοδος έχει $\alpha_\nu = 2\cdot 5^{\nu-1}$, τότε αυτή έχει

Α. $\alpha_1 = 10, \lambda = \frac{1}{2}$ **Β.** $\alpha_1 = 5, \lambda = 2$ **Γ.** $\alpha_1 = 2, \lambda = 5$

Δ. $\alpha_1 = 3, \lambda = 2$ **Ε.** $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \lambda = 5$

23. * Στη γεωμετρική πρόοδο - 1, 2, - 4, ... το άθροισμα των 6 πρώτων όρων της είναι

Α. - 21 **Β.** - 16 **Γ.** 8 **Δ.** 21 **Ε.** - 48

24. * Αν $\alpha_1 = 8$ και $\lambda = 3$, τότε το S_4 είναι

Α. 720 **Β.** - 360 **Γ.** 320
Δ. 180 **Ε.** 240

25. * Αν $\alpha_1 = 7$ και $S_4 = 280$, τότε το λ είναι

Α. 5 **Β.** -2 **Γ.** 1/7 **Δ.** 7 **Ε.** 3

26. * Σε μία γεωμετρική πρόοδο αν είναι $\alpha_1 = 4$, $\lambda = 4$, $S_\nu = 5460$, τότε ο ν είναι

Α. $\sqrt{21}$ **Β.** - 8 **Γ.** 4 **Δ.** 6 **Ε.** $\frac{13}{2}$

27. * Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο $\alpha_1 = 5$ και $\lambda = 2$, τότε το S_ν είναι

Α. $S_\nu = 5\cdot(2^\nu - 1)$ **Β.** $S_\nu = 5\cdot 2^\nu$ **Γ.** $S_\nu = 5\cdot 2^{\nu+1}$
Δ. $S_\nu = 5\cdot(2^\nu + 3)$ **Ε.** $S_\nu = 5\cdot 2^{\nu-1}$

28. * Για να είναι μία ακολουθία α_1, α_2, ... α_ν γεωμετρική πρόοδος πρέπει

Α. η διαφορά δύο διαδοχικών όρων να είναι σταθερή
Β. το πηλίκο δύο οποιονδήποτε όρων να είναι σταθερό $\neq 0$
Γ. το πηλίκο των διαδοχικών όρων της να είναι σταθερό $\neq 0$
Δ. η απόλυτη τιμή της διαφοράς δύο διαδοχικών όρων της να είναι σταθερή
Ε. το γινόμενο των διαδοχικών όρων της να είναι σταθερό

29. * Σε κάθε γεωμετρική πρόοδο ο λόγος λ είναι

Α. θετικός **Β.** $\neq 1$ **Γ.** ακέραιος
Δ. ίσος με ν **Ε.** σταθερός πραγματικός $\neq 0$

30. * Σε κάθε γεωμετρική πρόοδο ισχύει

Α. $\alpha_4 = \alpha_1 + \alpha_3$ **Β.** $\alpha_4 = \alpha_1\cdot 4\lambda$ **Γ.** $\alpha_4 = \alpha_3 + \lambda$
Δ. $\alpha_4 = \alpha_3\cdot\lambda$ **Ε.** $\alpha_4 = \alpha_1\cdot\alpha_3$

31. * Σε κάθε γεωμετρική πρόοδο ισχύει

Α. $\alpha_\nu = \alpha_1\cdot\lambda^\nu$ **Β.** $\alpha_\nu = \alpha_1\cdot\lambda^{\nu-1}$ **Γ.** $\alpha_\nu = \alpha_1{}^\nu\cdot\lambda$
Δ. $\alpha_\nu = \alpha_1{}^{\nu-1}\cdot\lambda$ **Ε.** $\alpha_\nu = (\alpha_1\cdot\lambda)^\nu$

32. * Σε μια γεωμετρική πρόοδο με $\lambda \neq 1$ το άθροισμα S_ν των ν πρώτων όρων της είναι

