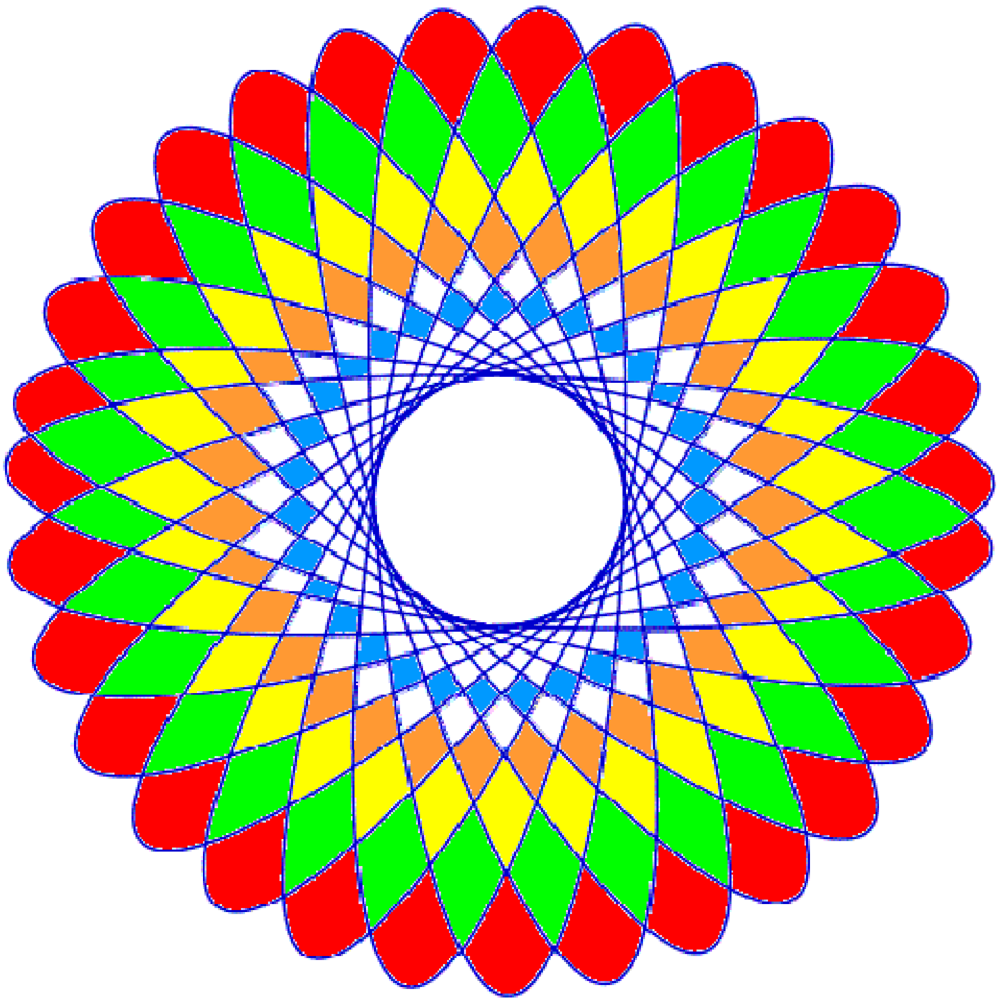
Φεργαδιώτης Αθανάσιος

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ ΣΤΗΝ



ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Θέμα 2^{ο} (29)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^{Ο} - ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ

ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ ΘΑΛΗ (5)

1.GI_V_GEO_2_18975

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = 9 και ΑΓ = 15. Από το βαρύκεντρο Θ του τριγώνου, φέρουμε ευθεία ε παράλληλη στην πλευρά ΒΓ, που τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $\frac{ΑΔ}{ΑΒ}=\frac{2}{3}$ και $\frac{ΑΕ}{ΕΓ}=2$

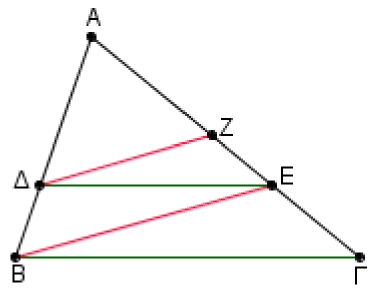
(Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΔ και ΓΕ.

