$1^{\text{Ο}}$ ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ - ΠΡΑΞΕΙΣ ΚΑΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. *Αν* $\alpha = \beta$ *τότε ισχύει πάντα* $\alpha\gamma = \beta\gamma$ **Σ Λ**

2. *Αν* $\alpha\gamma=\beta\gamma$ *τότε ισχύει πάντα* $\alpha=\beta$ **Σ Λ**

3. $\alpha^2+\beta^2=0 \Leftrightarrow \alpha=\beta=0$ **Σ Λ**

4. $\alpha\beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ *ή* $\beta \neq 0$ **Σ Λ**

5. *Αν* $\alpha+\gamma=\beta+\delta$ *τότε* $\alpha=\beta$ *και* $\gamma=\delta$ **Σ Λ**

6. *Αν* $\alpha+\gamma=\beta+\delta$ *και* $\alpha=\beta$ *τότε* $\gamma=\delta$ **Σ Λ**

7. *Αν* $\alpha\gamma=\beta\delta$ *και* $\alpha = \beta \neq 0$ *τότε* $\gamma = \delta$ **Σ Λ**

8. $\frac{\alpha}{\gamma}+\frac{\beta}{\delta}=\frac{\alpha+\beta}{\gamma+\delta}$ **Σ Λ**

9. $\frac{\alpha}{\beta} \neq 0 \Leftrightarrow (\alpha \neq 0 \text{ και } \beta \neq 0)$ **Σ Λ**

10. *Οι αντίστροφοι αριθμοί είναι ομόσημοι* **Σ Λ**

11. *Ο αριθμός* $-\alpha$ *είναι αρνητικός* **Σ Λ**

12. *Αν* $\beta\delta(\gamma+\delta) \neq 0$ *τότε* $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \frac{\alpha+\beta}{\gamma+\delta}=\frac{\beta}{\delta}$ **Σ Λ**

13. *Η αντιμεταθετική και η επιμεριστική είναι ιδιότητες που ισχύουν:*

α. Στην πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό **Σ Λ**

β. Στην πρόσθεση και την αφαίρεση **Σ Λ**

γ. Στην πρόσθεση και τη διαίρεση **Σ Λ**

δ. Στον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση **Σ Λ**

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Αν οι πραγματικοί αριθμοί α, β είναι ίσοι και ισχύει: $3\alpha - 4\beta - (\gamma+\delta-1) = 1 - \beta$ τότε οι αριθμοί γ, δ θα είναι:
Α. ομόσημοι Β. αντίθετοι Γ. ίσοι Δ. αντίστροφοι Ε. θετικοί

2. Το άθροισμα δυό άρτιων ή δύο περιττών αριθμών είναι αριθμός
Α. περιττός Β. Άλλοτε άρτιος και άλλοτε περιττός Γ. άρτιος

3. Το γινόμενο δύο διαδοχικών ακεραίων αριθμών είναι:
Α. περιττός Β. άρτιος Γ. Άλλοτε άρτιος, άλλοτε περιττός

4. Αν $x - y = y - x$ $(x, y \neq 0)$ τότε θα είναι :
Α. $x+y=1$ Β. $x-y=1$ Γ. $x=2y$ Δ. $\frac{x}{y}=1$

5. Η παράσταση $\frac{x}{x^2-1}$ δεν ορίζεται όταν :
Α. $x=1$ Β. $x=-1$ Γ. $x=1$ ή $x=-1$ Δ. $x=1$ και $x=-1$

6. Αν α, β πραγματικοί, μη μηδενικοί και αντίθετοι αριθμοί, τότε η τιμή του λόγου $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι :
Α. 1 Β. 0 Γ. -1

7. Αν $4\alpha=5\lambda$ και $6\beta=7\lambda$, τότε η τιμή του λόγου $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι :
Α. $\frac{5}{7}$ Γ. $\frac{10}{21}$ Δ. $\frac{14}{15}$ Ε. $\frac{15}{14}$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
1. $\alpha=\beta$ και $\beta=\gamma$	α. $\frac{\alpha+\gamma}{\beta+\delta}=\kappa$, $\beta+\delta\neq 0$
2. $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}=\kappa$, $\beta\delta\neq 0$	β. $\alpha=\gamma$
3. $\frac{\alpha}{\beta}:\frac{\gamma}{\delta}$, $\beta\gamma\delta\neq 0$	γ. $\frac{\alpha+\beta}{\delta}=\kappa$
4. $\frac{1+\frac{1}{\alpha}}{\alpha+1}$, $\alpha(\alpha+1)\neq 0$	δ. $\frac{\alpha\delta}{\beta\gamma}$
5. $\frac{\alpha^2}{\alpha-\frac{1}{1+\frac{1}{\alpha}}}$, $\alpha(\alpha+1)\neq 0$	ε. α^2-1
	ζ. $\frac{1}{\alpha}$
	η. $\alpha+1$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΟΥ

Να συμπληρώσετε τα κενά με τις κατάλληλες λέξεις ή μαθηματικές εκφράσεις:

1. Για την πράξη της πρόσθεσης ουδέτερο στοιχείο είναι ο αριθμός .... και έχει την ιδιότητα................ για κάθε $\alpha \in R$

2. Για την πράξη του πολ/σμού ουδέτερο στοιχείο είναι ο αριθμός .... και έχει την ιδιότητα..... .... για κάθε $\alpha \in R$

3. Δύο αριθμοί με άθροισμα 0 λέγονται ....

4. Αν $\alpha\beta>0$ τότε το πηλίκο $\dfrac{\alpha}{\beta}$ είναι ....

5. Αν $\alpha>0$ και $\beta<0$ τότε η παράσταση $-(\alpha-\beta)$ είναι ....

6. Αν $\dfrac{\alpha}{\beta}=0$ τότε ο α είναι .... και ο β είναι ....

7. Δύο αριθμοί έχουν γινόμενο το μηδέν. Ο ένας είναι ο $\alpha \in R^*$, ο άλλος είναι ....

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΝΤΟΜΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ

1. Πόσο πιο μεγάλος είναι ο 5α από τον α ; $(\alpha \neq 0)$

2. Πόσες φορές πιο μεγάλος είναι ο 5α από τον α; $(\alpha \neq 0)$

3. Πως θα παραστήσετε το γινόμενο δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών και πως το άθροισμά τους;

4. Αν σε μια διαίρεση φυσικών αριθμών ο διαιρετέος είναι Δ ο διαιρέτης δ το πηλίκο π και το υπόλοιπο υ, ποιά σχέση συνδέει τους αριθμούς αυτούς;

5. Αν $\dfrac{2\kappa-1}{\alpha-\beta}=\dfrac{1-3\lambda}{\beta-\gamma}=\dfrac{\mu}{\alpha-\gamma}$ να δείξετε ότι $2\kappa-3\lambda=\mu$ όπου $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \alpha$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. Να βρείτε τη σχέση που πρέπει να συνδέει τα $\alpha, \beta \in R$ ώστε να ισχύει:
$\dfrac{3\alpha-\beta}{\alpha+\beta}=\dfrac{4\alpha-\beta}{\beta-\alpha}$, όπου $\alpha \neq \pm\beta$

2. Δίνεται ο αριθμός $A=\dfrac{\dfrac{\lambda-3}{\lambda-1}-2}{1+\dfrac{1}{\lambda}}$

   i) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in R$ για τις οποίες ορίζεται ο αριθμός A

ii) Να προσδιορίσετε το $\lambda \in R$ ώστε ο αριθμός A να είναι ίσος με τον αντίστροφό του.