Α. $\alpha_1\cdot\frac{\lambda^{\nu-1} - 1}{\lambda - 1}$ **Β.** $\alpha_1\cdot\frac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}$ **Γ.** $\alpha_\nu\cdot\frac{\alpha_1 - 1}{\lambda - 1}$

Δ. $\alpha_1 \cdot \dfrac{\alpha_\nu - 1}{\lambda - 1}$ **Ε.** $\dfrac{\alpha_1 \cdot \alpha_\nu}{\lambda - 1}$

33. * Ο τύπος του αθροίσματος των ν όρων $S_\nu = \alpha_1 \cdot \dfrac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}$ μιας γεωμετρικής προόδου με λόγο λ χρησιμοποιείται

Α. σε οποιαδήποτε γεωμετρική πρόοδο
Β. σε γεωμετρική πρόοδο με $\lambda \neq 1$
Γ. μόνο σε γεωμετρική πρόοδο με $\alpha_1 > 0$ και $|\lambda| < 1$
Δ. μόνο σε γεωμετρική πρόοδο με $\alpha_1 > 0$ και $|\lambda| > 1$
Ε. μόνο σε γεωμετρική πρόοδο με $\alpha_1 < 0$ και $|\lambda| < 1$

34. * Σε μια γεωμετρική πρόοδο έχουμε $S_4 = \alpha$ και $S_5 = \beta$. Τότε ισχύει

Α. $\lambda = \dfrac{\beta}{\alpha}$ **Β.** $\alpha_5 = \dfrac{\beta}{\alpha}$ **Γ.** $\alpha_1 = \dfrac{\beta - \alpha}{\lambda^4}$

Δ. $\alpha_5 = \dfrac{\beta - \alpha}{\lambda}$ **Ε.** $\alpha_5 = \beta - \alpha$

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. * Να συμπληρώσετε τους όρους που λείπουν στις παρακάτω γεωμετρικές προόδους:

α)	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	...	...	...
β)	...	...	6	- 2	...
γ)	2	...	8	...	...
δ)	...	$-\frac{1}{2}$	...	$-\frac{1}{8}$	...

2. ** Να γράψετε τους όρους που λείπουν στις παρακάτω γεωμετρικές προόδους:

α)	2	...	128		
β)	2	...	...	128	
γ)	- 2	...	...	...	- 128

3. ** Να γράψετε τους όρους που λείπουν ώστε οι παρακάτω γραμμές να είναι γεωμετρικές πρόοδοι (όπου x και y θετικοί):

α)	$\frac{x}{y}$	$x \cdot y$	...	...	...

β) ... $\quad x{\cdot}y \quad$ ... $\quad \dfrac{x}{y} \quad$ ...

γ) ... $\quad \dfrac{x}{y^2} \quad$ ... $\quad$ ... $\quad x{\cdot}y$

δ) $\dfrac{x}{y^3} \quad$ ... $\quad$ ... $\quad$ ... $\quad x{\cdot}y^3$

4. ** α) Στην πρόοδο $α_1, α_2, ..., α_{47}$ ο όρος που ισαπέχει με τον $α_{13}$ από τα άκρα είναι ο .... ενώ αυτός που ισαπέχει με τον $α_{32}$ είναι ο ....

β) Στην πρόοδο $α_1, α_2, ..., α_{1999}$ ο μεσαίος όρος είναι ο ....

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. * Σε κάθε γεωμετρική πρόοδο της στήλης Α του πίνακα (Ι), να αντιστοιχίσετε τους νιοστούς όρους, που υπάρχουν στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. 3, 12, 48, ... **2.** $-10, -5, -\dfrac{5}{2}, ...$ **3.** $24, 8, \dfrac{8}{3}, ...$	**Α.** $α_ν = 24{\cdot}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{ν-1}$ **Β.** $α_ν = 3{\cdot}4^{ν-1}$ **Γ.** $α_ν = 24{\cdot}3^{ν-1}$ **Δ.** $α_ν = -10{\cdot}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{ν-1}$ **Ε.** $α_ν = 3{\cdot}\left(\dfrac{1}{4}\right)^{ν-1}$