(Μονάδες 10)

2.GI_V_GEO_2_19024

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος, το τμήμα ΔΕ είναι παράλληλο στην πλευρά ΒΓ του τριγώνου. Από το σημείο Δ φέρουμε την παράλληλη προς τη ΒΕ η οποία τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ζ. Να αποδείξετε ότι:



α) $\frac{ΑΕ}{ΑΔ}=\frac{ΑΓ}{ΑΒ}$ (Μονάδες 10)

β) $\frac{ΑΖ}{ΑΔ}=\frac{ΑΕ}{ΑΒ}$ (Μονάδες 10)

γ) $\frac{ΑΕ}{ΑΓ}=\frac{ΑΖ}{ΑΕ}$ (Μονάδες 5)

3.GI_V_GEO_2_19026

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τυχαίο σημείο Δ στην πλευρά ΒΓ. Φέρνουμε από το σημείο Δ παράλληλες στις πλευρές ΑΓ και ΑΒ που τέμνουν αντίστοιχα τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε και Ζ. Να αποδείξετε ότι:

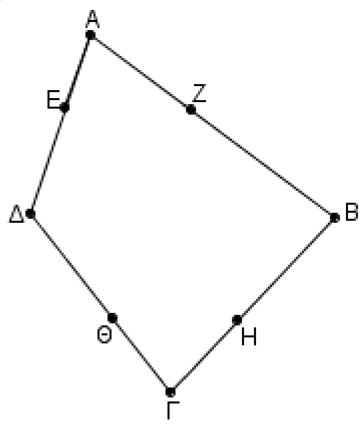
α) $\frac{ΔΕ}{ΑΓ}=\frac{ΒΔ}{ΒΓ}$ (Μονάδες 10)

β) $\frac{ΖΔ}{ΑΒ}=\frac{ΔΓ}{ΒΓ}$ (Μονάδες 10)

γ) $\frac{ΔΕ}{ΑΓ}+\frac{ΖΔ}{ΑΒ}=1$ (Μονάδες 5)

4.GI_V_GEO_2_19033

Δίνεται κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ και τα σημεία Ε, Ζ, Η και Θ των πλευρών του ΑΔ, ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ αντίστοιχα τέτοια, ώστε $\frac{ΑΕ}{ΑΔ}=\frac{ΑΖ}{ΑΒ}=\frac{ΓΗ}{ΓΒ}=\frac{ΓΘ}{ΓΔ}=\frac{1}{3}$.



Να αποδείξετε ότι:

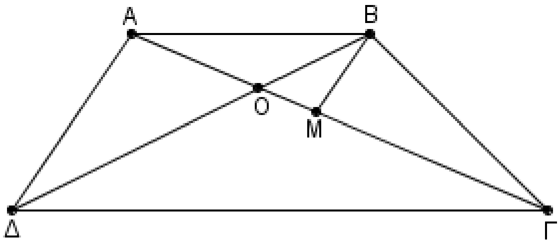
α) ΕΖ//ΘΗ//ΔΒ. (Μονάδες 10)

β) $ΕΖ=ΘΗ=\frac{1}{3}ΔΒ$ (Μονάδες 10)

γ) ΕΖΗΘ παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 5)

5.GI_V_GEO_2_19036

Οι διαγώνιοι του τραπεζίου ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με ΓΔ > ΑΒ τέμνονται στο Ο. Η παράλληλη από το Β προς την ΑΔ τέμνει την ΑΓ στο Μ.



