

2^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

ΣΥΝΟΛΑ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΥΠΟΥ «ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ»

- | | | |
|--|---|---|
| 1. $\{1,3,5,7,\dots\} = \{x / x = 2v + 1, v \in \mathbb{N}\}$ | Σ | Λ |
| 2. $\emptyset = \{0\}$ | Σ | Λ |
| 3. Αν $A \subseteq B$ τότε $A \cap B = A$ | Σ | Λ |
| 4. $5 \subseteq \{1,3,5,7\}$ | Σ | Λ |
| 5. Αν $A = \{2, 3, 7\}$ και $B = \{27, 3\}$, τότε $A = B$ | Σ | Λ |
| 6. Αν $\Gamma = \{12, 3\}$ και $\Delta = \{123\}$, τότε $\Gamma \neq \Delta$ | Σ | Λ |
| 7. Αν $E = \{x, y, \omega, \varphi\}$ και $Z = \{y, x, \omega, \varphi\}$, τότε $E = Z$ | Σ | Λ |
| 8. Αν $K = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ και $L = \{\beta, \gamma, \delta\}$, τότε $K \subseteq L$ | Σ | Λ |
| 9. Αν $X = \emptyset$ και $\Psi = \{0\}$, τότε $X = \Psi$ | Σ | Λ |
| 10. $0 \in \emptyset$ | Σ | Λ |
| 11. $0 \in \{0\}$ | Σ | Λ |
| 12. $\emptyset \subseteq \emptyset$ | Σ | Λ |
| 13. $\{\alpha\} \in \{\alpha, \beta\}$ | Σ | Λ |
| 14. $\{\alpha\} \subseteq \{\{\alpha\}, \beta\}$ | Σ | Λ |
| 15. $\{\alpha\} \in \{\{\alpha\}, \beta\}$ | Σ | Λ |
| 16. $\{\alpha\} \not\subseteq \{\alpha, \{\beta\}\}$ | Σ | Λ |
| 17. $\{\alpha\} \subseteq \{\alpha, \beta\}$ | Σ | Λ |

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Το σύνολο $A = \{x \in \mathbb{R} / x \text{ λύση της εξίσωσης: } x(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^3 + 8) = 0\}$ με αναγραφή των στοιχείων του είναι :

- (i) $A = \{0, 1, 2, \sqrt[3]{2}\}$ (ii) $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ (iii) $A = \{-1, 0, 1, -2\}$
 (iv) $A = \{-1, 1, 2, -2\}$ (v) $A = \{0, 1, 2, 3\}$

2. Το σύνολο $A = \{x \in \mathbb{R} / (x - 1)^2 - 5 < 0\}$ σε μορφή διαστήματος ή ένωσης διαστημάτων είναι:

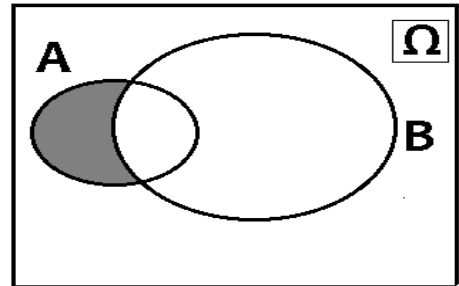
- A. $(1 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5})$ B. $(-\infty, 1 - \sqrt{5}) \cup (1 + \sqrt{5}, +\infty)$ Γ. $(-5, 5)$
 Δ. $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$ E. $(1 - \sqrt{5}, \sqrt{5})$

3. Το σύνολο $A = \{x \in \mathbb{R} / \left|2x - \frac{3}{4}\right| - 1 > 0\}$ σε μορφή διαστήματος ή ένωσης διαστημάτων είναι:

- A. $\left(-\frac{1}{8}, \frac{7}{8}\right)$ B. $\left(-\infty, -\frac{1}{8}\right) \cup \left(\frac{7}{8}, +\infty\right)$ Γ. $\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{8}\right) \cup \left(\frac{1}{8}, \frac{3}{4}\right)$
 Δ. $\left(-\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right)$ E. $\left(-\frac{3}{8}, \frac{5}{8}\right)$

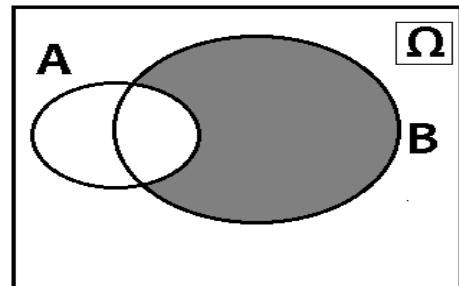
3. Το έντονα γραμμοσκιασμένο χωρίο του διπλανού διαγράμματος Venn παριστάνει το σύνολο:

- (i) A (ii) $A \cap B$ (iii) $A \cap B'$



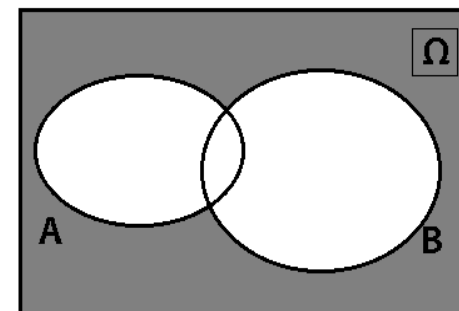
4. Το έντονα γραμμοσκιασμένο χωρίο του διπλανού διαγράμματος Venn παριστάνει το σύνολο:

- (i) B' (ii) $A' \cup B$ (iii) $A' \cap B$



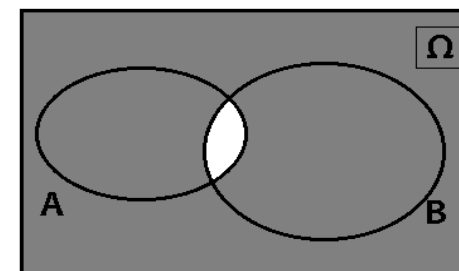
5. Το έντονα γραμμοσκιασμένο χωρίο του διπλανού διαγράμματος Venn παριστάνει το σύνολο:

- (i) $(A \cap B)'$ (ii) $(A \cup B)'$ (iii) Ω'