3. ***Αν ισχύει $\frac{\alpha}{x} = \frac{\beta}{y} = \frac{\gamma}{\omega}$, να αποδείξετε ότι : $(x^2+y^2+\omega^2)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)=(\alpha x+\beta y+\gamma\omega)^2$ όπου $xy\omega \neq 0$***

4. ***Να βρείτε δύο αριθμούς x, y αν το άθροισμά τους είναι 18 και είναι ανάλογοι των αριθμών 5 και 4 αντίστοιχα.***

ΔΥΝΑΜΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. *Για κάθε πραγματικό αριθμό* $\alpha \neq 0$ *ισχύει* $\left[(-\alpha)^{-1}\right]^{0} = 1$ Σ Λ

2. $(-2)^2 = -2^2$ Σ Λ

3. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}(-2)^3 = -2^4$ Σ Λ

4. *Αν* $\alpha\beta \neq 0$ *και* $\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^{\kappa} = \beta^{\kappa}$, $\kappa \in Z$ Σ Λ

5. *Αν* $\alpha \neq 0$ *τότε* $\left[(-\alpha)^2\right]^{-3} : \alpha^3 = \alpha^{-9}$ Σ Λ

6. *Αν* $\alpha \neq 0$ *και* $\kappa \in N^*$ *τότε* $\alpha^{\kappa}\alpha^{\kappa} = \alpha^{\kappa^2}$ Σ Λ

7. $2^{3^{2^2}} = 2^{81}$ Σ Λ

8. $\left((2^3)^2\right)^2 = 2^{81}$ Σ Λ

9. *Αν* $\alpha > 0$ *και* κ *φυσικός τότε* $\alpha^{5\kappa} = \alpha^5 + \alpha^{\kappa}$ Σ Λ

10. *Αν* $\alpha\beta \neq 0$ *τότε* $\left[\left(-\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-1}\right]^{-2} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2$ Σ Λ

11. *Αν* $\alpha\beta \neq 0$, *τότε* $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(-\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$ Σ Λ

12. *Αν* $\alpha\beta \neq 0$ *τότε* $\left[\left(-\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-1}\right]^{-1} = \frac{\alpha}{\beta}$ Σ Λ

13. *Είναι* $\left(x^{2\nu}\right)^{-3} < 0$ Σ Λ

14. *Ισχύει* $\left(-x^3\right)^{-2\nu} = x^{6\nu}$ Σ Λ

15. *Ισχύει* $(x-y)^2 = -(y-x)^2$ Σ Λ

16. *Αν* $x < 0$, *τότε* $\left(-x^5\right)^{-2} < 0$ Σ Λ

17. *Αν* $\alpha^2 + \beta^2 = 0$, *τότε* $\alpha^0 + \beta^0 = 2$ Σ Λ

18. *Αν* ν *άρτιος, τότε* $(-1)^{\nu+1} = (-1)^{\nu+3}$ Σ Λ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. *Αν $\alpha \neq 0$ και $(-\alpha)^{\kappa} = -\alpha^{\kappa}$ τότε ο ακέραιος αριθμός κ είναι:*
Α. Μηδέν *Β. Αρτιος* *Γ. Περιττός*

2. *Αν ισχύει $3^4 : \left(3^{\nu-1}\right)^{-2} = 9$ τότε η τιμή του φυσικού αριθμού ν είναι:*
Α. 1 *Β. 0* *Γ. 3* *Δ. - 1*

3. *Ποιά από τις παρακάτω τιμές παίρνει η παράσταση $\Pi = \dfrac{(-5)^{10} \cdot (-2{,}5)^{-4}}{(-10)^{6}}$*

Α. $\dfrac{1}{4}$ *Β.* 5^4 *Γ. 1* *Δ.* 10^{-1}

4. *Ποια είναι η τιμή της παράστασης $\Pi = \left(3^{3^2}\right)^2$*
Α. 3^{12} *Β.* 3^7 *Γ.* 3^{81} *Δ.* 3^{18}

5. *Αν $(2x-1)^0 = 1$, τότε:*
Α. $x=0$ *Β. ο x είναι ένας οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός*
Γ. $x=\dfrac{1}{2}$ *Γ. ο x παίρνει όλες τις πραγματικές τιμές εκτός της τιμής $\dfrac{1}{2}$*

6. *Αν οι $x+1$ και $x-1$ είναι αντίστροφοι, τότε ο x είναι ίσος με:*
Α. 1 *Β. - 1* *Γ.* $\dfrac{1}{2}$ *Δ. 0*

7. *Αν $xy \neq 0$ και $x - y = xy$, τότε η παράσταση $x^{-1} - y^{-1}$ είναι ίση με:*
Α. $(xy)^{-1}$ *Β.* $(x-y)^{-1}$ *Γ. $y - x$* *Δ. 1* *Ε. - 1*

8. *Αν $2^x = y$, τότε το 2^{x-3} είναι ίσο με:*
Α. $y - 3$ *Β. $3 - y$* *Γ.* $\dfrac{y}{8}$ *Δ.* $\dfrac{3}{y}$

9. *Αν $\alpha\beta \neq 0$ και ισχύει $\alpha - \beta = \beta - \alpha$, τότε το $\alpha\beta^{-1}$ είναι ίσο με:*
Α. 2 *Β.* $\dfrac{1}{2}$ *Γ. 1* *Δ. $\alpha - \beta$*

10. *Το κλάσμα $\dfrac{\alpha^{-1}}{\alpha^{-1} + \beta^{-1}}$, $\alpha\beta \neq 0$ και $\alpha + \beta \neq 0$, είναι ίσο με:*

Α. α *Β.* $\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$ *Γ.* $\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha}$ *Δ.* $\dfrac{\beta}{\alpha+\beta}$ *Ε.* $\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}$

11. *Αν $3^x = \alpha$, τότε η παράσταση 3^{x+2} είναι ίση με:*
Α. $\alpha+2$ *Β. 9α* *Γ. $x+9$* *Δ. $3x+9$*

12. *Αν $3^{x-2} = \dfrac{1}{81}$, τότε το x είναι ίσο με:*

Α. 0 *Β. 1* *Γ. 2* *Δ. - 2*

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).*

Στήλη (Α) ισότητα	Στήλη (Β) τιμή του ν
1. $\left(2^{-1}\right)^{\nu-3}=4$	α. - 1
2. $\left(\frac{3}{5}\right)^{\nu}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^{-\nu}=\frac{25}{9}$	β. 1
3. $\left[(-2)\cdot 3^{\nu}\right]^{-2}=\frac{81}{4}$	γ. - 2
	δ. - 3
4. $\left(\alpha^{2\nu-1}\right)^{-1}\cdot\alpha^{3}=\alpha^{\nu-5}$, $\alpha\neq 0$	ε. 2
	ζ. 3
5. $\frac{\alpha^{\nu+1}\cdot\beta^{1-\nu}}{\alpha\beta}=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{-2}\cdot\beta^{-2}$, $\alpha\beta\neq 0$	η. 0

2. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).*

Στήλη (Α) ισότητα	Στήλη (Β) τιμή του α
1. $\left(-3^{\alpha}\right)^{-2}=-9^{3}$	i) 1
2. $\left(2^{\alpha-1}\right)^{2}=16$	ii) $\frac{4}{9}$
3. $\left(2^{2}\right)^{\alpha}=1$	iii) 3
4. $\left(\frac{1}{27}\right)^{-3\alpha}=81$	iv) 0
	v) αδύνατη

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΟΥ

1. *Αν ο αριθμός α είναι αρνητικός τότε ο αριθμός $-(-\alpha)^4$ είναι ....*

2. *Αν οι α, β είναι .... τότε ο αριθμός $(-\alpha\beta)^{-3}$ είναι θετικός.*

3. *Το γινόμενο $\left(0{,}5\cdot 10^{-3}\right)\left(0{,}2\cdot 10^{8}\right)\left(0{,}1^{-5}\cdot 10\right)$ ισούται με ....*

4. *Στη δύναμη $-\alpha^{-5}$ η βάση είναι .... και ο εκθέτης το ....*

5. *Αν το κ πάρει την τιμή .... τότε η παράσταση $\alpha^{2\kappa+1}\cdot\beta^{\kappa+2}$ γράφεται δύναμη με βάση $\frac{\alpha}{\beta}$.*

6. *Αν ο κ είναι .... τότε ισχύει $(-1)^{\kappa}+(-1)^{\kappa+2}+(-1)^{\kappa+4}=-3$*

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΝΤΟΜΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ

1. *Να υπολογίσετε τις παραστάσεις*

$A=(-0,2)^{25}\cdot 25^{16}$

$B=(0,5)^{16}\cdot 32^{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-6}$

$\Gamma=\left[(-3)^{24}\cdot(1,5)^{-25}\right]:8^{8}$

2. *Να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω παραστάσεων*

$A=\left(x^{-2}y^{2}\right)^{-3}:(x:y)^{2}$

$B=\left(x^{-1}y^{-1}\right)^{-1}:\left(\frac{x}{y}\right)^{-3}$ *όταν* $x=10^{-1}$ *και* $y=10^{-2}$

3. *Αν* $x=-\left[-(-0,1)^{-1}\right]$, *να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης* $A=x^{-2}+x^{2}-(-x)^{3}\left(x^{-1}\right)^{-2}$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. *Να γράψετε τους αριθμούς* $A=x^2y$ *και* $B=\left(x^{-2}y^{-3}\right)^{-1}$ *στην τυποποιημένη μορφή τους αν* $x=3\cdot 10^{-3}$ *και* $y=2^{-1}\cdot 10^{15}$

2. *Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:*

α) $4^{-2x-1}\left(\frac{1}{2}\right)^{1-3x}=\frac{1}{64}$

β) $\left(\frac{16}{25}\right)^{3}\cdot x=\left(\frac{5}{4}\right)^{-4}$

γ) $9^{x}\cdot 8^{x-2}=27^{x-2}\cdot 4^{x}$

3. *Αν* $xy\omega(xy+y\omega+\omega x)\neq 0$ *να αποδείξετε ότι:*

$$\left(\frac{xy\omega}{xy+y\omega+\omega x}\right)^{-1}=x^{-1}+y^{-1}+\omega^{-1}$$

4. *Να απλοποιήσετε το κλάσμα:*

$A=\left[\left[\frac{4^{7}\cdot x^{4}(-9)^{7}y^{2}}{6^{8}\cdot(6x)^{5}}\right]^{-2}\right]^{-1}$ *όπου* $xy\neq 0$.