Αν ΟΑ = 12, ΟΒ = 9 και ΟΓ = 36, να αποδείξετε ότι:

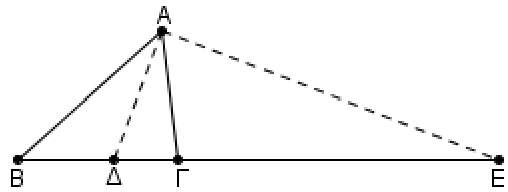
α) ΟΔ = 27 (Μονάδες 12)

β) ΟΜ = 4 (Μονάδες 13)

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΔΙΧΟΤΟΜΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ (1)

1.GI_V_GEO_2_19040

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ > ΑΓ) και ΑΔ, ΑΕ η εσωτερική και η εξωτερική διχοτόμος του αντίστοιχα. Αν είναι ΑΒ = 6, ΔΒ = 3, ΒΓ = 5 και ΒΕ = 15, να αποδείξετε ότι:



α) ΑΓ = 4 (Μονάδες 12)

β) ΔΕ = 12 (Μονάδες 13)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^{Ο} - ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

ΟΜΟΙΑ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ ΣΧΗΜΑΤΑ (1)

1.GI_V_GEO_2_19023

Στο παρακάτω σχήμα, τα πολύγωνα ΑΒΓΔΕ και ΚΛΜΝΡ είναι όμοια και έχουν $\hat{\Delta}=\hat{N}$ και $\hat{B}=\hat{\Lambda}$.

α) Να προσδιορίσετε το λόγο ομοιότητάς τους. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

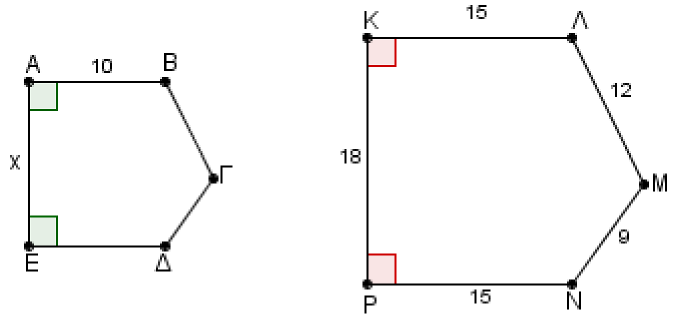
(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το μήκος x της πλευράς ΑΕ.

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την περίμετρο του πολυγώνου ΑΒΓΔΕ.

(Μονάδες 9)



ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ (14)

1.GI_V_GEO_2_18984

Θεωρούμε δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ.
α) Να εξετάσετε σε ποιές από τις παρακάτω περιπτώσεις τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

i. $AB = 8$, $A\Gamma = 12$, $\hat{A} = 35^0$, $\Delta E = 20$, $\Delta Z = 30$, $\hat{\Delta} = 35^0$.

ii. $\hat{A} = 47^0$, $\hat{B} = 38^0$, $\hat{E} = 47^0$, $\hat{\Delta} = 95^0$

iii. $AB = A\Gamma$, $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $\Delta E = \Delta Z$.

(Μονάδες 15)

β) Στις περιπτώσεις που το τρίγωνο ΑΒΓ είναι όμοιο με το ΔΕΖ, να γράψετε τους ίσους λόγους των ομόλογων πλευρών τους.

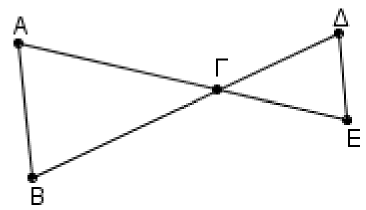
(Μονάδες 10)

2.GI_V_GEO_2_18990

Στο διπλανό σχήμα τα τμήματα ΑΕ και ΒΔ τέμνονται στο Γ.
Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΓ είναι όμοια σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις:

α) ΑΒ//ΔΕ (Μονάδες 12)

β) $B\Gamma = 2\Delta\Gamma$ και $E\Gamma = \frac{1}{2}A\Gamma$ (Μονάδες 13)



3.GI_V_GEO _2_18993

α) Να εξετάσετε αν δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

i. $A\Gamma = 4$, $B\Gamma = 16$, $BA = 18$, $\Delta Z = 10$, $EZ = 40$, $\Delta E = 48$.

ii. $\hat{A} = 63^0$, $\hat{\Gamma} = 83^0$, $\hat{\Delta} = 63^0$, $\hat{E} = 34^0$.