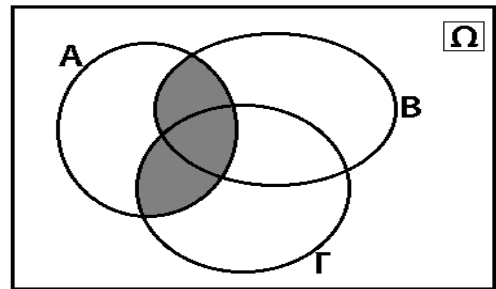
6. Το έντονα γραμμοσκιασμένο χωρίο του διπλανού διαγράμματος Venn παριστάνει το σύνολο:

- (i) $(A \cap B)'$ (ii) $A' \cap B'$ (iii) Ω'

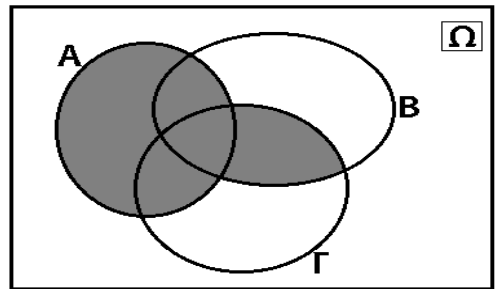


7. Αν $A = \{x \in \mathbb{R} / x < 0\}$ και $B = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\}$ τότε το σύνολο $A \cap B$ είναι:
 Α. το $\{0\}$ Β. το $\{\emptyset\}$ Γ. το \emptyset

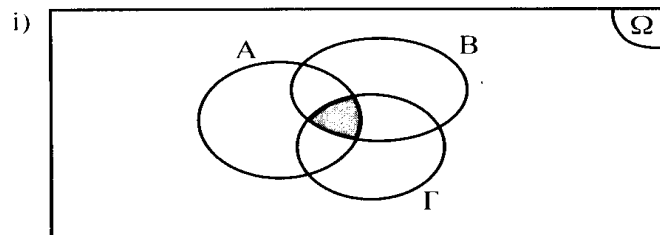
8. Το έντονα γραμμοσκιασμένο χωρίο του διπλανού διαγράμματος Venn παριστάνει το σύνολο:
 (i) $A \cup (B \cap \Gamma)$ (ii) $A \cap (B \cap \Gamma)$ (iii) $A \cap (B \cup \Gamma)$



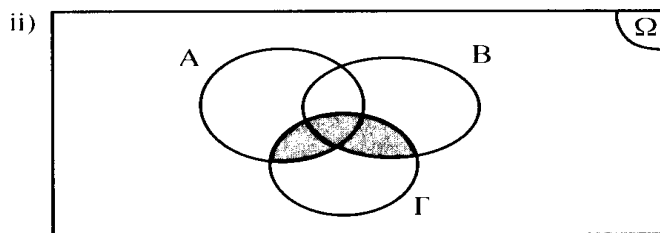
9. Το έντονα γραμμοσκιασμένο χωρίο του διπλανού διαγράμματος Venn παριστάνει το σύνολο:
 (i) $A \cup (B \cap \Gamma)$ (ii) $A \cap (B \cap \Gamma)$ (iii) $A \cup (B \cup \Gamma)$



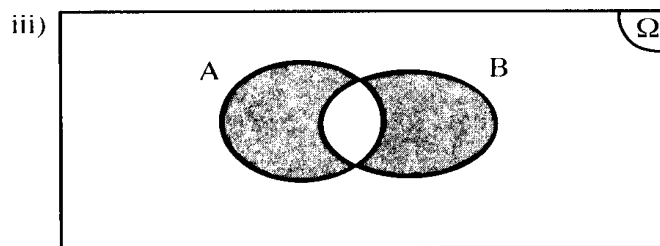
10. Στα παρακάτω διαγράμματα Venn ποιο σύνολο παριστάνει το σκιασμένο τμήμα;



α. $(A \cup B) \cup \Gamma$ β. $(A \cup B) \cap \Gamma$ γ. $A \cap B \cap \Gamma$ δ. $(A \cap B) \cup \Gamma$ ε. $A \cup (B \cap \Gamma)$



α. $(A \cup B) \cap \Gamma$ β. $(A \cup B) \cup \Gamma$ γ. $A \cap B \cap \Gamma$ δ. $A \cup (B \cap \Gamma)$ ε. $(A \cap B) \cup \Gamma$



α. $A \cup B$ β. $A \cap B$ γ. $(A \cup B) \cap B'$ δ. $(A \cap B') \cup (B \cap A')$

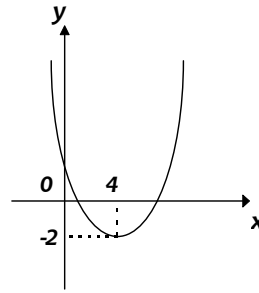
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΥΠΟΥ «ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ »

- | | | |
|---|---|---|
| 1. Ο τύπος $f(x) = \pm\sqrt{x^2 + 1}$ ορίζει συνάρτηση | Σ | Λ |
| 2. Το πεδίο ορισμού της $f(x) = \frac{x}{x-2}$ είναι το \mathbb{R} | Σ | Λ |
| 3. Το πεδίο ορισμού της $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ είναι το \mathbb{R} | Σ | Λ |
| 4. Το πεδίο ορισμού της $f(x) = \frac{1}{ x - 1}$ είναι το \mathbb{R} | Σ | Λ |
| 5. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^4 + 3$ τέμνει τον άξονα $y'y$ | Σ | Λ |
| 6. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{2x-3}{x}$ δεν τέμνει τον άξονα $x'x$ | Σ | Λ |
| 7. Όταν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, τότε το ζεύγος (β, α) βρίσκεται στο 2ο τεταρτημόριο. | Σ | Λ |
| 8. Όταν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, το ζεύγος $(\beta, -\alpha)$ βρίσκεται στο 3ο τεταρτημόριο. | Σ | Λ |
| 9. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης τέμνει τον άξονα $y'y$ το πολύ σε ένα σημείο. | Σ | Λ |
| 10. Όταν $\alpha' = \alpha$ και $\beta' = -\beta$, τα σημεία $M(\alpha, \beta)$ και $M'(\alpha', \beta')$ είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $y'y$. | Σ | Λ |
| 11. Όταν $\alpha' = -\alpha$ και $\beta' = -\beta$, τα σημεία $M(\alpha, \beta)$ και $M'(\alpha', \beta')$ είναι συμμετρικά ως προς την αρχή O των αξόνων. | Σ | Λ |
| 12. Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_1, y_2)$ είναι $(AB) = y_1 - y_2 $. | Σ | Λ |
| 13. Έστω $f: A \rightarrow B$ συνάρτηση και $x_0 \in A$. Τότε το σημείο $M(x_0, y_0)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f όταν $y_0 = f(x_0)$. | Σ | Λ |
| 14. Η ευθεία $y = \alpha_1 x + \beta$ είναι κάθετη στην ευθεία $y = \alpha_2 x + \beta$ όταν $\alpha_1 \alpha_2 = 1$. | Σ | Λ |
| 15. Αν $\alpha < 0$ και $\beta > 0$, το σημείο $(-\alpha, -\beta)$ βρίσκεται στο 3ο τεταρτημόριο. | Σ | Λ |
| 16. Η ευθεία $x = 2$ είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2$. | Σ | Λ |
| 17. Τα σημεία $A(0, y)$ με y πραγματικό είναι σημεία του άξονα $y'y$. | Σ | Λ |