2. * Σε κάθε γεωμετρική πρόοδο της στήλης Α του πίνακα (Ι), να αντιστοιχίσετε το άθροισμα των ν πρώτων όρων, που υπάρχουν στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
	Α. $S_ν = -27\cdot\left[\left(\frac{1}{3}\right)^ν - 1\right]$
1. 5, 15, 45, ...	**Β.** $S_ν = 18\cdot(3^ν - 1)$
2. 18, 6, 2, ...	**Γ.** $S_ν = \frac{5}{2}\cdot(3^ν - 1)$
3. $-20, -4, -\frac{4}{5}, ...$	**Δ.** $S_ν = 25\cdot\left[\left(\frac{1}{5}\right)^ν - 1\right]$
	Ε. $S_ν = 5\cdot\left[\left(\frac{1}{5}\right)^ν - 1\right]$

3. * Σε κάθε γεωμετρική πρόοδο με $|\lambda|$ <1 της στήλης Α του πίνακα (Ι), να αντιστοιχίσετε το άθροισμα S των άπειρων όρων της, που γράφεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. 27, 9, 3, ...	**Α.** $S = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$
2. $\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{6}, \dfrac{1}{18}, ...$	**Β.** $S = \dfrac{3}{4}$
3. $\sqrt{2}, \sqrt{\dfrac{2}{3}}, \sqrt{\dfrac{2}{9}}, ...$	**Γ.** $S = \dfrac{81}{2}$
	Δ. $S = \dfrac{27}{4}$
	Ε. $S = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - 1}$

4. * Σε κάθε τριάδα όρων γεωμετρικής προόδου της στήλης Α του πίνακα (Ι), να αντιστοιχίσετε την ακέραιη θετική τιμή του x, της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
	Α. x = - 8
1. x + 2, 4x, 7x + 2	**Β.** $x = \dfrac{5}{2}$
2. x, x - 3, x + 3	**Γ.** x = 2
	Δ. x = 1

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. * Να σχηματίσετε τις γεωμετρικές προόδους με:

α) $\alpha_1 = 5$ και $\lambda = 3$ β) $\alpha_1 = \dfrac{2}{3}$ και $\lambda = \dfrac{1}{4}$ γ) $\alpha_1 = -20$ και $\lambda = \dfrac{1}{2}$

2. * Ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στους αριθμούς 2, 16, 58 για να γίνουν τρεις διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου;

3. * α) Αν $\alpha_1 = 2$ και $\lambda = \dfrac{1}{3}$ να βρείτε τον α_6 β) Αν $\alpha_6 = 448$ και $\lambda = 2$ να βρείτε τον α_1

γ) Αν $\alpha_1 = 9$ και $\alpha_5 = 144$ να βρείτε το λ δ) Αν $\alpha_1 = 2$ και $\lambda = 3$ και $\alpha_\nu = 162$ να βρείτε το ν

4. * Να βρείτε μία γεωμετρική πρόοδο, αν $\alpha_4 = -6$ και $\alpha_8 = -\dfrac{2}{27}$.

5. * Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι $\alpha_3 = 12$ και $\alpha_8 = 384$, να βρείτε τον αριθμό λ.

6. * Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι $\alpha_1 = 8$ και $\lambda = \dfrac{1}{4}$

α) να βρείτε το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της S_4 και

7. ** Στη γεωμετρική πρόοδο

α) με $\alpha_1 = \frac{1}{2}$, $\alpha_\nu = \frac{1}{64}$ και $\lambda = \frac{1}{2}$ να βρείτε το πλήθος ν

β) με $\alpha_1 = -\frac{81}{4}$, $\alpha_5 = -\frac{1}{4}$ να βρείτε τον λόγο λ

8. ** Να βρείτε τον γενικό όρο αν

α) $\alpha_4 - \alpha_2 = 24$, $\alpha_2 + \alpha_3 = 6$ β) $\frac{\alpha_4}{\alpha_6} = 4$ και $\alpha_2 \cdot \alpha_8 = \frac{1}{4}$

9. ** α) Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι $\alpha_4 = 13$ $\alpha_6 = 117$ και $\alpha_\nu = 9477$, να βρείτε το ν.