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ - ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. $(\alpha+\beta)(\beta-\alpha)=\alpha^2-\beta^2$ Σ Λ

2. $(\alpha-5)^3=\alpha^3-5^3$ Σ Λ

3. $(\alpha-\beta)^2+(\beta-\gamma)^2=0 \Leftrightarrow \alpha=\beta=\gamma$ Σ Λ

4. $(\sqrt{2}-1)^2=3-2\sqrt{2}$ Σ Λ

5. $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma \Leftrightarrow \alpha+\beta+\gamma=0$ Σ Λ

6. $(\alpha-\beta)(\beta-\alpha)^3+(\alpha-\beta)^4=0$ Σ Λ

7. $\alpha^4-\beta^4=(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2)$ Σ Λ

8. $\dfrac{(2\alpha-1)(\alpha-1)-(1-\alpha)(3\alpha+1)}{\alpha^2-\alpha}=5$, $\alpha\neq 0{,}1$ Σ Λ

9. $(\alpha-\beta)^3-(\alpha^3-\beta^3)=3\alpha\beta(\alpha-\beta)$ Σ Λ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Το κλάσμα $\dfrac{\alpha^2+\alpha\beta-\alpha}{\alpha^2-2\alpha+1-\beta^2}$ (όπου ορίζεται) ισούται με :
   Α. $\dfrac{\alpha+\beta-1}{\alpha}$ Β. $\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta-1}$ Γ. $\dfrac{\alpha}{\alpha-\beta-1}$

2. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι πολλαπλάσιο του 6;
   Α. $5^{75}-1$ Β. $7^{2\nu+1}-1$ Γ. $8^{2\nu}-8$

3. Αν $\alpha^2-\beta^2=0$ τότε
   Α. $\alpha=\beta$ Β. $\alpha=-\beta$ Γ. $\alpha=\beta$ ή $\alpha=-\beta$ Δ. $\alpha=\beta=0$

4. Η παράσταση $A=\dfrac{\alpha^2+2\beta-\beta^2+2\alpha}{4-(\alpha-\beta)^2}$ (όπου ορίζεται) ισούται με :
   Α. $\dfrac{\alpha+\beta}{\beta+2-\alpha}$ Β. $\dfrac{\alpha-\beta}{2+\alpha-\beta}$ Γ. $\dfrac{1}{\alpha-\beta}$ Δ. $\dfrac{\alpha+\beta}{2+\alpha-\beta}$

5. Αν $x+y=3$ και $xy=2$ τότε το x^3+y^3 ισούται με :
   Α. 8 Β. 27 Γ. 1 Δ. 9

6. Αν $\alpha-\beta=1$ τότε η παράσταση $A=\alpha^2(\beta+1)-\beta^2(\alpha-1)$ ισούται με :

Α. $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2$ Β. $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$ Γ. $\alpha\beta(\alpha-\beta)$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).*

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
1. $\dfrac{\alpha^3-4\alpha}{\alpha}$	i) α^2-4
2. $(\alpha+2)(2-\alpha)$	ii) $\dfrac{\alpha^2}{\beta^2}-2\alpha\beta+\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}$
3. $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}-\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^2$, $\alpha\beta\neq 0$	iii) $(\alpha+1)(\alpha-2)$
4. $\alpha^2-\alpha-2$	iv) $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^2+\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^2-2$
5. $\dfrac{\alpha^3+2\alpha^2-\alpha-2}{\alpha-1}$	v) $4-\alpha^2$
	vi) $(\alpha+1)(\alpha+2)]$
	vii) $(\alpha-1)(\alpha+2)$

2. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).*

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
1. $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$	α. $(x+1)(x-1)$
2. $(2x-3y)^2$	β. $x^3-6x^2+12x-8$
3. $(x-2)^3$	γ. $4x^2-12xy+9y^2$
4. x^2-1	δ. $x^2+\dfrac{1}{x^2}-2$
5. x^4-16	ε. $(x+2)(x-2)(x^2+4)$
6. $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2$	ζ. $x^2-x+\dfrac{1}{4}$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΟΥ

1. $\left(\dfrac{x}{2}-\ldots\ldots\right)^2=\ldots\ldots\ldots\ldots-2x+\ldots\ldots\ldots\ldots$

2. Αν $x\neq 0$ και $x+\dfrac{3}{4}=4$ τότε $x=\ldots\ldots\ldots$

3. $8x^3-\ldots\ldots\ldots\ldots=(2x-\ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots+2+\ldots\ldots\ldots)$

4. $(2x-\ldots\ldots)^3=\ldots\ldots\ldots-12x+\ldots\ldots\ldots\ldots-\ldots\ldots\ldots\ldots$

5. $x^6+\ldots\ldots=(x^2+3)(\ldots\ldots-\ldots\ldots\ldots+\ldots\ldots\ldots)$

6. Αν $x\neq 0$ και $x+\dfrac{1}{x}=1$ τότε $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\ldots\ldots\ldots$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΝΤΟΜΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ

1. *Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:*

$A=25(2\alpha+\beta)-2\alpha^3-\alpha^2\beta$

$B=\alpha x^2+\beta x-\alpha\beta x-\beta^2$

2. *Να απλοποιήσετε (όπου ορίζεται) το κλάσμα:*

$$A=\frac{x^2+y^2-1+2xy}{x^2-x+xy}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. *Να απλοποιήσετε την παράσταση:*

$$A=\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}-\frac{\alpha^2}{\alpha^2-\beta^2}\right)\cdot\frac{\alpha+\beta}{2\alpha+\beta}+\frac{\alpha}{\beta-\alpha}\quad \alpha\neq\pm\beta \text{ και } \alpha\neq-\frac{\beta}{2}$$

2. *Αν* $\alpha^2+\beta^2=1$ *, να δείξετε ότι:* $\left(2\alpha-4\alpha^3\right)^2+\left(3\beta-4\beta^3\right)^2=1$

3. *Αν* $\alpha+\beta+\gamma=0$ *να δείξετε ότι:* $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=2(\beta^2-\alpha\gamma)$

4. *Αν* α , β , γ *είναι πλευρές τριγώνου ΑΒΓ και ισχύει:*

$(\alpha+\beta)^2+(\beta+\gamma)^2+(\gamma+\alpha)^2=4(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$

να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο.