18. Η ευθεία $y = \alpha_1 x + \beta$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ όταν $\alpha_1 = 0$. Σ Λ
19. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης είναι δυνατόν να μην τέμνει τον άξονα $x'x$. Σ Λ
20. Η εξίσωση $x + y^2 = 8$ παριστάνει ευθεία. Σ Λ
21. Η ευθεία $y = x$ είναι διχοτόμος της 1ης και της 3ης γωνίας των αξόνων. Σ Λ
22. Τα σημεία $M(\alpha, \beta)$ και $M'(\beta, \alpha)$ ανήκουν στην ευθεία $y = x$. Σ Λ
23. Η ευθεία $y = \alpha x + 2$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(2, 0)$. Σ Λ
24. Ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης 0 παριστάνει συνάρτηση. Σ Λ
25. Το μήκος ευθυγράμμου τμήματος (AB) με $A(\alpha, \beta)$ και $B(\alpha, \gamma)$ είναι $(AB) = |\beta - \gamma|$ Σ Λ
26. Η ευθεία $y = x$ και η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $O(0,0)$ και $A(-1,1)$ είναι κάθετες. Σ Λ
27. Μια ευθεία που δεν έχει συντελεστή διεύθυνσης δεν είναι συνάρτηση Σ Λ
28. Η συνάρτηση $f(x) = x^2 + |x - 3|$ έχει ελάχιστο Σ Λ
29. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ έχει κέντρο συμμετρίας το $O(0,0)$. Σ Λ
30. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^2 - 2$ περνάει από την αρχή των αξόνων Σ Λ
31. Έστω f μια γνησίως φθίνουσα συνάρτηση με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και $\alpha \in \mathbb{R}$, τότε $f(\alpha) < f(\alpha + 1)$ Σ Λ
32. Η ευθεία $y = \lambda x - \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$ διέρχεται από το σημείο $A(1,0)$ Σ Λ
33. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + |x|$ έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα $y'y$ Σ Λ
34. Η συνάρτηση $f(x) = |x - 1|$ είναι γνησίως μονότονη Σ Λ
35. Αν η συνάρτηση f είναι άρτια και $f(\sqrt{2}) = 4$ τότε $f(-\sqrt{2}) = -4$ Σ Λ
36. Αν μια περιττή συνάρτηση f έχει μέγιστο στο σημείο $A(-3,2)$ τότε έχει και ελάχιστο στο σημείο $B(3, -2)$ Σ Λ
37. Το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x) = \frac{|2-x|}{2-x}$, $x \neq 2$ είναι το $\{-1,1\}$ Σ Λ

38. Στο διπλανό σχήμα έχουμε τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης με ελάχιστο το 4



Σ Λ

39. Η συνάρτηση $f : A \rightarrow B$ με $A \subseteq \mathbb{R}$ και $B \subseteq \mathbb{R}$ λέγεται πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής.

Σ Λ

40. Η συνάρτηση $f(x) = -\frac{1}{x^3}$ με πεδίο ορισμού $A = (-2,0) \cup (0,1)$ είναι περιττή.

Σ Λ

41. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} είναι περιττή. Κυκλώστε το Σ ή το Λ (Σωστό ή Λάθος) στις παρακάτω σχέσεις:

- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| 1. $f(2x - 3) = -f(3 - 2x)$ | Σ | Λ |
| 2. $ x \cdot f(x) = x \cdot f(x)$ | Σ | Λ |
| 3. $f^2(- x) = f^2(-x)$ | Σ | Λ |
| 4. $-x \cdot f(-x) < x \cdot f(x)$ | Σ | Λ |

42. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} είναι περιττή. Κυκλώστε το Σ ή το Λ (Σωστό ή Λάθος) στις παρακάτω σχέσεις:

- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| 1. $f(x - 3) = -f(3 - x)$ | Σ | Λ |
| 2. $f(x x) = f(-x -x)$ | Σ | Λ |
| 3. $ f(-x) - f(x) = f(x) + f(-x)$ | Σ | Λ |
| 4. $-x \cdot f(x) < x \cdot f(-x)$ | Σ | Λ |

43. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} είναι γνησίως φθίνουσα και ισχύει $f(0) = 0$. Κυκλώστε το Σ ή το Λ (Σωστό ή Λάθος) στις παρακάτω σχέσεις :

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $f(2) < f(4)$ | Σ | Λ |
| 2. $f(x - 2) < f(x - 1)$ | Σ | Λ |
| 3. $f(-x^2 - 2) > 0$ | Σ | Λ |
| 4. $f(2x - 4) < 0 \Rightarrow x > 2$ | Σ | Λ |
| 5. $x_1 < x_2 < 0$ τότε $f\left(\frac{1}{x_1}\right) < f\left(\frac{1}{x_2}\right)$ | Σ | Λ |

44. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} είναι γνησίως φθίνουσα και ισχύει $f(0) = 0$. Κυκλώστε το Σ ή το Λ (Σωστό ή Λάθος) στις παρακάτω σχέσεις :

- | | | |
|--|---|---|
| 1. $f(5) < f(2)$ | Σ | Λ |
| 2. $f(x - 5) < f(x - 2)$ | Σ | Λ |
| 3. $f(x^2 + 1) < f(x^2)$ | Σ | Λ |
| 4. $f(x + 1) < 0$ | Σ | Λ |
| 5. $x > 1$ τότε $f\left(\frac{1}{x}\right) > f(x)$ | Σ | Λ |

45. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $A=[-4,4]$ παρουσιάζει ελάχιστο στο 3 με $f(3)=1$ και μέγιστο στο 1 με $f(1)=3$.

