

**Ασκήσεις Τριγωνομετρίας**

**A' Μονάδες μέτρησης τόξων και γωνιών – Βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες**

1. Να μετατραπούν οι παρακάτω γωνίες σε ακτίνια και βαθμούς

- α)  $45^\circ$       β)  $90^\circ$       γ)  $135^\circ$       δ)  $15^\circ$   
 ε)  $225^\circ$       στ)  $75^\circ$       ζ)  $105^\circ$       η)  $475^\circ$



Για την μελέτη της θεωρίας της παραπάνω άσκησης ,επισκεφθείτε την ιστοσελίδα <http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1277-2010-09-15-12-19-44>



Για την λύση της παραπάνω άσκησης , επισκεφθείτε την ιστοσελίδα <http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1278-m-->

2. Να μετατραπούν οι παρακάτω γωνίες σε μοίρες και βαθμούς

- α)  $\frac{5\pi}{13}$  rad      β)  $\frac{11\pi}{5}$  rad      γ)  $\frac{4\pi}{3}$  rad      δ)  $\frac{17\pi}{12}$  rad  
 ε) 2,32 rad      στ) 4,05 rad      ζ) 1,57 rad      η) 13,14 rad



Για την μελέτη της θεωρίας της παραπάνω άσκησης ,επισκεφθείτε την ιστοσελίδα <http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1277-2010-09-15-12-19-44>



Για την λύση της παραπάνω άσκησης , επισκεφθείτε την ιστοσελίδα <http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1278-m-->

3. Να μετατραπούν οι παρακάτω γωνίες σε ακτίνια και μοίρες

- α)  $50^\beta$       β)  $150^\beta$       γ)  $300^\beta$       δ)  $1000^\beta$   
 ε)  $168^\beta$       στ)  $80^\beta$       ζ)  $1220^\beta$       η)  $445^\beta$



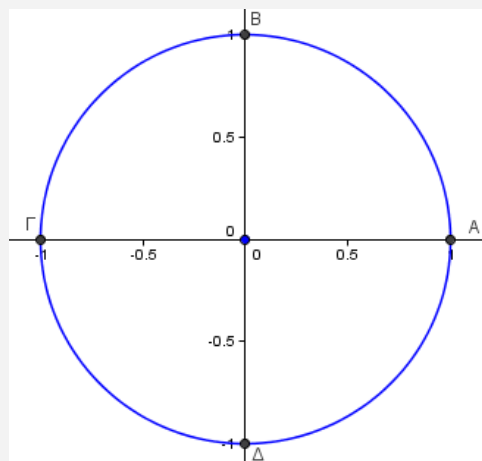
Για την μελέτη της θεωρίας της παραπάνω άσκησης ,επισκεφθείτε την ιστοσελίδα <http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1277-2010-09-15-12-19-44>



Για την λύση της παραπάνω άσκησης , επισκεφθείτε την ιστοσελίδα <http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1278-m-->

4. Στον διπλανό τριγωνομετρικό κύκλο να σχεδιάσετε τις γωνίες των α)  $45^\circ$     β)  $135^\circ$     γ)  $105^\circ$  .

Στη συνέχεια να υπολογίσετε όλους τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παραπάνω γωνιών , δηλαδή το ημ , συν ,εφ ,σφ



Για την μελέτη της θεωρίας της παραπάνω άσκησης ,επισκεφθείτε την ιστοσελίδα <http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1290-2010-09-29-20-48-48>

(για τον υπολογισμό του ημιτόνου)

<http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1288-2010-09-29-20-50-19>

(για τον υπολογισμό του ημιτόνου)



<http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1291-2010-09-29-20-48-07>

(για τον υπολογισμό του ημιτόνου και του συνημιτόνου)



<http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1292-2010-09-29-20-47-21>

(για τον υπολογισμό της εφαπτομένης)

<http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php/bl/103-2010-04-27-21-04-58/1289-2010-09-29-20-49-35>

(για τον υπολογισμό της συνεφαπτομένης)

5. Να μετατρέψετε τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς σε τριγωνομετρικούς αριθμούς, ώστε το τόξο να ανήκει στο  $1^\circ$  τεταρτημόριο