β) Να βρεθεί το πλήθος ν των όρων μιας γεωμετρικής προόδου (α_ν), αν έχουμε: $\alpha_1 = 4$, $\alpha_\nu = 972$ και $S_\nu = 1456$

10. ** Να βρείτε τρεις διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, οι οποίοι να έχουν άθροισμα 14 και γινόμενο 64.

11. ** Να βρείτε τέσσερις διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, οι οποίοι να έχουν γινόμενο 16 και άθροισμα μεσαίων όρων 5.

12. ** Να βρείτε τέσσερις διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, οι οποίοι να έχουν γινόμενο 625 και το τετράγωνο του τρίτου είναι τετραπλάσιο του γινομένου των δύο άκρων όρων.

13. ** Να βρείτε τρεις διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, αν γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των δύο πρώτων είναι 10 και το άθροισμα των δύο τελευταίων είναι 15.

14. ** Να βρείτε τη γεωμετρική πρόοδος αν ο έκτος όρος είναι τετραπλάσιος του τέταρτου όρου της και το άθροισμα του δεύτερου και του πέμπτου όρου της είναι 216.

15. ** Να βρείτε τέσσερις διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, αν ξέρετε ότι ο δεύτερος είναι μεγαλύτερος από τον πρώτο κατά 3 και ο τρίτος μικρότερος από τον τέταρτο κατά 12.

16. ** Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος 1, 3, 9, 27, 81.

α) Να βρείτε τα γινόμενα $\alpha_1 \cdot \alpha_5$, $\alpha_2 \cdot \alpha_4$, α_3^2

β) Να γενικεύσετε το συμπέρασμά σας

γ) Ισχύει $2 \cdot 12 = 4 \cdot 6$. Η ακολουθία 2, 4, 6, 12 είναι γεωμετρική πρόοδος;

δ) Τι συμπεραίνετε για το αντίστροφο του συμπεράσματος του (β);

17. ** α) Ποιο είναι το άθροισμα των 6 πρώτων όρων της: - 1, 2, - 4, 8, ...;

β) Πόσους διαδοχικούς πρώτους όρους πρέπει να προσθέσουμε, για να πάρουμε άθροισμα 85;

18. ** Να βρείτε το S_4 στη γεωμετρική πρόοδο με $\alpha_{10} = 48\sqrt{2}$, $\alpha_7 = 24$.

19. ** Να βρείτε τη γεωμετρική πρόοδο με $S_4 = 30$ και $\alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_8 = 480$.

24. ** Μια γεωμετρική πρόοδος $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ έχει $|\lambda| < 1$.

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha_1^2, \alpha_2^2, \alpha_3^2, \ldots$ είναι και αυτή γεωμετρική πρόοδος, να βρείτε το λόγο της και να δείξετε ότι είναι απολύτως μικρότερος του 1.

25. ** Να βρείτε την γεωμετρική πρόοδο $(α_ν)$, εάν

α) $\frac{S_{10}}{S_5} = 32$, $α_1 = 2$ β) $S_3 = 26$ και η διαφορά $α_4 - α_1 = 52$.

28. *** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^x = 2046$

β) $1 + x + x^2 + ... = 5$ με $0 < x < 1$

γ) $1 + συνx + συν^2x + ... = 2$ με $-\frac{π}{2} < x < \frac{π}{2}$

29. ** Σε κάθε γεωμετρική πρόοδο, αν $α_μ$ και $α_k$ είναι οι όροι της τάξεως μ και κ αντίστοιχα, να δείξετε ότι ισχύει: $α_μ = λ^{μ-k} α_k$, $μ, k \in N$

30. ** α) Σε μια γεωμετρική πρόοδο έχουμε $α_1 + α_4 = α_2 + α_3$. Να βρεθεί ο λόγος της.