Κυκλώστε το Σ ή το Λ (Σωστό ή Λάθος) στις παρακάτω σχέσεις :

- | | | |
|---------------------------|---|---|
| 1. $f(1) < 1$ | Σ | Λ |
| 2. $f(2) > 3$ | Σ | Λ |
| 3. $f(A) \subseteq [0,3]$ | Σ | Λ |

46. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $A=[-4,4]$ παρουσιάζει ελάχιστο στο 3 με $f(3)=1$ και μέγιστο στο 1 με $f(1)=3$.

Κυκλώστε το Σ ή το Λ (Σωστό ή Λάθος) στις παρακάτω σχέσεις :

- | | | |
|---------------------------|---|---|
| 1. $f(0) < 1$ | Σ | Λ |
| 2. $f(1) > 3$ | Σ | Λ |
| 3. $f(A) \subseteq [0,3]$ | Σ | Λ |

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x+1}} + \sqrt{4-x^2}$ είναι:

- A. $\left[-2, -\frac{1}{2}\right)$ B. $[-2, 2]$ Γ. $\left(-\frac{1}{2}, 2\right]$ Δ. $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ E. $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

2. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{2x-3} - \sqrt{3-2x} + \sqrt{x^2+1}$ είναι:

- A. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$ Γ. \mathbb{R} Δ. $\left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$ E. $\left\{\frac{3}{2}\right\}$

3. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{2|x-1|} - 5$ είναι:

- A. $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{7}{2}, +\infty\right)$ B. $(1, +\infty)$ Γ. $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right]$ Δ. $\left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$

4. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{(x+9)^2}}{(x-1)^2 + |x-2|}$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο :

- A. \mathbb{R} B. $\mathbb{R}-\{1\}$ Γ. $\mathbb{R}-\{2\}$ Δ. $\mathbb{R}-\{1,2\}$ E. $\mathbb{R}-\{-9\}$

5. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4x+4} + \sqrt{(x+4)^2}}{(x+2)^2 + |x-1|}$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο :

- A. \mathbb{R} B. $\mathbb{R}-\{1\}$ Γ. $\mathbb{R}-\{-2\}$ Δ. $\mathbb{R}-\{1,-2\}$ E. $\mathbb{R}-\{-4\}$.

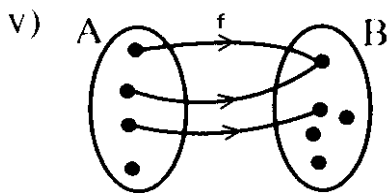
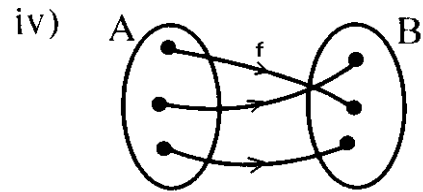
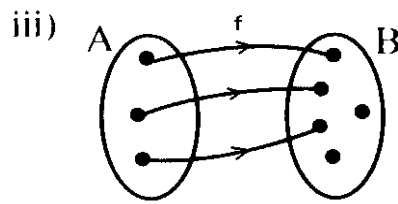
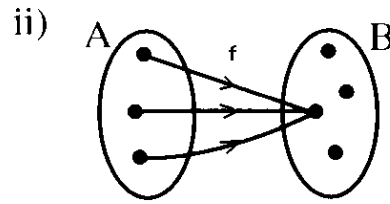
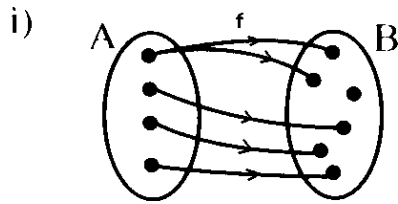
6. Αν $f(x) = x - \frac{1}{x}$, τότε :

- A. $f(-x) = f(x)$, B. $f(x^2) = -f(x)f(-x)$, Γ. $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(-x)$, Δ. $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$, E. $f(2x) = 2f(x)$:

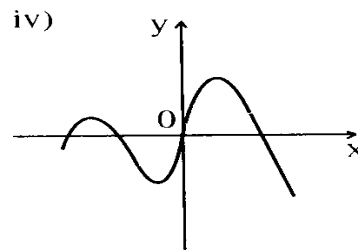
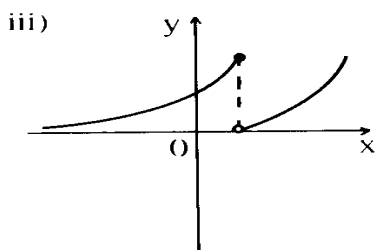
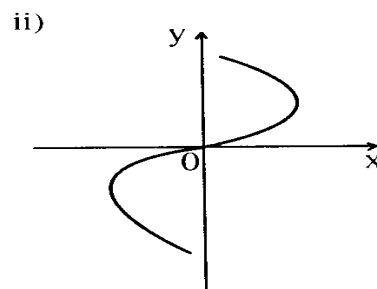
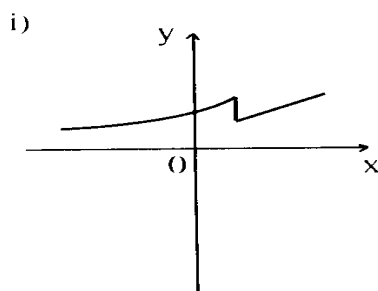
7. Αν $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, τότε :

- A. $f(-x) = -f(x)$ B. $f(x^2) = -f(x)f(-x)$ Γ. $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(-x)$ Δ. $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$ Ε. $f(2x) = 2f(x)$.