α)  $\eta\mu 457^\circ$

β)  $\sigma\upsilon\nu 1290^\circ$

γ)  $\epsilon\phi 1145^\circ$

δ)  $\sigma\phi 2871^\circ$

6. Να μετατρέψετε τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς σε τριγωνομετρικούς αριθμούς, ώστε το τόξο να ανήκει στο  $1^\circ$  τεταρτημόριο

α)  $\eta\mu \frac{115\pi}{13}$

β)  $\sigma\upsilon\nu \frac{159\pi}{3}$

γ)  $\epsilon\phi \frac{1185\pi}{4}$

δ)  $\sigma\phi \frac{585\pi}{12}$

7. Αν  $\eta\mu x = \frac{4}{5}$  και  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ , να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς

8. Αν  $\sigma\upsilon\nu x = \frac{12}{13}$  και  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ , να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς

9. Αν  $\epsilon\phi x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  και  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ , να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς

10. Αν  $\sigma\phi x = -3$  και  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = 3\eta\mu x - 2\sigma\upsilon\nu x + 3\epsilon\phi x$

11. Αν  $x = -2\eta\mu\theta$  και  $y = 5\sigma\upsilon\nu\theta$  με  $\theta \in \mathbb{R}$ , να δείξετε ότι  $25x^2 + 4y^2 = 100$  (έλλειψη)



Για την μελέτη της θεωρίας της παραπάνω άσκησης ,επισκεφθείτε την ιστοσελίδα

[http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php?option=com\\_content&view=article&id=82:2010-03-17-12-37-07&catid=59:kon&Itemid=65](http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php?option=com_content&view=article&id=82:2010-03-17-12-37-07&catid=59:kon&Itemid=65)

12. Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $M(R\eta\mu\theta, R\sigma\upsilon\nu\theta)$  και  $N(R\sigma\upsilon\nu\theta, R\eta\mu\theta)$  με  $\theta \in \mathbb{R}$  ανήκουν στον ίδιο κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα. Πώς κινούνται τα σημεία  $M$  και  $N$  στον παραπάνω κύκλο;



Για την μελέτη της θεωρίας της παραπάνω άσκησης ,επισκεφθείτε την ιστοσελίδα

[http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php?option=com\\_content&view=article&id=82:2010-03-17-12-37-07&catid=59:kon&Itemid=65](http://users.sch.gr/fergadioti1/institute/index.php?option=com_content&view=article&id=82:2010-03-17-12-37-07&catid=59:kon&Itemid=65)

13. Να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^4 x - \sigma\upsilon\nu^4 x = 2\eta\mu^2 x - 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$

14. Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\eta\mu x}{1-\sigma\phi x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\epsilon\phi x} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$

15. Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\eta\mu x}{1+\sigma\upsilon\nu x} + \frac{1+\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$

16. Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x - 1} = \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x + 1}{2}$

17. Να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^2 x \sigma\upsilon\nu^2 y - \sigma\upsilon\nu^2 x \eta\mu^2 y = \eta\mu^2 x - \eta\mu^2 y$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$

18. Να αποδείξετε ότι:  $\epsilon\phi^2 x - \eta\mu^2 x = \epsilon\phi^2 x \eta\mu^2 x$

19. Αν  $\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x = \sqrt{2}\eta\mu x$ , να αποδείξετε ότι:  $\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x = \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x$

20. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών α)  $36^\circ$  και β)  $54^\circ$

21. Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\epsilon\phi(\pi-x)\sigma\upsilon\nu(2\pi+x)\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2}+x\right)}{\eta\mu(23\pi+x)\sigma\upsilon\nu x \sigma\phi\left(\frac{21\pi}{2}-x\right)} = -1$

22. Αν  $\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{6}+x\right) + \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{3}-x\right) = 4$ , να υπολογίσετε την παράσταση:  $\epsilon\phi^2\left(\frac{\pi}{6}+x\right) + \epsilon\phi^2\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$

23. Αν  $\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x = \alpha$  και  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , να βρείτε το  $\eta\mu x$

24. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:

α)  $\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu(B+\Gamma) = 0$     β)  $\eta\mu \frac{A}{2} = \sigma\upsilon\nu \frac{B+\Gamma}{2}$