Η ΕΞΙΣΩΣΗ $\alpha x+\beta=0$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ έχει ρίζα την $x=-\frac{\beta}{\alpha}$ Σ Λ

2. Η εξίσωση $\alpha x=\beta$, $\beta\neq 0$ με άγνωστο το x έχει μοναδική λύση Σ Λ

3. Αν $\alpha=\beta=0$ η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ είναι ταυτότητα Σ Λ

4. Αν $\lambda=1$ η εξίσωση $(\lambda-1)x=\lambda$ είναι αδύνατη Σ Λ

5. Η εξίσωση $(\lambda+2)x=0$, $\lambda\in R$ είναι αδύνατη Σ Λ

6. Αν η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ έχει δύο διαφορετικές λύσεις τότε είναι ταυτότητα Σ Λ

7. Αν η εξίσωση $(\lambda-2)x=\lambda^2-4$ είναι ταυτότητα
τότε η εξίσωση $(\lambda-2)x=\lambda$ είναι αδύνατη Σ Λ

8. Οι εξισώσεις $\frac{1}{5}(2x+3)=2$ και $2x-3=4$ είναι ισοδύναμες Σ Λ

9. Η εξίσωση $\frac{3x-5}{x-1}=\frac{x+1}{x^2-1}$ έχει λύση την $x=1$ Σ Λ

10. Η εξίσωση $(\lambda+2)x=\lambda+2$ με $\lambda\neq -2$ είναι ταυτότητα Σ Λ

11. Η εξίσωση $\alpha x=\alpha$, με $\alpha\neq 0$, είναι ταυτότητα Σ Λ

12. Αν η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ έχει δύο διαφορετικές λύσεις ως προς x
τότε $\alpha=0$ και $\beta=0$ Σ Λ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$ έχει μοναδική λύση όταν:
Α. $\alpha=0$ και $\beta\neq 0$ Β. $\alpha\neq 0$ και $\beta\in R$ Γ. $\alpha=\beta=0$ Δ. για κάθε α , $\beta\in R$

2. Αν η εξίσωση $(\mu^2-4)x=\mu^2-2\mu$ είναι αδύνατη τότε η εξίσωση $\mu x+3=-2x$ είναι:
Α. αδύνατη Β. ταυτότητα Γ. έχει μοναδική λύση

3. Οι εξισώσεις $3x-2=13$ και $3x-2=13\lambda$ είναι ισοδύναμες όταν:
Α. $\lambda=0$ Β. $\lambda=-1$ Γ. $\lambda=1$ Δ. ο λ είναι ένας οποιοδήποτε πραγματικός αριθμός

4. Αν $\frac{x^2+1}{y(y-1)}=5$ και $y-2=0$ τότε οι τιμές του x είναι:
Α. $x=1$ ή $x=-2$ Β. $x=\pm 3$ Γ. $x=-1$ ή $x=3$

5. *Δίνεται το κλάσμα $\frac{5}{8}$. Να βρείτε ποιον ακέραιο πρέπει να προσθέσουμε στους όρους του κλάσματος ώστε να γίνει ίσο με $\frac{1}{2}$.*

6. *Ο πατέρας είναι κατά 30 χρόνια μεγαλύτερος από την κόρη του. Πρίν 5 χρόνια το άθροισμα των ηλικιών τους ήταν 40. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις αποδίδει το πρόβλημα;*

Α. $x - 5+x+25=40$ Β. $x - 5+x - 30=40$ Γ. $x - 5+30=40$

7. *Η εξίσωση* $\frac{x-1}{99}+\frac{x}{100}=\frac{x+1}{101}+\frac{x+2}{102}$]

Α. έχει λύση τους αριθμούς 1 και 2 Β. έχει λύση μόνο τον αριθμό 100

Γ. είναι αδύνατη Δ. είναι ταυτότητα

8. *Η εξίσωση* $\frac{x}{\alpha}-\frac{x}{\beta}=1$ *έχει λύση:*

Α. μόνο όταν $\alpha \neq 0$ Β. μόνο όταν $\beta \neq 0$ Γ. όταν $\alpha \neq 0$ ή $\beta=0$

Δ. όταν $\alpha\beta \neq 0$ και $\alpha \neq \beta$ Ε. για κάθε α , $\beta \in R$

9. *Ένας πατέρας είναι σήμερα 50 χρόνων και γιος του είναι 20. Μετά από x χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια της ηλικίας του γιού του. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις αποδίδει το πρόβλημα;*

Α. $3\cdot 50=20+x$ Β. $50+x=3(20 - x)$ Γ. $50+x=3(20+x)$ Δ. $30=3x$

10. *Οι εξισώσεις* $4x+3=18$ *και* $\alpha(4x+3)=18\alpha$ *είναι ισοδύναμες όταν:*

Α. $\alpha=0$ Β. $\alpha=1$ Γ. $\alpha=\frac{1}{2}$ Δ. ο λ είναι ένας οποιοδήποτε πραγματικός αριθμός

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).*

Στήλη (Α) εξίσωση	Στήλη (Β) λύση της εξίσωσης
1. $\frac{x-1}{5}=x$	α. 2
2. $(x^2+1)(x - 2)=0$	β. αδύνατη
3. $\frac{6x+1}{3}=2x+1$	γ. $-\frac{1}{4}$
4. $\frac{6x+9}{3}=2x+3$	δ. ταυτότητα
5. $\frac{x}{x-1}+\frac{x}{x+1}=0$	ε. $\frac{1}{2}$
	ζ. 0
	η. $\frac{1}{4}$

2. *Να αντιστοιχίσετε τις τιμές του λ στης στήλη (Β) για τις οποίες οι εξισώσεις της στήλης (Α) είναι αδύ-
νατες*

Στήλη (Α) εξίσωση	Στήλη (Β) τιμές του λ
1. $(\lambda^2-2)x=\lambda+2$	α. $\lambda=1$
2. $\frac{x}{\lambda}+1=x\,,\ \lambda\neq 0$	β. $\lambda=\pm\sqrt{2}$
3. $\lambda x+3=\lambda^2$	γ. $\lambda=\pm 2$
	δ. $\lambda=0$

3. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).*

Στήλη (Α) εξίσωση	Στήλη (Β) λύση της εξίσωσης
1. $\frac{x+1}{2}=2$	α. $-\frac{5}{3}$
2. $2-x=x+2$	β. -1
3. $x+3=7x+9$	γ. 0
4. $\frac{x-1}{2}+x=x$	δ. -2
5. $2(2x+5)=5+x$	ε. 3
	ζ. 1

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. *Να λύσετε τις εξισώσεις:*

α) $3x(x-2)-(x-2)^2+4-x^2=0$

β) $\frac{x+2}{x-2}=\frac{\lambda+\mu+2}{\lambda+\mu-2}\quad,\ x\neq 2$ και $\lambda,\mu\in R$

2. *Για τις διάφορες τιμές του $\lambda\in R$ να λύσετε την εξίσωση:*

$\lambda(\lambda-3)(x-1)=3\lambda-2x-4$

3. *Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda\,,\ \mu\in R$ η εξίσωση:*

$(\lambda-x)^2+\lambda x=(\mu-x)^2+\mu x$ έχει λύση ως προς x.

4. *Για ποιες τιμές των $\lambda\,,\ \mu\in R$ η εξίσωση:*

$\frac{\lambda x-\mu}{2}-\frac{5x}{6}=\frac{\mu x+\lambda}{3}-2$

Α. Έχει μοναδική λύση Β. Είναι ταυτότητα Γ. Είναι αδύνατη.

5. *Να βρείτε τρείς διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς τέτοιους ώστε το τρίτον του μικροτέρου και το τέταρτον του μεγαλυτέρου να ισούται με το μισό του μεταξύ αυτών αριθμού.*

6. *Να λύσετε την εξίσωση :* $\frac{x}{\alpha^2\beta^3}-\frac{1}{\alpha^3}=\frac{1}{\beta^3}-\frac{x}{\alpha^3\beta^2}$ όπου $\alpha,\beta\neq 0$

7. *Να λύσετε:*

α) τον τύπο $R=\dfrac{r_1 r_2}{r_1+r_2}$ *ως προς* r_1,

β) τον τύπο $t=\dfrac{m_1 t_1+m_2 t_2}{m_0}$ *ως προς* t_2,

γ) την ισότητα $\dfrac{\alpha}{\alpha-\gamma}=\dfrac{\beta}{\beta-\gamma}$ *ως προς* β *και* γ.

ΔΙΑΤΑΞΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ & ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Αν $\begin{cases}\alpha > \beta \\ \gamma > \delta\end{cases}$ τότε $\alpha+\gamma>\beta+\delta$ Σ Λ

2. Αν $\begin{cases}\alpha > \beta \\ \gamma > \delta\end{cases}$ τότε $\alpha-\gamma>\beta-\delta$ Σ Λ

3. Αν $\begin{cases}\alpha > \beta \\ \gamma > \delta\end{cases}$ τότε $\alpha\gamma>\beta\delta$ Σ Λ

4. Αν $\begin{cases}\alpha > \beta \\ \gamma > \delta\end{cases}$ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\delta}$ Σ Λ

5. $\alpha>\beta \Leftrightarrow \alpha\gamma>\beta\gamma$ Σ Λ

6. Αν $\gamma<0$ τότε $\alpha>\beta \Leftrightarrow \alpha\gamma<\beta\gamma$ Σ Λ

7. $\alpha>\beta \Leftrightarrow \alpha^2>\beta^2$ Σ Λ

8. Αν $\alpha, \beta > 0$ τότε $\alpha>\beta \Leftrightarrow \alpha^2>\beta^2$ Σ Λ

9. $\alpha>\beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$ Σ Λ

10. Αν $\alpha\beta>0$ τότε $\alpha>\beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$ Σ Λ

11. Αν $\alpha\beta<0$ τότε $\alpha>\beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$ Σ Λ

12. Αν $x<y<-3$ τότε $xy>0$ Σ Λ

13. Αν $x<y<-3$ τότε $y^2-xy<0$ Σ Λ

14. Αν $\alpha>\beta$ και $\nu \in N^*$ άρτιος τότε $\alpha^\nu>\beta^\nu$ Σ Λ

15. Αν $\alpha>\beta$ και $\nu \in N^*$ περιττός τότε $\alpha^\nu>\beta^\nu$ Σ Λ

16. Αν $\alpha>1$ και $\kappa, \lambda \in N^*$ με $\kappa>\lambda$ τότε $\alpha^\kappa>\alpha^\lambda$ Σ Λ

17. Αν $0<\alpha<1$ και $\kappa, \lambda \in N^*$ με $\kappa>\lambda$ τότε $\alpha^\kappa>\alpha^\lambda$ Σ Λ

18. *Η ανίσωση $0x > 1$ αληθεύει για κάθε x πραγματικό* **Σ Λ**

19. *Η ανίσωση $0x < -1$ αληθεύει για $x < 0$* **Σ Λ**

20. *Η ανίσωση $0x > -1$ αληθεύει για κάθε x πραγματικό* **Σ Λ**

21. *Η ανίσωση $0x \geq 0$ δεν αληθεύει για κάθε x πραγματικό* **Σ Λ**

22. *Όταν $x>1$ και $x<1$, τότε το x παίρνει όλες τις πραγματικές τιμές* **Σ Λ**

23. *Όταν $x \geq 5$, τότε η μικρότερη τιμή του x είναι το 5.* **Σ Λ**

24. *Όταν $\frac{1}{x} < 0$, τότε $x<1$* **Σ Λ**

25. *Η ανίσωση $0x \leq 0$ αληθεύει για κάθε x πραγματικό* **Σ Λ**

26. *Η ανίσωση $0x < -1$ είναι αδύνατη* **Σ Λ**

27. *Αν $\alpha \in R$, τότε ισχύει η ισοδυναμία $\alpha^2 \leq 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$* **Σ Λ**

28. *Αν $x>2$ και $x< -4$, μπορούμε να γράψουμε $-4>x>2$* **Σ Λ**

29. *Ο -4 είναι λύση της $\frac{7+5x}{-2} \geq -1$* **Σ Λ**

30. *Αν $x<0$, τότε $x^{-4} < x^{-5}$* **Σ Λ**

31. *Αν ο x δεν είναι μεγαλύτερος του 5, τότε $x<5$* **Σ Λ**

32. *Αν ο x είναι τουλάχιστον 7, τότε $x \geq 7$* **Σ Λ**

33. *Αν $x>0$ και $y<0$, τότε $2x-3y>0$* **Σ Λ**

34. *Αν $xy>0$, τότε $x^2y - xy^2<0$* **Σ Λ**

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. *Η ισοδυναμία $\alpha>\beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$ ισχύει:*

Α. *όταν οι α, β είναι ετερόσημοι* **Β.** *μόνο όταν οι α, β είναι θετικοί*
Γ. *όταν οι α, β είναι ομόσημοι* **Δ.** *μόνο όταν οι α, β είναι αρνητικοί*

2. *Έστω ότι ισχύει η ανισότητα $(\alpha+\beta)(\alpha^2+5) \geq 0$ τότε προκύπτει ότι :*

Α. $\alpha \geq -\beta$ **Β.** $\alpha \leq \beta$ **Γ.** $\alpha<\beta$ **Δ.** $\alpha>\beta$

3. *Αν $\alpha<\beta<0$ ποια από τις παρακάτω διατάξεις ισχύει;*

Α. $\frac{\alpha}{\beta}<\frac{\beta}{\alpha}<1$ Β. $\frac{\alpha}{\beta}>\frac{\beta}{\alpha}>1$ Γ. $\frac{\beta}{\alpha}<1<\frac{\alpha}{\beta}$

4. *Αν $-3x+1<-2$ και $4x-3<2$ τότε:*

Α. $x>1$ Β. $1<x<\frac{5}{4}$ Γ. $x<\frac{5}{4}$

5. *Η λύση της ανίσωσης $x^2-2x+1\leq 0$ είναι :*

Α. $x\in(-\infty,-1]$ Β. αδύνατη Γ. $x\geq 1$ Δ. $x=1$

6. *Αν $0<\alpha<1$ τότε:*

Α. $1<\alpha^1<\alpha^2$ Β. $1>\alpha^1>\alpha^2$ Γ. $\alpha^0>\alpha^1\geq\alpha^2$

7. *Η ανίσωση $\frac{x}{-3}+2x>\frac{1}{3}$ είναι ισοδύναμη με την ανίσωση:*

Α. $x-6x<1$ Β. $x-6x<-1$ Γ. $x-6x>1$

8. *Η ανίσωση $x>2x-1$ αληθεύει για:*

Α. $x=1$ Β. $x=3$ Γ. $x=-1$ Δ. $x=\frac{3}{2}$

9. *Οι ανισώσεις $-5<x<8$ και $3<x<10$ συναληθεύουν για:*

Α. $-5<x<3$ Β. $-5<x<8$ Γ. $8<x<10$ Δ. $3<x<8$

10. *Αν α, β πραγματικοί αριθμοί ώστε $\alpha-\beta>\alpha+\beta$, τότε είναι:*

Α. $\alpha>\beta$ Β. $\beta>\alpha$ Γ. $\beta<0$ Δ. $\alpha>0$

11. *Αν x, y πραγματικοί αριθμοί ώστε $x-y>x+y$ και $x+y<y$, τότε είναι:*

Α. $x>y$ Β. $x<y$ Γ. $xy>0$ Δ. $x<0$ και $y<0$

12. *Η ανίσωση $(x-2)^2>0$ αληθεύει:*

Α. για κάθε $x>2$ Β. για κάθε $0<x<2$ Γ. για κάθε $x\in R$ Δ. για κάθε $x\neq 2$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β) αν ισχύουν: $-2\leq x<1$ και $3\leq y<7$*

Στήλη (Α) παράσταση	Στήλη (Β) διάστημα
1. $-2x-5y$	α. $(6,46]$
	β. $(4,12)$
2. $3x-y$	γ. $(-3,18]$
	δ. $(-37,-11)$
3. y^2-3	ε. $(15,4)$
4. $4-7x$	ζ. $[-13,0)$

2. *Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως φαίνεται στην πρώτη γραμμή.*

Ανισωση που ικανοποιεί ο x	Διάστημα στο οποίο ανήκει ο x
$-1 < x \leq 2$	$x \in (-1,2]$
	$x \in [-3,0)$
$x \leq 5$	
	$x \in (-\infty,-3)$
$-2 \leq x \leq 2$	

3. *Δίνεται η ανίσωση $(2-\lambda)x < \lambda^2 - 4$, $\lambda \in R$. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.*

Τιμές του λ	Λύση της ανίσωσης
$\lambda>2$	
$\lambda=2$	
$\lambda<2$	

4. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β) αν ισχύουν: $2<\alpha<5$ και $3\leq\beta\leq7$*

Στήλη (Α) παράσταση	Στήλη (Β) διάστημα
1. $\alpha+\beta$	α. $[-19,-7]$
	β. $(-9,-3)$
2. $\beta-\alpha$	γ. $(5,12]$
3. $1-2\alpha$	δ. $(5,12)$
	ε. $[-9,-3)$
4. $2-3\beta$	ζ. $(-2,5)$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

1. *Αν $0<\alpha<1$ να διατάξετε από το μικρότεροπρος το μεγαλύτερο τους αριθμούς:*
$\frac{1}{\alpha}$, α^3 , α , 0 , α^3-1 , 1

2. *Αν $0<\alpha<1$ να διατάξετε τους αριθμούς: $\alpha^3-\alpha$ και $\alpha^2-\alpha$.*