8. Σε ποια από τα παρακάτω διαγράμματα η σχέση $f : A \rightarrow B$ είναι συνάρτηση;



9. Ποιες από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις ορίζουν συνάρτηση;



10. Η απόσταση των σημείων $A(\alpha, \alpha)$ και $B(-\alpha, -\alpha)$ είναι:

- A. 2α B. -2α Γ. $2\sqrt{\alpha}$ Δ. $2\sqrt{2}|\alpha|$ Ε. 0

11. Η απόσταση των σημείων $M(\alpha, 0)$ και $N(0, \beta)$ είναι ίση με:

A. $\alpha - \beta$ B. $\beta - \alpha$ Γ. $\alpha^2 - \beta^2$ Δ. $\alpha^2 + \beta^2$ E. $|\alpha - \beta|$

12. Μια ευθεία παράλληλη στον άξονα $y' y$ έχει συντελεστή διεύθυνσης:
 A. ίσο με 0 B. ίσο με -1 Γ. ίσο με 1 Δ. δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης
13. Αν το σημείο $M(x, 2x)$ ανήκει σε ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων, τότε η εξίσωση της ευθείας είναι:
 A. $y = x + 2$ B. $2y = x - 1$ Γ. $y = \frac{1}{2}x$ Δ. $y = 2x$
14. Οι ευθείες με εξισώσεις $y = 2x + 3$ και $y = 2x - 2$:
 A. είναι κάθετες B. είναι παράλληλες Γ. τέμνονται
15. Μια ευθεία παράλληλη στην ευθεία $y = 3x + 2$ θα έχει εξίσωση ($\kappa \in \mathbb{R}$):
 A. $y = 3x + \kappa$ B. $y = -3x + \kappa$ Γ. $y = -\frac{1}{3}x + \kappa$ Δ. $y = \frac{1}{3}x + \kappa$
16. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{1 - \lambda x^2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} αν:
 A. $\lambda \leq 0$ B. $\lambda = 2$ Γ. $\lambda > 4$ Δ. $\lambda = 6$ E. $\lambda \in \mathbb{R}$
17. Ποια από τις παρακάτω ευθείες είναι παράλληλη στην ευθεία $y + x = 0$;
 A. $y = x - 2$ B. $2y + 2x = 3$ Γ. $y = x$ Δ. $y - 2 = x$ E. $2y - x = 1$
18. Ποια από τα παρακάτω σημεία ανήκουν στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -3x + 10$.
 (i) $A(0, 10)$ (ii) $B(-3, 1)$ (iii) $\Gamma(-1, 7)$ (iv) $\Delta(1, 7)$ (v) $E\left(\frac{1}{3}, 9\right)$
19. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f τέμνει τον άξονα $\psi' \psi$:
 A. ακριβώς σε ένα σημείο B. τουλάχιστον σ' ένα σημείο Γ. σε κανένα σημείο
 Δ. το πολύ σ' ένα σημείο E. τίποτε από τα προηγούμενα.
20. Έστω οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = \alpha x$, $\varepsilon_2: \psi = -\frac{1}{\alpha}x$. Αν A, B είναι δύο σημεία των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ αντίστοιχα διαφορετικά της αρχής $O(0, 0)$, τότε το τρίγωνο OAB είναι:
 A. ισοσκελές B. ισόπλευρο Γ. ορθογώνιο Δ. ορθογώνιο ισοσκελές E. τίποτε από όλα αυτά
21. Η γραφική παράσταση της $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ είναι:
 A. παραβολή B. ευθεία Γ. ημιευθεία Δ. τίποτε από τα προηγούμενα.
22. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \alpha x^2$ και $g(x) = \frac{\alpha}{x}$, $\alpha \in \mathbb{R}$
 A. τέμνονται στο $A(1, -1)$ B. τέμνονται στα $A(-1, \alpha)$ και $B(1, -\alpha)$
 Γ. τέμνονται στο $A(1, \alpha)$ Δ. δεν τέμνονται
23. Αν μια ευθεία (ε) διέρχεται από το σημείο $A(2, 3)$ και είναι κάθετη στην ευθεία $y = -\frac{1}{2}x + 1$ τότε έχει εξίσωση την:
 A. $y = 2x + 1$ B. $y - 2x = -1$ Γ. $y + 2x = 7$ Δ. $2y = 4x - 1$

24. Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^3 - \lambda x$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Αν $f(\sqrt{2} - 5) = 11$ τότε το $f(-\sqrt{2} + 5)$ ισούται με:
 Α. 11 Β. $\sqrt{2} - 5$ Γ. - 11 Δ. $-\sqrt{2} + 5$ Ε. λ
25. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{|x|} - 1$ παρουσιάζει συμμετρία ως προς
 Α. Τον άξονα $x'x$ Β. Τον άξονα $y'y$
 Γ. την αρχή των αξόνων Δ. δεν παρουσιάζει συμμετρία
26. Αν η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο $[\alpha, \beta]$ τότε το $f(\beta)$
 Α. είναι το ελάχιστο της $f(x)$ Β. είναι το μέγιστο της $f(x)$ Γ. δεν είναι ούτε το μέγιστο
 ούτε το ελάχιστο.
27. Η ευθεία (ϵ) έχει εξίσωση $y = 4x - 2$. Ποια από τις παρακάτω ευθείες είναι κάθετη στην (ϵ) ;
 Α. $y = \frac{1}{4}x + 5$ Β. $y = 4x + 2$ Γ. $y = 2x - 1$ Δ. $y = -4x + 5$ Ε. $-\frac{1}{4}x - \sqrt{2}$
28. Δίνονται οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) με εξισώσεις αντίστοιχα $x = 1$ και $y = -2$ τότε:
 Α. Η (ϵ_1) είναι οριζόντια και η (ϵ_2) κατακόρυφη
 Β. Η (ϵ_1) είναι παράλληλη στην (ϵ_2)
 Γ. Οι δύο ευθείες τέμνονται στο σημείο $(-2, 1)$
 Δ. Ο συντελεστής διεύθυνσης της (ϵ_1) δεν ορίζεται και της (ϵ_2) είναι μηδέν.
 Ε. Η ευθεία (ϵ_1) βρίσκεται στο 1° και 4° τεταρτημόριο και η (ϵ_2) στο 1° και 2° .
29. Το σημείο $(-3, -1)$ είναι συμμετρικό του $(-1, -3)$ ως προς :
 Α. τον άξονα $x'x$ Β. τον άξονα $y'y$ Γ. την ευθεία $y = -x$ Δ. την αρχή των αξόνων
 Ε. την ευθεία $y = x$.
30. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1}$ είναι:
 Α. άρτια Β. περιττή Γ. ούτε άρτια ούτε περιττή
31. Η συνάρτηση $f(x) = -x^2$ παρουσιάζει συμμετρία ως προς:
 Α. την αρχή των αξόνων Β. τον άξονα $x'x$
 Γ. τον άξονα $y'y$ Δ. τον ημιάξονα Ox' μόνο
32. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ είναι:
 Α. άρτια Β. περιττή Γ. ούτε άρτια ούτε περιττή
33. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2}$ παρουσιάζει συμμετρία ως προς:
 Α: την αρχή των αξόνων Β: τον άξονα $x'x$
 Γ: τον άξονα $y'y$ Δ: δεν παρουσιάζει συμμετρία