(Μονάδες 15)

β)Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΑΒ = 6, ΑΓ = 7 και ΒΓ = 8. Ποιο θα είναι το μήκος των πλευρών ενός τριγώνου ΔΕΖ το οποίο είναι όμοιο με το τρίγωνο ΑΒΓ, με λόγο ομοιότητας 3;

(Μονάδες 10)

4.GI_V_GEO_2_18997

Ένας άνθρωπος σπρώχνει ένα κουτί προς τα πάνω στη ράμπα του παρακάτω σχήματος.

α) Να αποδείξετε ότι για το ύψος y, που απέχει το κουτί από το έδαφος κάθε χρονική στιγμή , ισχύει ότι $y = \frac{s}{4}$, όπου s το μήκος που έχει διανύσει το κουτί πάνω στη ράμπα.

(Μονάδες 15)

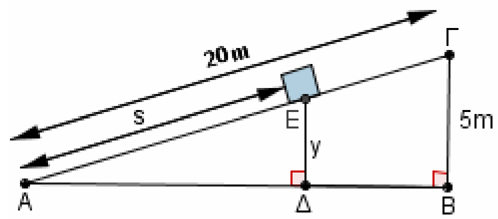
β) Όταν το κουτί απέχει από το έδαφος 2 m, να βρείτε:

i. Το μήκος s που έχει διανύσει το κουτί στη ράμπα.

(Μονάδες 3)

ii. Την απόσταση του σημείου Δ από την άκρη της ράμπας Α.

(Μονάδες 7)



5.GI_V_GEO_2_19011

Από ένα σημείο Σ που βρίσκεται έξω από έναν δοσμένο κύκλο φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΣΑ και ΣΒ και μία τέμνουσα ΣΓΔ.
Να αποδείξετε ότι:
α) i. Τα τρίγωνα ΣΒΓ και ΣΔΒ είναι όμοια.
ii. Τα τρίγωνα ΣΑΓ και ΣΔΑ είναι όμοια.

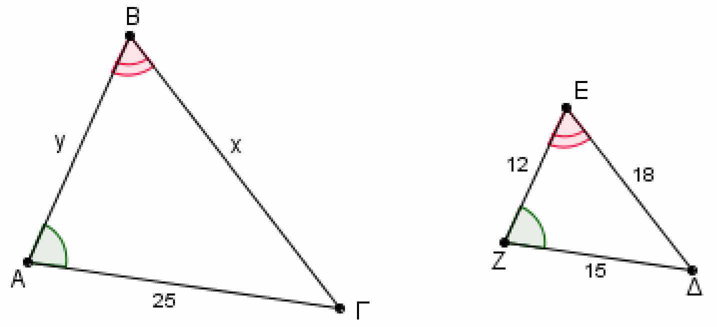
(Μονάδες 16)

β) ΑΓ.ΒΔ = ΑΔ.ΒΓ

(Μονάδες 9)

6.GI_V_GEO_2_19014

Τα παρακάτω τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ έχουν $\hat{A}=\hat{Z}$, $\hat{B}=\hat{E}$ και ΑΓ = 25, ΕΖ = 12, ΕΔ = 18 και ΖΔ =15.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

(Μονάδες 8)

β) Να συμπληρώσετε την ισότητα των λόγων με τις κατάλληλες πλευρές του τριγώνου ΔΕΖ :

$$\frac{BA}{....}=\frac{A\Gamma}{....}=\frac{\Gamma B}{....}$$

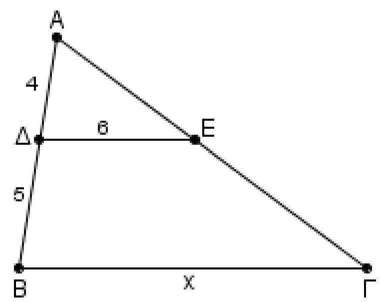
(Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τα x και y.

(Μονάδες 8)

7.GI_V_GEO_2_19015

Στο διπλανό σχήμα, το τμήμα ΔΕ είναι παράλληλο στην πλευρά ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ και επιπλέον ισχύουν ΑΔ = 4, ΔΒ = 5 και ΔΕ = 6.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια.