3. *Αν $\alpha>1$ τότε να διατάξετε τους αριθμούς: $\left(\frac{2}{\alpha}-1\right)^3$ και 5.*

4. *Αν $\alpha<\beta<0$ τότε να διατάξετε τους αριθμούς: $\frac{\alpha^2-\beta^2}{8}$ και $\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^3$*

5. *Να συγκρίνετε τους αριθμούς Κ και Λ όταν:*
α) $K=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2)$ και $\Lambda=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\beta^2)$ με $\beta<\alpha<0$
β) $K=\frac{2-\alpha}{\beta}$ και $\Lambda=\frac{\beta+2}{\alpha}+\frac{2}{\alpha\beta}$ με $\alpha\beta>0$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. Αν α , β , γ παριστάνουν τα μήκη των πλευρών τριγώνου , να αποδείξετε ότι :
$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2<2\alpha\beta+2\beta\gamma+2\gamma\alpha$

2. Αν $\alpha , \beta , \gamma > 0$ να αποδείξετε ότι :
$(\alpha+\beta)\alpha\beta+(\beta+\gamma)\beta\gamma+(\alpha+\gamma)\alpha\gamma\geq 6\alpha\beta\gamma$

3. Αν $\alpha , \beta , \gamma > 0$ με $\alpha\neq\beta\neq\gamma\neq\alpha$ και ισχύει $\alpha+\beta+\gamma=1$ να αποδείξετε ότι :
$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)>8\alpha\beta\gamma$

4. Αν ισχύει $\alpha^2+\beta^2=1$ και $x^2+y^2=1$ να αποδείξετε ότι : $\alpha x+\beta y\leq 1$ με $\alpha,\beta,x,y\in R$

5. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $\dfrac{3x-1}{2}+2<0$

β) $\dfrac{4+3x}{5}>\dfrac{2+x}{2}$

γ) $\dfrac{x-1}{2}>x-1$

δ) $\dfrac{x-4}{4}+1<\dfrac{x+4}{8}$

ε) $\dfrac{5x-16}{6}<-\dfrac{x+8}{12}+\dfrac{x+1}{3}$

ζ) $\dfrac{x+2}{3}+\dfrac{x+3}{4}<\dfrac{x+4}{5}+\dfrac{x+5}{6}$

η) $\dfrac{2-x}{4}-\dfrac{2+x}{2}>\dfrac{2x+7}{4}-\dfrac{2x+5}{3}$

6. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α) $\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{2(x+1)}{3}>\dfrac{x+2}{2}-\dfrac{13}{6}$ και $\dfrac{2x-1}{4}+2x<\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{11}{4}$

β) $\dfrac{3(2-x)}{2}-x<\dfrac{16}{5}-\dfrac{x+1}{5}$ και $\dfrac{x+4}{3}-\dfrac{x-5}{6}>\dfrac{37}{18}-\dfrac{x-1}{9}$

7. Για τις διάφορες τιμές του λ να λυθεί η ανίσωση $\lambda(x-1)>\lambda^2$

8. Για τις διάφορες τιμές του λ , μ να λυθεί η ανίσωση $\lambda x-2)\geq\mu+x$.

9. Αν $\alpha<\beta$, να αποδείξετε ότι η λύση της εξίσωσης $2x-\alpha-\beta=0$ ανήκει στο διάστημα (α , β).

ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ - ΡΙΖΕΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ «ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ»

1. Οι αντίθετοι πραγματικοί αριθμοί έχουν ίσες απόλυτες τιμές.	Σ	Λ
2. Αν $\lvert -\alpha \rvert = -\alpha$ τότε $\alpha < 0$.	Σ	Λ
3. Η εξίσωση $-2\lvert x \rvert - 3 = 0$ έχει δύο λύσεις.	Σ	Λ
4. Αν $x \geq 1$, τότε θα είναι $\lvert 1 - x \rvert = \lvert x - 1 \rvert$.	Σ	Λ
5. Ισχύει $\lvert 5 + 3 \rvert = \lvert 5 \rvert + \lvert 3 \rvert$.	Σ	Λ
6. Ισχύει $\lvert -3x \rvert = -3\lvert x \rvert$.	Σ	Λ
7. Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει $\lvert -\lvert x \rvert \rvert = \lvert -x \rvert$.	Σ	Λ
8. Η ισότητα $\lvert -x \rvert = -x$ ισχύει όταν $\alpha \leq 0$.	Σ	Λ
9. Η ανίσωση $\lvert x \rvert > -1$ αληθεύει για κάθε $x \in R$.	Σ	Λ
10. $\lvert \alpha \rvert + \lvert \beta \rvert = 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta = 0$.	Σ	Λ
11. $\lvert \alpha \rvert \geq \alpha$ και $\lvert \alpha \rvert \geq -\alpha$ για κάθε $\alpha \in R$.	Σ	Λ
12. $\lvert \alpha \rvert + \lvert \beta \rvert = \alpha + \beta$, $\alpha, \beta \in R$.	Σ	Λ
13. Η εξίσωση $\lvert x - 1 \rvert + 5 = 0$ είναι αδύνατη .	Σ	Λ
14. $\lvert x - 5 \rvert \leq -2$ αληθεύει για κάθε $x \in R$.	Σ	Λ
15. $\lvert \alpha \rvert < \lvert \beta \rvert \Leftrightarrow \alpha^2 < \beta^2$, $\alpha, \beta \in R$.	Σ	Λ
16. $\lvert \alpha + \beta \rvert = \lvert \alpha \rvert + \lvert \beta \rvert$ όπου $\alpha\beta \geq 0$, $\alpha, \beta \in R$.	Σ	Λ
17. $\lvert \lvert \alpha + \beta \rvert + \lvert \alpha \rvert + \lvert \beta \rvert \rvert = \lvert \alpha + \beta \rvert + \lvert \alpha \rvert + \lvert \beta \rvert$, $\alpha, \beta \in R$.	Σ	Λ
18. $\lvert x \rvert > -3 \Leftrightarrow x < -3$ ή $x > 3$.	Σ	Λ
19. $\lvert x - 1 \rvert \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.	Σ	Λ
20. Αν $x \in R$ τότε $\sqrt{x^2} = x$.	Σ	Λ

21. Αν $x \in R$ τότε $\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$. Σ Λ

22. Αν $x \in R$ τότε $\sqrt[4]{x^{12}} = |x|^3$. Σ Λ

23. Αν $x \in R$ τότε $\sqrt[4]{x^4} = \sqrt[3]{x^3}$. Σ Λ

24. Αν $x \neq 0$, τότε $\dfrac{\sqrt{x^2}}{\left(\sqrt{x}\right)^2} = 1$. Σ Λ

25. Για κάθε $x \in R$ ισχύει $\sqrt{(-x)^2} = |x|$. Σ Λ

26. Αν $x > 0$, τότε ισχύει $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{x}}{x}$. Σ Λ

27. Για κάθε $x \in R$ ισχύει $\sqrt[6]{x^2} = \sqrt[3]{|x|}$. Σ Λ

28. Αν $\alpha \in R$ τότε $\sqrt{\alpha^2} = \left(\sqrt{\alpha}\right)^2 = \alpha$. Σ Λ

29. Αν $\alpha, \beta \in R$ τότε $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}$. Σ Λ

30. Αν $\alpha, \beta \in R_+$, $\beta \neq 0$ τότε $\dfrac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\dfrac{\alpha}{\beta}}$. Σ Λ

31. Αν $\alpha < 0$ τότε $\sqrt[3]{\alpha^9} = \alpha^3$. Σ Λ

32. Αν $\alpha \in R$ τότε $-2\sqrt[4]{\alpha^2} = \sqrt[4]{(-2)^4\alpha^2}$. Σ Λ

33. $\sqrt[\nu]{\sqrt[\mu]{\alpha}} = \sqrt[\nu+\mu]{\alpha}$ όπου $\alpha \geq 0$. Σ Λ

34. $\sqrt[2\nu]{\alpha^{2\nu}} = \sqrt[2\nu]{(-\alpha)^{2\nu}} = |\alpha|$, $\nu \in N^*$, $\alpha \in R$. Σ Λ

35. Αν $\alpha, \beta < 0$ τότε $\sqrt{-\alpha}\sqrt{-\beta} = \sqrt{\alpha\beta}$. Σ Λ

36. Αν $\alpha, \beta > 0$ τότε $\sqrt{\alpha} < \sqrt{\beta} \Leftrightarrow \alpha < \beta$. Σ Λ