β) Αν α, β, γ, δ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να απλοποιήσετε την παράσταση: $Π = (α - γ)^2 + (β - γ)^2 + (β - δ)^2 - (α - δ)^2$

31. ** Δίνεται η ακολουθία με γενικό όρο $α_ν = 3 \cdot 2^ν$.

α) Να βρείτε τον όρο $α_{ν+1}$.

β) Να αποδείξετε ότι αυτή είναι γεωμετρική πρόοδος και να βρείτε το λόγο λ και τον πρώτο της όρο $α_1$.

γ) Ποιος όρος της είναι ίσος με 3072;

32. ** Δίνεται η ακολουθία με $S_ν = 2(3^ν - 1)$

α) Να βρείτε το $S_{ν-1}$ β) Να βρείτε το $α_ν$ γ) Να βρείτε το $α_{ν+1}$

δ) Να αποδείξετε ότι αυτή είναι γεωμετρική πρόοδος και να βρείτε τον λ και τον $α_1$.

ε) Πόσους όρους της πρέπει να πάρουμε, για να έχουμε άθροισμα 484;

33. ** Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο $ΑΚ_1Λ_1$ είναι ισόπλευρο πλευράς α.

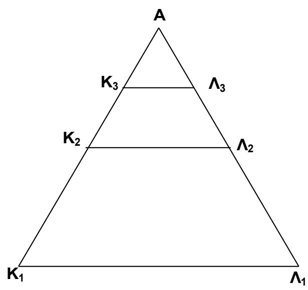
$Κ_2$ είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος $Α Κ_1$

$Λ_2$ είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος $Α Λ_1$

$Κ_3$ είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος $Α Κ_2$

$Λ_3$ είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος $Α Λ_2$

Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες:



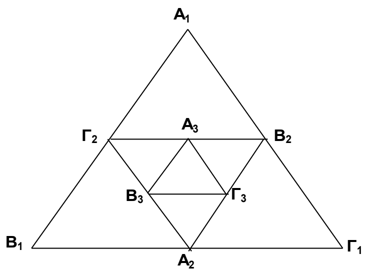
α)

Τρίγωνο	Πλευρά	Περίμετρος
$ΑΚ_1Λ_1$	$α_1 = α$	$Π_1 =$
$ΑΚ_2Λ_2$	$α_2 =$	$Π_2 =$
$ΑΚ_3Λ_3$	$α_3 =$	$Π_3 =$
	⋮	⋮
$ΑΚ_νΛ_ν$	$α_ν =$	$Π_ν =$

β) Εφαρμογή

Τρίγωνο	Πλευρά	Περίμετρος
$AK_1\Lambda_1$	$\alpha_1 = 8$ μέτρα	$\Pi_1 =$
$AK_2\Lambda_2$	$\alpha_2 =$	$\Pi_2 =$
$AK_3\Lambda_3$	$\alpha_3 =$	$\Pi_3 =$
	$\vdots$	$\vdots$
$AK_\rho\Lambda_\rho$	$\alpha_\rho =$	$\Pi_\rho < 1$ και $\Pi_{\rho+1} \geq 1$ μέτρο
	$\vdots$	$\vdots$
$AK_8\Lambda_8$	$\alpha_8 =$	$\Pi_8 =$

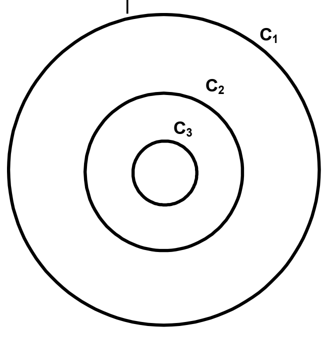
34. ** Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α. Σχηματίζουμε το τρίγωνο $A_2B_2\Gamma_2$, όπου A_2, B_2, Γ_2 τα μέσα των πλευρών του $A_1B_1\Gamma_1$. Σχηματίζουμε το τρίγωνο $A_3B_3\Gamma_3$, όπου A_3, B_3, Γ_3 τα μέσα των πλευρών του $A_2B_2\Gamma_2$.



Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται επ' άπειρον. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

	Πλευρά	Εμβαδόν	Περίμετρος
$A_1B_1\Gamma_1$	$\alpha_1 = \alpha$	$E_1 =$	$\Pi_1 =$
$A_2B_2\Gamma_2$	$\alpha_2 =$	$E_2 =$	$\Pi_2 =$
$A_3B_3\Gamma_3$	$\alpha_3 =$	$E_3 =$	$\Pi_3 =$
…	…	…	…
$A_{10}B_{10}\Gamma_{10}$	$\alpha_{10} =$	$E_{10} =$	$\Pi_{10} =$
…	…	…	…
Αθροίσματα S απείρων όρων	$S_{\pi\lambda} =$	$S_E =$	$S_\Pi =$

35. ** Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος c_1 έχει ακτίνα R και κέντρο το σημείο Κ. Οι ομόκεντροί του κύκλοι c_2 και c_3 έχουν ακτίνα $\frac{R}{2}$ και $\frac{R}{4}$ αντιστοίχως. Αν συνεχίσουμε με την ίδια διαδικασία να κατασκευάζουμε κύκλους (κάθε επόμενος να είναι ομόκεντρος του προηγούμενου του και να έχει τη μισή ακτίνα απ' αυτόν).



i) Να βρείτε, συναρτήσει του R, την ακτίνα των c_5, c_6

ii) Να βρείτε το μήκος του κύκλου c_7

iii) Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου c_{12}

iv) Να βρείτε το άθροισμα των εμβαδών των 5 πρώτων κύκλων

v) Να βρείτε το άθροισμα των εμβαδών των απείρων κύκλων που σχηματίζονται με τον παραπάνω τρόπο.

36. ** Ένας ασθενής παίρνει δόση των 10 mg ενός φαρμάκου κάθε 4ωρο. Στο χρονικό αυτό διάστημα διασπάται το $\frac{1}{4}$ της ποσότητας του φαρμάκου που βρίσκεται στην αρχή του 4ώρου στο αίμα του ασθενούς ενώ το υπόλοιπο παραμένει στο αίμα του ασθενούς.

α) Να βρείτε την ποσότητα του φαρμάκου που έχει στο αίμα του ο ασθενής μόλις πάρει την $2^η$ δόση του φαρμάκου.

β) Να βρείτε την ποσότητα του φαρμάκου που έχει στο αίμα του ο ασθενής στο τέλος του πρώτου 12ώρου.

γ) Αν είναι γνωστό ότι, όταν η ποσότητα του φαρμάκου στο αίμα του ασθενούς υπερβεί τα 50 mg, παρουσιάζονται επικίνδυνες παρενέργειες, δείξτε ότι ο ασθενής δεν κινδυνεύει ακόμη και με ισόβια λήψη του φαρμάκου.

δ) Ποια είναι η ποσότητα της επικίνδυνης δόσης.

37. ** Ένα αυτοκίνητο κοστίζει σήμερα 10.000.000 δρχ. Είναι γνωστό ότι στο τέλος κάθε χρόνου χάνει το $\frac{1}{10}$ της αξίας που έχει στην αρχή του χρόνου.

I. Τότε

i) Η αξία του αυτοκινήτου στο τέλος του πρώτου χρόνου είναι 9.500.000 δρχ.	**Σ**	**Λ**
ii) Οι αξίες στο τέλος κάθε χρόνου είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου με λόγο $\frac{1}{10}$	**Σ**	**Λ**
iii) Μετά την συμπλήρωση 2 χρόνων από την αγορά του η αξία του αυτοκινήτου μειώθηκε κατά 2.000.000 δρχ.	**Σ**	**Λ**
iv) Η αξία του είναι μεγαλύτερη από 5.000.000 δρχ. στο τέλος του $5^{ου}$ χρόνου από την αγορά του	**Σ**	**Λ**
v) Η αξία του είναι μικρότερη από 4.000.000 δρχ. στο τέλος του $8^{ου}$ χρόνου από την αγορά του	**Σ**	**Λ**

II. i) Η αξία του αυτοκινήτου στην αρχή του $3^{ου}$ χρόνου από την αγορά του είναι:

Α. 7.000.000 δρχ. **Β.** 7.200.000 δρχ. **Γ.** 7.290.000 δρχ.