(Μονάδες 9)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος α) να συμπληρώσετε τα κενά στην ισότητα:

$$\frac{AB}{....}=\frac{....}{\Delta E}=\frac{A\Gamma}{....}$$

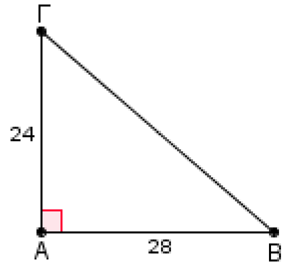
(Μονάδες 9)

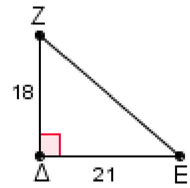
γ) Ένας μαθητής χρησιμοποιεί την αναλογία $\frac{4}{6}=\frac{5}{x}$ για να υπολογίσει το x. Να εξηγήσετε γιατί αυτή η αναλογία είναι λάθος, να γράψετε τη σωστή και να υπολογίσετε την τιμή του x.

(Μονάδες 7)

8.GI_V_GEO_2_19017

Τα παρακάτω τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι ορθογώνια με ορθές τις γωνίες Α και Δ αντίστοιχα. Επιπλέον, για τις πλευρές των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΕΖ αντίστοιχα ισχύουν ΑΒ = 28, ΑΓ = 24 και ΔΕ = 21, ΔΖ = 18.





α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

(Μονάδες 10)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος α) να συμπληρώσετε κατάλληλα τα κενά:

$$\frac{AB}{....}=\frac{....}{EZ}=\frac{A\Gamma}{....}.$$

(Μονάδες 9)

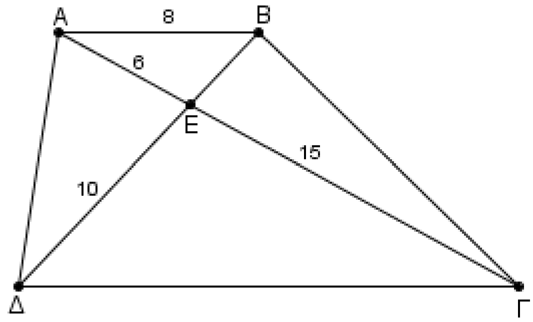
γ) Από τις παρακάτω ισότητες να επιλέξετε τη σωστή.

i. $ZE=\frac{18}{21}\Gamma B$ ii. $ZE=\frac{24}{28}\Gamma B$ iii. $ZE=\frac{3}{4}\Gamma B$ iv. $ZE=\frac{4}{3}\Gamma B$

(Μονάδες 6)

9.GI_V_GEO_2_19019

Στο σχήμα που ακολουθεί ισχύουν ΑΒ//ΔΓ, ΑΕ = 6, ΑΒ = 8, ΓΕ = 15 και ΔΕ = 10.



α) Να βρείτε δυο ζεύγη ίσων γωνιών των τριγώνων ΑΕΒ και ΔΕΓ. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΔΕΓ είναι όμοια και να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών τους.

(Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τα τμήματα ΒΕ και ΔΓ.

(Μονάδες 8)

10.GI_V_GEO_2_19021

Να χρησιμοποιήσετε τις πληροφορίες που σας δίνονται για το κάθε ζεύγος τριγώνων των παρακάτω σχημάτων, προκειμένου να απαντήσετε στα ακόλουθα:

α) Ποιο από τα παρακάτω ζεύγη τριγώνων είναι όμοια και ποιο δεν είναι; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 14)

β) Για το ζεύγος των όμοιων τριγώνων του προηγούμενου ερωτήματος,

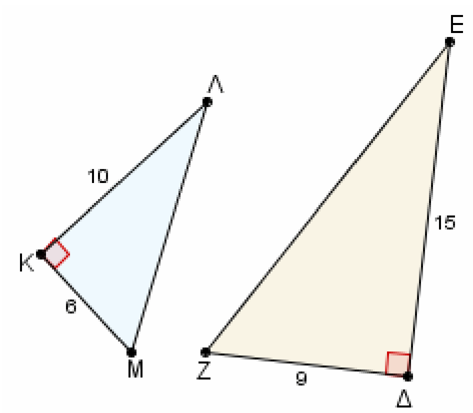
i. να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών.