38. Αν $\alpha, \beta > 0$ τότε $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \alpha + \beta$. Σ Λ

39. $x^3 = -8$ τότε $x = \sqrt[3]{-8}$. Σ Λ

40. $x^3 = -8$ τότε $x = -\sqrt[3]{|-8|}$. Σ Λ

41. $\sqrt[3]{\alpha} \cdot \sqrt[4]{\beta} = \sqrt[12]{\alpha\beta}$, $\alpha, \beta > 0$. Σ Λ

42. $\frac{\sqrt{\alpha^2}}{\alpha}=1$, $\alpha \in R^*$. Σ Λ

43. $\sqrt{\alpha+\beta}=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$, $\alpha,\beta>0$. Σ Λ

44. Αν $\alpha<\beta<0$, τότε $\sqrt{-\alpha}>\sqrt{-\beta}$. Σ Λ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Αν ισχύει η ισότητα $|x-2|=2-x$, τότε είναι:
Α. $x\geq 0$ Β. $x\geq 2$ Γ. $x\leq 2$ Δ. $x\geq -2$

2. Από την ισότητα $|x|+|y|=0$ προκύπτει ότι:
Α. $x\geq 0$ και $y>0$ Β. $x\geq 0$ και $y<0$ Γ. $x=0$ και $y=0$ Δ. οι $|x|$ και $|y|$ είναι αντίθετοι.

3. Αν $x\geq 0$ και $y\leq 0$, ποιο από τα παρακάτω συμπεράσματα είναι σωστό;
Α. $|x|+|y|=x+y$ Β. $|x|+|y|\geq|x+y|$ Γ. $|y|-|x|=|x-y|$ Δ. $|x|-|y|=x-y$

4. Αν ισχύει $|x+1|=|x|+1$, τότε:
Α. $x=0$ Β. $x\leq 0$ Γ. $x\geq 0$ Δ. δεν προκύπτει κανένα συμπέρασμα για τον x.

5. Η ανίσωση $|x|\leq -x$ αληθεύει:
Α. για κάθε $x\in R$ Β. για $x<0$ Γ. για κανένα x Δ. μόνο για $x=0$

6. Η παράσταση $|1-x|-|x-1|$ είναι ίση με:
Α. $1-x$ Β. $x-1$ Γ. 2 Δ. 0

7. Η εξίσωση $|3x+7|+|2-3x|=0$:
Α. έχει μία λύση Β. έχει δύο λύσεις Γ. είναι αδύνατη Δ. αληθεύει για κάθε x.

8. Αν $-1\leq x\leq 1$ τότε η εξίσωση $|x+1|-x=|1-x|$
Α. έχει λύση την $x=3$ Β. έχει λύση την $x=0$ Γ. είναι αδύνατη Δ. είναι ταυτότητα

9. Αν $1\leq x\leq 2$, τότε η παράσταση $|x-1|+|2-x|$ είναι ίση με:
Α. $2x$ Β. $2x+1$ Γ. 2 Δ. 1 Ε. -1

10. Αν x πραγματικός, η παράσταση $(1-|x|)(1+x)$ είναι θετική όταν:
Α. $|x|<1$ Β. $x<1$ Γ. $x>-1$ Δ. $|x|>1$ Ε. $x<-1$ ή $|x|<1$

11. Αν $x<0$, τότε η παράσταση $|x-|x-1||$ είναι ίση με:
Α. $-2x-1$ Β. $1-2x$ Γ. $2x-1$ Δ. $2x+1$ Ε. 1

12. Το κλάσμα $\frac{|x+1|}{|x-1|+2}$ ορίζεται:
Α. όταν $x\neq 1$ Β. όταν $x\neq 1$ ή $x\neq -2$ Δ. όταν $x\neq 1$ ή $x\neq 2$ Ε. για κάθε $x\in R$

13. *Η ισότητα $\alpha+|\alpha|=2\alpha$ αληθεύει όταν:*

Α. $\alpha=0$ μόνο   Β. $\alpha\geq 0$ Γ. $\alpha<0$ Δ. $\alpha\leq 0$

14. *Η ισότητα $|x^2|\cdot x = x^3$ αληθεύει όταν:*

Α. $x>0$ Β. $x\geq 0$ Γ. $x\leq 0$ Δ. x οποιοσδήποτε πραγματικός

15. *Η ισότητα $x^2=-|x|\cdot x$ αληθεύει όταν:*

Α. $x>0$ Β. $x\geq 0$ Γ. $x\leq 0$ Δ. $x<0$ Ε. x οποιοσδήποτε πραγματικός

16. *Αν ισχύει η ανίσωση $|x|>\theta$, τότε :*

Α. $x<-\theta$ ή $x>\theta$, $\theta\in R$ Β. $-\theta<x<\theta$, $\theta\in R$

Γ. $x<-\theta$ ή $x>\theta$, $\theta>0$ Δ. αν $\theta>0$ ισχύει για κάθε $x\in R$

17. *Η ισότητα $x-2+\sqrt{x^2+4x+4}=-4$ είναι σωστή*

Α. όταν $x\leq -2$ Β. όταν $-2<x\leq 2$ Γ. $x>-2$ Δ. για κάθε πραγματικό αριθμό x

18. *Στη σχέση $|\alpha-\beta|\leq|\alpha|+|\beta|$ το ίσον ισχύει όταν :*

Α. α , β ετερόσημοι   Β. $\alpha+\beta>0$ Γ. α , β ομόσημοι   Δ. α , $\beta\neq 0$

19. *Για ποιες τιμές του x δεν ορίζεται το κλάσμα $A=\dfrac{x+\frac{2}{x}}{|x|-1}$*

Α. 0 , 1 , 3   Β. - 1 , 1 , 2   Γ. - 1 , 0 , 4   Δ. - 1 , 0 , 1

20. *Αν $x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ τότε η τιμή της παράστασης $A=\sqrt{8x^6+4x^4+2}$ είναι :*

Α. 2   Β. 0   Γ. 3   Δ. - 2   Ε. 1

21. *Αν $|x-2|-3<0$ ποια από τις ανισότητες είναι σωστή;*

Α. $-3<x<3$ Β. $-1<x<5$ Γ. $x<-3$ ή $x>3$ Δ. $-5<x<3$

22. *Η παράσταση $A=\dfrac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}}$ ορίζεται όταν :*

Α. $x<-3$ Β. $-3<x<1$ Γ. $-1\leq x<3$ Δ. $x\geq 1$

23. *Η παράσταση $A=\sqrt{1-x}+\sqrt{x-1}$ ορίζεται όταν :*

Α. $0<x<1$ Β. $-1<x<0$ Γ. $x=1$ Δ. $-1<x<1$

24. *Η παράσταση $A=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ είναι ίση με:*

Α. $2+\sqrt{3}$ Β. $2-\sqrt{3}$ Γ. $-2-\sqrt{3}$ Δ. $-2+\sqrt{3}$

25. *Η ισότητα $x+\sqrt{(1-x)^2}=1$ ισχύει όταν:*

Α. $x>1$ Β. $x\leq 1$ Γ. $x\geq -1$ Δ. $x<-1$

26. *Αν ισχύει $\sqrt{x}+\sqrt{y}=0$, $x,y\geq 0$, τότε η τιμή της παράστασης $x+y$ είναι ίση με:*

Α. 2   Β. 1   Γ. 0   Δ. -1

27. *Η παράσταση* $\sqrt{4-x^2}+\sqrt{x^2-4}$ *ορίζεται όταν:*
Α. $x<-2$ *Β.* $-2\le x\le 2$ *Γ.* $x=2$ *ή* $x=-2$ *Δ.* $x<-2$ *ή* $x>2$

28. *Η παράσταση* $\sqrt{-(x-1)^2}$ *ορίζεται όταν:*
Α. $x<1$ *Β.* $x>1$ *Γ.* $x=1$ *Δ.* $|x|<1$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).*

Στήλη (Α) σχέση που ικανοποιεί το x	Στήλη (Β) τιμές του x
1. $\|x-1\|<2$	α. $x\le -3$ ή $x\ge 1$
2. $\|x+1\|\ge 2$	β. $-1<x<3$
3. $1\le \|x\|\le 3$	γ. $x>25$
4. $\sqrt{x}>5$	δ. $x>5$
5. $0<\frac{1}{x}<\frac{1}{5}$	ε. $-3\le x\le -1$ ή $1\le x\le 3$
6. $\|2x+1\|>0$	ζ. $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$
7. $\sqrt{\|x-1\|-1}$	η. $x<-\frac{1}{2}$ ή $x>-\frac{1}{2}$
8. $\sqrt{3-\|x\|}+\sqrt[3]{x}$	θ. $x\le -1$ ή $x\ge 3$
9. $d(x,4)<1$	ι. $x\le 0$ ή $x\ge 2$
	κ. $0\le x\le 3$
	λ. $3<x<5$

2. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).*

Στήλη (Α) παράσταση	Στήλη (Β) απλοποιημένη μορφή
1. $\sqrt{\sqrt{x}}$, $x\ge 0$	α. $\frac{\sqrt{x}}{x}$
2. $\sqrt{x^2}\sqrt{\frac{x}{y}\frac{xy}{\sqrt{xy}}}$, $x,y>0$	β. $\sqrt[3]{x^5}$
3. $\sqrt[4]{x^2}$, $x\in R$	γ. $\sqrt[4]{x}$
4. $\sqrt[3]{x^2\sqrt{x^6}}$, $x>0$	δ. $\sqrt[3]{\|x\|}$
5. $\frac{1}{\sqrt{x}}$, $x>0$	ε. $\sqrt{\|x\|}$
6. $\sqrt[12]{x^4}$, $x\in R$	ζ. $\frac{(x+1)\sqrt{x}}{x}$
7. $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$, $x>0$	η. x^2

3. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).*

Στήλη (Α) παράσταση	Στήλη (Β) απλοποιημένη μορφή
1. $\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{10+\sqrt{36}}}}$	α. $\frac{1}{2}$
2. $\sqrt{9\sqrt{9\sqrt{27\sqrt{9}}}}$	β. $\frac{1}{3}$
3. $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{3}}}$	γ. 2
4. $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2\sqrt{4}}}}$	δ. 3
5. $\sqrt{2\sqrt[4]{2\sqrt{4}}}$	ε. 9
	ζ. $\sqrt[4]{2}$
	η. $\sqrt[4]{2^3}$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΟΥ

1. *Η απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού είναι ένας .... αριθμός*

2. *Για κάθε $\alpha \in R$ ισχύει $|\alpha| \geq \alpha$ και $|\alpha| \geq -\alpha$ τότε $-|\alpha|$.............$|\alpha|$*

3. *Ισχύει η ισοδυναμία $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$ όταν ο θ είναι .... αριθμός, διαφορετικά η σχέση $|x| < \theta$ είναι ....*

4. *Ισχύει η ισοδυναμία $|x| > \theta \Leftrightarrow x < -\theta$ ή $x > \theta$ όταν ο θ είναι .... αριθμός διαφορετικά η σχέση $|x| > \theta$ είναι ....*

5. *Η απόσταση δύο αριθμών α, β συμβολίζεται με .... και είναι ίση με ....*

6. *Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως δείχνει η πρώτη γραμμή.*

Απόλυτη τιμή	Απόσταση	Ανίσωση
$\lvert x-2\rvert < 1$	$d(x\,,\,2) < 1$	$1 < x < 3$
$\lvert x-1\rvert < 2$		
	$d(x\,,\,-1) < 0{,}1$	
		$-1 < x < 2$
		$-\frac{9}{2} < x < -\frac{7}{4}$
		$5 < x < 8$
		$\alpha - \delta < x < \alpha+\delta\ ,\ \delta>0$

7. *Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως δείχνει η πρώτη γραμμή.*

Ανίσωση	Απόλυτη τιμή	Απόσταση
$x<-4$ ή $x>4$	$\|x\|>4$	$d(x,0)>4$
		$d(x,5)>2$
	$\|x\|<8$	
$3\le x\le 11$		
$x<-2$ ή $x>4$		
$-3<x<1$		

8. *Αν* $|-\alpha|=\alpha$ *ο αριθμός* α *είναι ....*

9. *Αν* $|\alpha\beta|=\alpha\beta$ *τότε οι αριθμοί* α,β *δεν είναι ....*

10. $|2x-1|+|2-y|+|\omega|=0 \Leftrightarrow$ $x=$ .... *και* $y=$ .... *και* $\omega=$ ....

11. *Ισχύει* $\sqrt{-\alpha\beta^2}=|\beta|\sqrt{-\alpha}$ *όταν το* α *είναι .... αριθμός και ο* β *είναι .... αριθμός*

12. $\sqrt{(-\alpha)^2}=-\alpha$ *όταν το* α *είναι .... αριθμός*

13. *Η ισότητα* $\alpha-\beta=\left(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}\right)(\ldots\ldots\ldots\ldots)$ *ισχύει όταν τα* α,β *είναι .... αριθμοί*

14. *Για να μετατρέψουμε το κλάσμα* $\dfrac{3}{\sqrt[5]{2}}$ *σε σοδύναμο με .... παρονομαστή πολλαπλασιάζουμε τους όρους του κλάσματος με ....*

15. *Για να μετατρέψουμε το κλάσμα* $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ *σε ισοδύναμο με .... παρονομαστή πολλαπλασιάζουμε τους όρους του κλάσματος με ....*

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΝΤΟΜΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ

1. *Αν* $|\alpha|<2$ *και* $|\beta|<3$, *να αποδείξετε ότι:* $|3\alpha-5\beta|<21$

2. *Να μετατρέψετε τα κλάσματα* $A=\dfrac{\sqrt{\sqrt{27}-\sqrt{12}}}{\sqrt[3]{3}}$ *και* $B=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ *σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή.*

3. *Αν* $x=\alpha$ *και* $y=-\alpha$ *με* $\alpha>0$, *να απλοποιήσετε την παράσταση:*
$A=\sqrt[5]{(2x+y)(x-2y)xy^2}$

4. *Να αποδείξετε ότι η παράσταση* $A=\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{(2-x)^2}$ *με* $|x|>2$ *είναι ανεξάρτητη του x.*

5. *Αν* $|\alpha-\beta|+|\beta-\gamma|=2$ *να αποδείξετε ότι* $|\gamma-\alpha|\le 2$

6. *Αν* κ , λ *διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί και* $\mu=\kappa\lambda$ *να αποδείξετε ότι η παράσταση* $A=\sqrt{\kappa^2+\lambda^2+\mu^2}$ *είναι περιττός αριθμός.*

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. *Αν* α , $\beta \in R$ *και ισχύουν* $|\alpha|>1$, $\beta=\dfrac{\alpha}{1-|\alpha|}$ *να αποδείξετε ότι :*

$|\beta|>1$ *και* $\alpha=\dfrac{\beta}{1-|\beta|}$

2. *Αν* $\dfrac{5}{3}<x<3$ *και* $\nu\in N^*$ *να αποδείξετε ότι η παράσταση :*

$A=-4\sqrt[2\nu]{(3x-5)^{2\nu}}+10\sqrt[4\nu+2]{(x^2-2x+1)^{2\nu+1}}-2\sqrt[6\nu]{(x^2-6x+9)^{3\nu}}$ *είναι ανεξάρτητη του* x.

3. *Αν* x , $y\in R^*$ *και* $x^2>25y^2$ *να αποδείξετε ότι* $\left|\dfrac{x}{y}\right|-\left|\dfrac{y}{x}\right|>\dfrac{24}{5}$

4. *Αν* α , $\beta\in R^*$ *και ισχύει* $\dfrac{\big|\alpha|\beta|+\beta|\alpha|\big|}{|\alpha\beta|}=2$ *να αποδείξετε ότι οι* α , β *είναι ομόσημοι.*

5. *Αν* $|x+2|<1$ *και* $|y-1|<2$

α) Να αποδείξετε ότι $|x+2y|<5$

β) Να βρείτε τις τιμές που παίρνει η παράσταση $A=|2x+3y+1|$

6. *Αν* x , $y\in R_+^*$, $\omega\in R$ *και ισχύει* $x^2-\omega^2=y$ *να αποδείξετε ότι:*

$\sqrt{x-\sqrt{y}}=\sqrt{\dfrac{x+|\omega|}{2}}-\sqrt{\dfrac{x-|\omega|}{2}}$

7. *Το καζίνο εισπράττει από τους παίκτες που κερδίζουν ποσό ίσο με την τετραγωνική ρίζα των κερδών τους. Να εξετάσετε αν δύο παίκτες Α και Β που κέρδισαν, συμφέρει να παίξουν τα χρήματά τους μαζί ή χωριστά.*