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (A) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B)

Στήλη (A) συνάρτηση $f(x)$	Στήλη (B) τιμή της συνάρτησης $f(x)$ για $x=1-\sqrt{2}$
1. $f(x)=x^2+x$	α. $-2+\sqrt{2}$
2. $f(x)=\begin{cases} 2-x, & x > 0 \\ x^3, & x \leq 0 \end{cases}$	β. $-3-\sqrt{2}$
3. $f(x)=\frac{1}{x}$	γ. $-1-\sqrt{2}$
4. $f(x)=x\sqrt{2}$	δ. $4-3\sqrt{2}$
5. $f(x)=\frac{\sqrt{2}-x}{x}$	ε. $3+\sqrt{2}$
	ζ. $7-5\sqrt{2}$
	η. $1+\sqrt{2}$

2. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (A) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B)

Στήλη (A) γραφική παράσταση	Στήλη (B) σύνολο τιμών
<p>1) </p>	α.
<p>2) </p>	β. $[-1, 1]$
<p>3) </p>	γ. $(-3, 3]$
<p>4) </p>	δ. $[-3, 2)$
	ε. $(-\infty, 1]$
	ζ. $[-2, 1]$

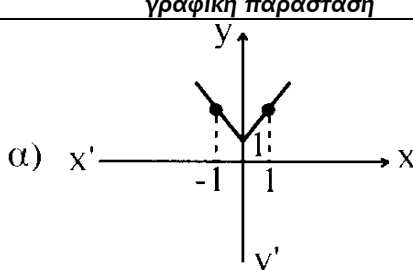
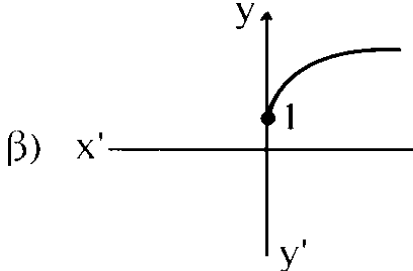
3. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (A) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B)

Στήλη (A) συνάρτηση $f(x)$	Στήλη (B) πεδίο ορισμού
1. $f(x) = \frac{\alpha}{x^3 - x}$	α. $[\sqrt{2}, +\infty)$
2. $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x^2 - 2}$	β. $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$
3. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{ x } - 2}$	γ. $\mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$
4. $f(x) = x - 5 + \frac{1}{x}$	δ. $(-\infty, \sqrt{2}]$
5. $f(x) = \sqrt{-x + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$	ε. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
	ζ. $\mathbb{R} - \{0, 1\}$
	η. \mathbb{R}^*

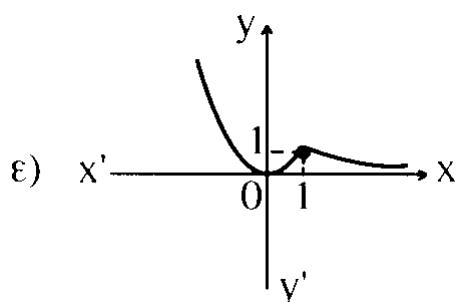
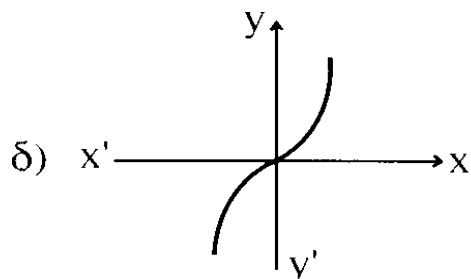
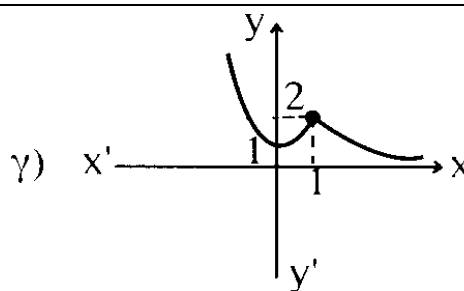
4. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (A) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B)

Στήλη (A) συνάρτηση $f(x)$	Στήλη (B) ακρότατο
1. $f(x) = 3 - x^2$	α. μέγιστο 2
2. $f(x) = \sqrt{\frac{x}{2}} - 1$	β. μέγιστο 3
3. $f(x) = x + 1 - 3$	γ. ελάχιστο - 3
4. $f(x) = 2 - (x - 1)^2$	δ. ελάχιστο 0
	ε. μέγιστο - 2

5. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (A) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B)

Στήλη (A) συνάρτηση $f(x)$	Στήλη (B) γραφική παράσταση
1. $f(x) = x + 1$	α) 
2. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$	β) 
3. $f(x) = x x $	

4. $f(x) = \sqrt{x} + 1$



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΟΥ

Να συμπληρώσετε τα κενά με κατάλληλες λέξεις ή μαθηματικές εκφράσεις.