(Μονάδες 6)

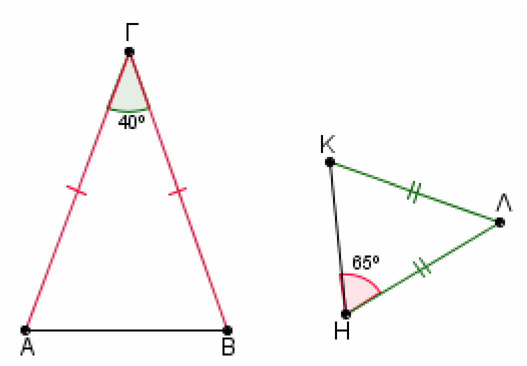
ii. να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

(Μονάδες 5)

$1^{ο}$ ζεύγος: τρίγωνα ΚΛΜ και ΖΔΕ



$2^{ο}$ ζεύγος: τρίγωνα ΑΒΓ και ΗΚΛ

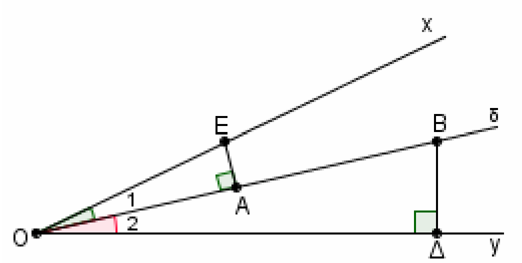


11.GI_V_GEO_2_19030

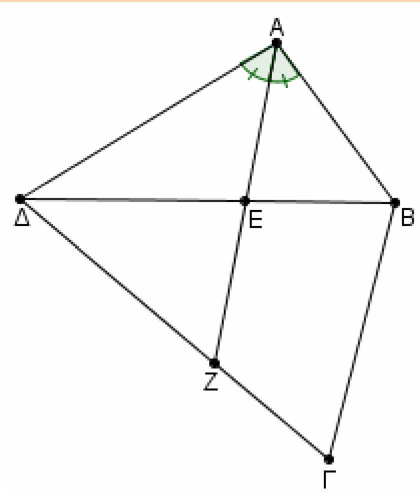
Στη διχοτόμο Οδ της γωνίας $x\hat{O}y$ θεωρούμε τα σημεία Α, Β τέτοια ώστε ΟΒ = 2ΟΑ.
Η κάθετος στην Οδ στο σημείο Α τέμνει την πλευρά Οx στο σημείο Ε και έστω Δ η προβολή του Β στην Οy. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΟΑΕ και ΟΔΒ είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β) $2ΟΑ^2 = ΟΔ \cdot ΟΕ$. (Μονάδες 15)



12.GI_V_GEO_2_19031



Στο κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος, η διχοτόμος της γωνίας Α είναι παράλληλη στην πλευρά ΒΓ και τέμνει τη ΔΒ στο Ε και τη ΔΓ στο Ζ. Αν ΑΔ = 12, ΑΒ = 8, ΔΕ= 9 και ΖΓ = 6, να αποδείξετε ότι:

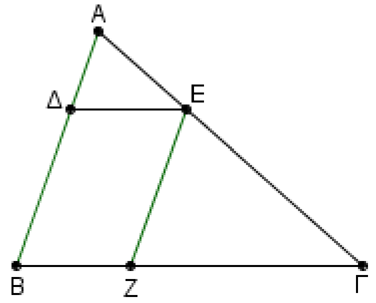
α) ΕΒ = 6

(Μονάδες 13)

β) ΔΖ = 9

(Μονάδες 12)

13.GI_V_GEO_2_19035



Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ και Ε των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα ώστε $\frac{ΑΔ}{ΑΒ} = \frac{ΑΕ}{ΑΓ} = \frac{1}{3}$. Από το σημείο Ε φέρνουμε παράλληλη προς την ΑΒ, η οποία τέμνει την ΒΓ στο σημείο Ζ. Να αποδείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια.