Δ. 8.000.000 δρχ. **Ε.** 8.100.000 δρχ.

ii) Με την συμπλήρωση 3 χρόνων από την αγορά του η αξία του μειώθηκε κατά

Α. 4.000.000 δρχ. **Β.** 3.200.000 δρχ. **Γ.** 2.710.000 δρχ.

Δ. 1.900.000 δρχ. **Ε.** 1.710.000 δρχ.

iii) Η αξία του αυτοκινήτου γίνεται μικρότερη από 6.000.000 δρχ. στο τέλος του

Α. $3^{ου}$ χρόνου **Β.** $4^{ου}$ χρόνου **Γ.** $5^{ου}$ χρόνου **Δ.** $6^{ου}$ χρόνου **Ε.** $7^{ου}$ χρόνου

38. ** α) Να συγκρίνετε τον αριθμητικό και τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών: 2, 8.

β) Δείξτε ότι η σχέση που θα βρείτε ισχύει γενικά για κάθε ζεύγος θετικών x, y.

39. ** Αν α, β, γ αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου τότε να αποδείξετε ότι οι $\dfrac{1}{\alpha - \beta}$, $\dfrac{1}{\alpha - \gamma}$, $\dfrac{1}{\alpha + \beta}$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

40. ** Να βρείτε τρεις ακέραιους αριθμούς, για τους οποίους ισχύουν τα εξής:

i) είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου

ii) αν αυξηθεί ο δεύτερος κατά 8, η πρόοδος γίνεται αριθμητική

iii) αν αυξηθεί και ο τρίτος κατά 64, γίνεται πάλι γεωμετρική.

41. ** Να βρείτε τρεις αριθμούς για τους οποίους ισχύουν τα εξής:

i) είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου

ii) έχουν άθροισμα 15

iii) αν σ' αυτούς προσθέσουμε τους αριθμούς 1, 4, 19 αντίστοιχα θα γίνουν διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

42. ** Να βρείτε τρεις ακέραιους αριθμούς για τους οποίους ισχύουν τα εξής:

i) είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου

ii) ελαττώνοντας τον τρίτο κατά 4 γίνονται διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου

iii) ελαττώνοντας τον δεύτερο και τον τρίτο της αριθμητικής προόδου κατά 1 σχηματίζεται πάλι γεωμετρική πρόοδος.

43. ** Να βρείτε τέσσερις ακέραιους αριθμούς για τους οποίους ισχύουν τα εξής:

i) οι τρεις πρώτοι είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου

ii) οι τρεις τελευταίοι είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου

iii) το άθροισμα των άκρων όρων είναι 14 και των μεσαίων 12.

45. ** Ο Πέτρος γιορτάζοντας τα 12^{α} γενέθλιά του, ζήτησε από τους γονείς του για δώρο 15.000 και κάθε επόμενα γενέθλια να του αυξάνουν το ποσό κατά 3.000 μέχρι να γιορτάσει τα 21 χρόνια του. Ο πατέρας του αντιπρότεινε τα εξής: "Θα σου δώσω τώρα 500 δρχ. και κάθε επόμενα γενέθλιά σου θα σου διπλασιάζω το προηγούμενο ποσό". Ο Πέτρος σκέφτηκε λίγο και απέρριψε τη πρόταση του πατέρα του πιστεύοντας ότι όταν θα γιορτάζει τα 18^{α} γενέθλιά του με τη δική του πρόταση θα πάρει περισσότερα χρήματα.

α) Δικαιολογήσετε γιατί συμφωνείτε ή διαφωνείτε με την άποψη του Πέτρου.

β) Πόσα χρήματα θα πάρει με τη δική του πρόταση έως και τα 21^{α} γενέθλιά του και πόσα θα έπαιρνε με την πρόταση του πατέρα του;