1. Το τετράγωνο της απόστασης των σημείων $A(\kappa, \lambda)$ και $B(\mu, \nu)$ δίνεται από τον τύπο $(AB)^2 = \dots\dots\dots$
2. Κάθε ευθεία παράλληλη στον άξονα $y'y$ τέμνει τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$ το πολύ $\dots\dots\dots$
3. Δύο σημεία συμμετρικά ως προς τον $y'y$ έχουν ίδια $\dots\dots\dots$ και αντίθετες $\dots\dots\dots$
4. Δίνεται, η συνάρτηση με τύπο $f(x) = -(x-1)(2-x)^2$. Να συμπληρώσετε τις συντεταγμένες των σημείων της γραφικής της παράστασης: $A(0, \dots)$, $B(\dots, 0)$, $\Gamma(\dots, 0)$, $\Delta(-2, \dots)$
5. Αν $A \subseteq B$ και $B \subseteq A$ τότε $\dots\dots\dots$ και αν $A \subseteq B$ και $B \subseteq \Gamma$ τότε $\dots\dots\dots$
6. Η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης έχει $\dots\dots\dots$ την αρχή $O(0, 0)$ του συστήματος συντεταγμένων.
7. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2|x| + 5$, $x \in \mathbb{R}$ βρίσκεται στο $\dots\dots\dots$ και $\dots\dots\dots$ τεταρτημόριο
8. Θεωρούμε τη συνάρτηση f η οποία είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

Τότε αν $0 < \alpha < \beta$, ο αριθμός $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$ είναι από τον αριθμό $f\left(\frac{1}{\beta}\right)$

9. Για τη συνάρτηση $f(x) = 3x - 2$ ισχύουν: το πεδίο ορισμού της είναι το το σύνολο τιμών της είναι το , είναι γνησίως , η γραφική της παράσταση τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία $A(\dots, \dots)$ και $B(\dots, \dots)$ αντίστοιχα. Έχει συντελεστή διεύθυνσης..... και δεν παρουσιάζει

10. Για τη συνάρτηση $f(x) = \alpha x^2$, $\alpha \neq 0$ ξέρουμε ότι

- i) η γραφική της παράσταση λέγεται με κορυφή το σημείο και άξονα συμμετρίας τον άξονα
- ii) Αν $\alpha < 0$ η f στο διάστημα $(-\infty, 0]$ είναι γνησίως και στο $[0, +\infty)$ είναι γνησίως ενώ στο σημείο $x_0 = 0$ παρουσιάζει το $f(0) = 0$
- iii) Αν $\alpha > 0$ η f στο διάστημα $(-\infty, 0]$ είναι γνησίως και στο $[0, +\infty)$ είναι γνησίως ενώ στο σημείο $x_0 = 0$ παρουσιάζει το $f(0) = 0$

11. Για τη συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha}{x}$, $\alpha \neq 0$ ξέρουμε ότι:

- i) έχει πεδίο ορισμού το και η γραφική της παράσταση λέγεται ισχύει $f(-x) = \dots$ οπότε η f είναι συνάρτηση , είναι συμμετρική ως προς έχει ασύμπτωτες τους
- ii) Αν $\alpha > 0$ η f στο διάστημα $(-\infty, 0)$ είναι γνησίως και στο $(0, +\infty)$ είναι γνησίως και δεν παρουσιάζει
- iii) Αν $\alpha < 0$ η f στο διάστημα $(-\infty, 0)$ είναι γνησίως και στο $(0, +\infty)$ είναι γνησίως και δεν παρουσιάζει

12. Να συμπληρώσετε το πεδίο ορισμού A των συναρτήσεων

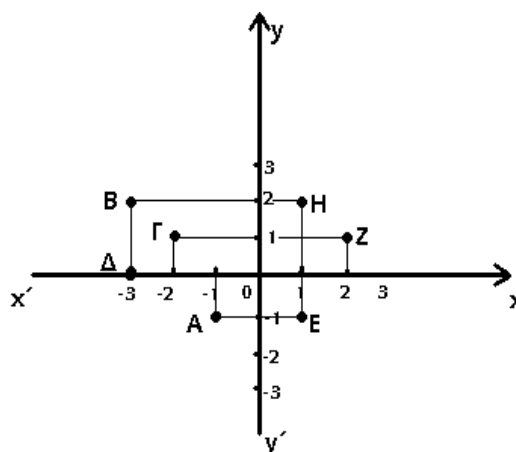
- α. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$ $A = \dots$
- β. $f(x) = \sqrt{|x| + x}$ $A = \dots$
- γ. $f(x) = \frac{x}{|x+1| - |x|}$ $A = \dots$
- δ. $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2x}$ $A = \dots$
- ε. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}}$ $A = \dots$

13. Να βρείτε σε ποια σημεία τέμνουν τους άξονες οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

Τύπος συνάρτησης	συντεταγμένες τομής με τον $x'x$	συντεταγμένες τομής με τον $y'y$
α. $f(x) = x - 2 - x + 1 $	$A(\dots, \dots)$	$B(\dots, \dots)$
β. $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2+1}}$	$A(\dots, \dots)$	$B(\dots, \dots)$
γ. $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-3}$	$A(\dots, \dots)$	$B(\dots, \dots)$
δ. $f(x) = \frac{ x }{x-1}$	$A(\dots, \dots)$	$B(\dots, \dots)$

14. Να ενώσετε τα κατάλληλα σημεία , ώστε να προκύψει η γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & , x < -1 \\ -1 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - 3 & , x > 1 \end{cases}$$

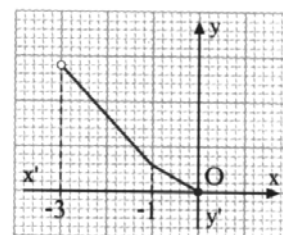


15. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις.

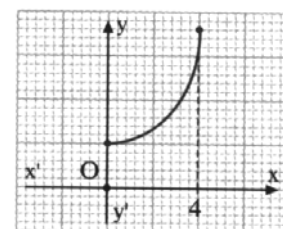
- i) Η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται άρτια αν ισχύει $-x \in A$ και $f(-x) = \dots\dots\dots$
- ii) Η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται περιττή αν για κάθε $x \in A$ ισχύει και $f(-x) = \dots\dots\dots$
- iii) Η συνάρτηση f στο διάστημα Δ λέγεται γνησίως φθίνουσα όταν για $x_1, x_2 \in \dots\dots\dots$ ισχύει αν $x_1 < x_2$, τότε $f(x_1) > f(x_2)$.
- iv) Για τη συνάρτηση $f(x) = -2x^2$ να συμπληρώσετε τον πίνακα.

x	$-\infty$	$\dots\dots\dots$	$+\infty$
$-2x^2$	$\dots\dots$	$\dots\dots\dots$	

16. Μια συνάρτηση είναι περιττή στο διάστημα $(-3, 3)$. Να συμπληρώσετε τη γραφική της παράσταση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



17. Μια συνάρτηση είναι άρτια στο διάστημα $[-4, 4]$. Να συμπληρώσετε τη γραφική της παράσταση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



18. Τα παρακάτω σημεία ανήκουν στη γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης. Να συμπληρώσετε τους αριθμούς που λείπουν: $(-1, -2)$, $(\frac{1}{2}, \frac{5}{8})$, $(0, \dots\dots)$, $(1, \dots\dots)$, $(\dots\dots, -\frac{5}{8})$.