(Μονάδες 10)

β) 3ΒΖ = ΒΓ.

(Μονάδες 15)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ $3^{\text{Ο}}$ - ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΙΣ

ΤΟ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ (4)

1.GI_V_GEO_2_19005

Σε τρίγωνο ΑΒΓ η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ τέμνει την πλευρά ΒΓ σε σημείο Δ, τέτοιο ώστε $\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{3}{4}$.

α) Να αποδείξετε ότι $AB = \frac{3}{4}A\Gamma$

(Μονάδες 12)

β) Αν επιπλέον ισχύει ότι $B\Gamma = \frac{5}{4}A\Gamma$, να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

2.GI_V_GEO_2_19008

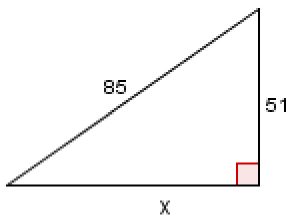
α) Ποιες από τις παρακάτω τριάδες θετικών αριθμών μπορούν να θεωρηθούν μήκη πλευρών ορθογωνίου τριγώνου; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

i. 3, 4, 5   ii. 3λ, 4λ, 5λ ($\lambda > 0$)   iii. 4, 5, 6

(Μονάδες18)

β) Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο να αποδείξετε ότι, το μη κος x είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 4.

(Μονάδες 7)



3.GI_V_GEO_2_19041

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$) με ύψος ΑΔ και $A\Gamma = 8$, $\Delta\Gamma = \frac{32}{5}$. Να υπολογίσετε τα μήκη των παρακάτω τμημάτων:

α) ΒΓ (Μονάδες 9)

β) ΑΒ (Μονάδες 8)

γ) ΑΔ (Μονάδες 8)

4.GI_V_GEO_2_19043

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$) με $A\Gamma = 4$ και ύψος $A\Delta = \frac{12}{5}$

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔΓ. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta B = \frac{9}{5}$ (Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 5)

ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ (2)

1.GI_V_GEO_2_19001

Τα μήκη των πλευρών τριγώνου ΑΒΓ είναι $\alpha = 8$, $\beta = 6$ και $\gamma = 5$.
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο.

(Μονάδες 11)

β) Να υπολογίσετε τις προβολές της πλευράς ΑΒ στις πλευρές ΑΓ και ΒΓ.

(Μονάδες 14)

2.GI_V_GEO_2_19045

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $AB = 6$, $B\Gamma = 9$ και $\hat{B} = 60^0$.
α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 3\sqrt{7}$.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις γωνίες του.

(Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε την προβολή της ΑΒ πάνω στη ΒΓ.

(Μονάδες 9)

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΔΙΑΜΕΣΩΝ (1)

1.GI_V_GEO_2_19042

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $\alpha = 7$, $\beta = 4$ και $\mu_\beta = \sqrt{33}$.

α) Να αποδείξετε ότι $\gamma = 5$. (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις γωνίες του. (Μονάδες 12)

ΤΕΜΝΟΥΣΕΣ ΚΥΚΛΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10^{Ο} - ΕΜΒΑΔΑ

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

ΕΜΒΑΔΟΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ (1)

1.GI_V_GEO_2_19028

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) και ΒΕ το ύψος του. Αν είναι ΑΒ = 3, ΓΔ = 7 και ΒΓ = 4 τότε,

α) να αποδείξετε ότι $BE = 2\sqrt{3}$.

(Μονάδες 13)

β) να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 12)

ΛΟΓΟΣ ΕΜΒΑΔΩΝ ΟΜΟΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ – ΠΟΛΥΓΩΝΩΝ (1)

1.GI_V_GEO_2_19038

Σε ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ κέντρου Ο θεωρούμε σημείο του Δ.
Η χορδή ΔΒ τέμνει το ημικύκλιο διαμέτρου ΟΒ στο Γ.
Να αποδείξετε ότι:
α) Τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΟΓΒ είναι όμοια. (Μονάδες 12)
β) (ΑΔΒ) = 4 (ΟΓΒ) (Μονάδες 13)