19. Μια συνάρτηση f είναι περιττή στο πεδίο ορισμού της $\Delta = (-\infty, -3) \cup (\dots, +\infty)$.

i) Να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της f που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

ii) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις.

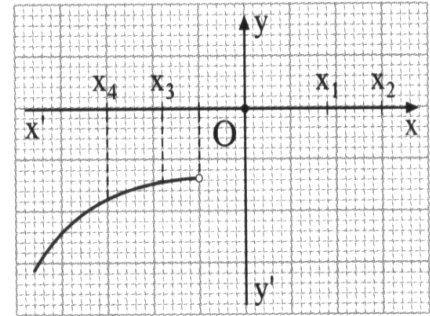
α) Όταν $x_1, x_2 \in (\dots, +\infty)$ με $x_1 < x_2$, είναι $f(x_1) \dots f(x_2)$.

β) Όταν $x_3, x_4 \in (-\infty, -3)$ με $x_3 \dots x_4$, είναι $f(x_3) \dots f(x_4)$.

γ) Όταν $x_3 \dots x_1$, τότε είναι $f(x_1) \dots f(x_3)$.

iii) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	-3	\dots	$+\infty$
$f(x)$				



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

1. Αν f συνάρτηση γνησίως αύξουσα με πεδίο ορισμού το R και $0 < \alpha < \beta$, να διατάξετε από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τις τιμές $f\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right), f(\alpha), f(\beta), f(0), f(\alpha - \beta), f\left(\frac{\alpha + 2\beta}{3}\right)$.

2. Αν $f(x) = x - \frac{1}{x}$ και $x \in (0,1)$ διατάξετε τους αριθμούς: $f(x), f\left(\frac{1}{x}\right), f(1)$

3. Αν $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ και $x \in (1,+\infty)$ διατάξετε τους αριθμούς: $f(x), f\left(\frac{1}{x}\right), f(1)$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της.

γ) Στη συνέχεια να βρείτε τα $f(2), f(0), f(1)$ και $f(-1)$

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{(x+2)^2} - 1$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$.

3. Δίνεται η συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ τέτοια ώστε για κάθε $x \in R$ να ισχύει η σχέση:

$$f(x+1) = 4x - 5 - 2f(3)$$

α) Να βρείτε το $f(3)$

β) Να βρείτε τον τύπο $f(x)$ της συνάρτησης.

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4$.

α) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της f τέμνει τους άξονες.

β) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

5. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ για την οποία :

α) οι ευθείες $y = 5x$ και $y = (\lambda + 1)x + 2$ είναι παράλληλες.

β) οι ευθείες $y = (\lambda + 2)x - 1$ και $y = \lambda x + 3$ είναι κάθετες.

6. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες οι ευθείες $(1 - \lambda)x + y = 0$ και $(1 - \lambda)x + (\lambda^2 + 1)y = 1$ είναι παράλληλες.

7. Να εξετάσετε ποιες από τις ακόλουθες συναρτήσεις είναι άρτιες και ποιες περιττές.

$$i) f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 9} \quad ii) f(x) = \frac{x}{x^2 - 1} \quad iii) f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$$

$$iv) f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1} \quad v) f(x) = \frac{x}{x^2 + 2} \quad vi) f(x) = \frac{-x}{x^2 + 3}$$

$$vii) f(x) = \frac{x^2}{x^3 - x} \quad viii) f(x) = \frac{2x}{x^2 + 3x} \quad xi) f(x) = \frac{4}{2 - x}$$

8. Να εξετάσετε ποιες από τις ακόλουθες συναρτήσεις είναι άρτιες και ποιες περιττές.

$$i) f(x) = \sqrt{2 - x^2} \quad ii) f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \quad iii) f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$iv) f(x) = x\sqrt{x^2 - 1} \quad v) f(x) = \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \quad vi) f(x) = |3 - x| + |x + 3|$$

9. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές.

$$i) f(x) = \begin{cases} -x^3, & \text{αν } x < 0 \\ x^3, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases} \quad ii) f(x) = \begin{cases} -x^4, & \text{αν } x < 0 \\ x^4, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$$

10. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τις συναρτήσεις:

$$i) f(x) = 3x + 1 \quad ii) f(x) = -2x + 3 \quad iii) f(x) = \sqrt{x}$$

$$iv) f(x) = \sqrt{1 - x} \quad v) f(x) = 2 - \sqrt{3 - x}$$

11. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία, σε καθένα από τα διαστήματα $(-\infty, 0)$ και $(0, +\infty)$ τις συναρτήσεις:

$$i) f(x) = \frac{1}{x} \quad ii) f(x) = x + \frac{1}{x} \quad iii) f(x) = \frac{1}{x} - x$$

12. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία την $f(x) = x(1 - x)$ στο διάστημα $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$.

13. Να βρείτε τα ακρότατα των συναρτήσεων:

$$i) f(x) = 2 - \sqrt{x - 1} \quad ii) f(x) = |x| + 1$$

$$iii) f(x) = |x - 1| \quad iv) f(x) = -|x| - 1$$

14. Να βρείτε τα ακρότατα των συναρτήσεων:

$$i) f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad ii) f(x) = \frac{-3}{x^2 + 2} \quad iii) f(x) = \frac{4}{|x| + 1}$$

15. Να βρείτε τα ακρότατα των συναρτήσεων:

i) $f(x) = -2x + 1$ όταν $x \in [-1, 3]$ ii) $f(x) = 3x - 1$ όταν $x \in [-2, 5]$

16. Να κάνετε τη μελέτη και την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x|x|$.

17. Μια περιττή συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} παρουσιάζει στο $x_0 = 1$ μέγιστο το $f(1) = 3$.

Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση αυτή παρουσιάζει και ελάχιστη τιμή, την οποία και να προσδιορίσετε.