

3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΜΕ ΔΥΟ ΑΓΝΩΣΤΟΥΣ

1. α) Ένα από τα παρακάτω ζεύγη αποτελεί λύση της εξίσωσης $x + 5y = 7$.
Ποιο; Κυκλώστε το.
Δ. $(-1, 1)$ Β. $(8, -\frac{1}{5})$ Γ. $(-1, \frac{1}{5})$ Δ. $(-\frac{1}{5}, 1)$ Ε. $(-8, -\frac{1}{5})$
β) Γράψτε δύο ακόμη ζεύγη που να είναι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης:
2. Δίνεται η εξίσωση $2x - 3y = 7$.
α) Μετασχηματίστε τη γραφή της έτσι ώστε να μπορείτε να υπολογίζετε τον άγνωστο y όταν γνωρίζετε τον άλλο άγνωστο x .
β) Μετασχηματίστε τη γραφή της έτσι ώστε να μπορείτε να υπολογίζετε τον άγνωστο x όταν γνωρίζετε τον y .
γ) Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να προσδιορίσετε το σημείο τομής της ευθείας $2x - 3y = 7$
- με τον άξονα x'
- με τον άξονα y'
3. Δίνεται η εξίσωση $y = -1$. Να γράψετε δύο λύσεις της υπό μορφή ζευγών.
Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά όλες της λύσεις της $y = -1$.
4. Δίνεται η εξίσωση $x = 4$. Να γράψετε δύο λύσεις της υπο μορφή ζευγών.
Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά όλες τις λύσεις της $x = 4$.
5. Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις: $2x + 2y = 16$ και $x + y = 8$ έχουν το ίδιο σύνολο λύσεων.
Ποια θα είναι η σχετική θέση των ευθειών που παριστάνουν αυτές οι δύο εξισώσεις;
6. Δίνεται η γραμμική εξίσωση $ax + by = 12$ (1)
α) Να προσδιοριστεί το a αν η ευθεία που παριστάνει η (1) τέμνει τον άξονα x' στο σημείο 3.
β) Να προσδιοριστεί το b αν η ευθεία που παριστάνει η (1) τέμνει τον άξονα y' στο -2.
γ) Για τη συγκεκριμένη εξίσωση που βρήκατε, προσδιορίζοντας τα a και b ,
να παραστήσετε γραφικά τις άπειρες λύσεις της.
δ) Να βρεθούν τα ζεύγη που επαληθεύουν την ίδια την εξίσωση και πληρούν τη σχέση $x + y = 4$.
7. Η εξίσωση $2x - y = 1$ δέχεται σαν γενική λύση ένα από τα παρακάτω ζεύγη:

A. $(κ, 2κ)$ B. $(κ, -\frac{κ}{2})$ Γ. $(κ, 2κ - 1)$ Δ. $(κ, κ+1)$ E. $(2κ, -κ)$

Ποιο; Κυκλώστε το.

ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕ ΔΥΟ ΑΓΝΩΣΤΟΥΣ

1. Επαληθεύστε ότι το σύστημα

$$x + 3y = 0$$

$$2x - 5y = 0$$

έχει ως λύση το ζεύγος $(0,0)$.

2. Βρείτε από μνήμης μια λύση του συστήματος:

$$5x + 2y = 7$$

$$2x + 3y = 5$$

3. Να λυθεί το σύστημα:

$$x = 2y - 8$$

$$x + 4y = 9$$

4. Να λυθεί το σύστημα:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 5$$

$$\frac{3x}{2} + \frac{3y}{3} = 22$$

5. Να λυθεί το σύστημα: $3(x - 4) + 2(y + 2) = -9$
 $(x - 5) - 4(y - 3) = 26$

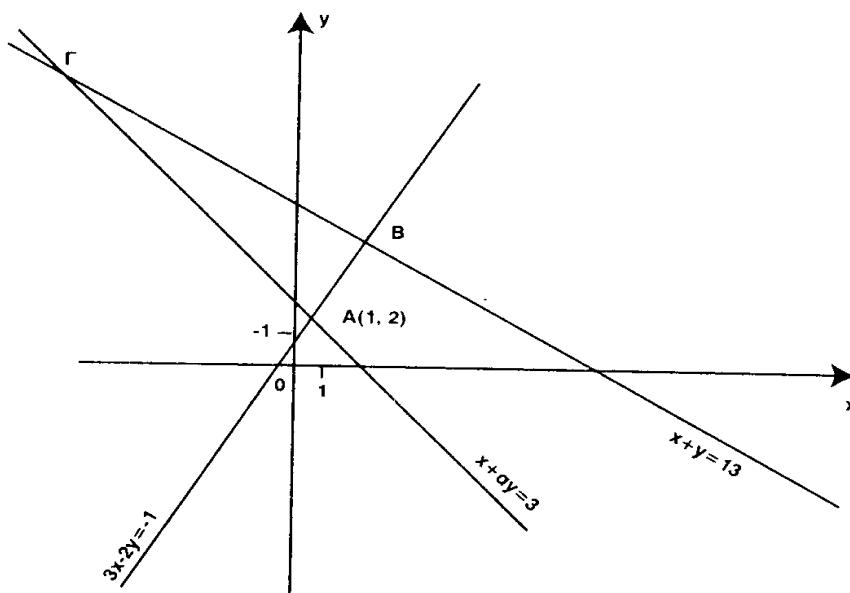
6. Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς α και β έτσι ώστε το σύστημα

$$\alpha x - y = -\beta$$

$$4x - y = \beta$$

να έχει λύση το ζεύγος $(5,23)$.

7. Οι ευθείες $x + \alpha y = 3$, $3x - 2y = -1$ και $x + 2y = 13$ τέμνονται ανά δύο όπως δείχνει το σχήμα.



α) Συμπληρώστε τις προτάσεις:

- οι συντεταγμένες του $A(x,y)$ είναι λύση του συστήματος.....
- οι συντεταγμένες του $B(x,y)$ είναι λύση του συστήματος.....
- οι συντεταγμένες του $\Gamma(x,y)$ είναι λύση του συστήματος.....

β) Με δεδομένο ότι το σημείο $(1,2)$ ανήκει στην ευθεία $x + \alpha y = 3$ να προσδιοριστεί ο αριθμός α

γ) Να προσδιοριστούν οι συντεταγμένες του σημείου Γ .

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΟΡΙΖΟΥΣΑΣ

1. Συμπληρώστε τα κενά :

A. $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$

B. $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \kappa \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$

Γ. $\begin{vmatrix} \kappa\alpha & \kappa\beta \\ -\beta & \dots \end{vmatrix} = \kappa\alpha^2 + \dots\dots\dots$

Δ. $\begin{vmatrix} \lambda\alpha & \alpha \\ \lambda\beta & \beta \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$

2. Αν $\lambda\nu \neq 0$ η ισότητα $\begin{vmatrix} \kappa & \mu \\ \lambda & \nu \end{vmatrix} = 0$ είναι ισοδύναμη με μια από τις παρακάτω ισότητες:

A. $\kappa\mu = \lambda\nu$

B. $\frac{\kappa}{\nu} = \frac{\mu}{\lambda}$

Γ. $\kappa\lambda = \mu\nu$

Δ. $\frac{\kappa}{\lambda} = \frac{\mu}{\nu}$

Ε. $\frac{\nu}{\kappa} = \frac{\lambda}{\mu}$

3. Δίνεται το σύστημα $\begin{matrix} \alpha x + \beta y = \alpha + 1 \\ x + y = 1 \end{matrix}$

α) Να υπολογίσετε τις D, D_x, D_y .

β) Αν $\beta - \alpha = 3$ να βρεθούν τα x, y με τη βοήθεια των παραπάνω οριζουσών.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

1. Το σύστημα $\begin{matrix} 2x - 3y = 7 \\ 2x - 3y = -10 \end{matrix}$

έχει λύση ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

2. Το σύστημα $\begin{matrix} 12x + 90y = 10 \\ 6x + 45y = 5 \end{matrix}$

πόσες λύσεις έχει; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3. Ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους δεν μπορεί να έχει δύο ζεύγη αριθμών ως λύσεις. Γιατί;

4. Να λυθεί το σύστημα : $\begin{matrix} (\lambda^2 + 1)x = 5 \\ x - y = 3 \end{matrix}$

5. Να λυθεί το σύστημα : $\begin{matrix} (1 - \lambda)y = 3 \\ x + 4y = -1 \end{matrix}$

6. Δίνεται το σύστημα : $\begin{matrix} \alpha x - y = -\beta \\ 4x - y = -3 \end{matrix}$

Βρείτε για ποιες τιμές των πραγματικών αριθμών α και β :

α) Το σύστημα δεν έχει λύση

β) Το σύστημα έχει άπειρες λύσεις.

7. Δίνεται το σύστημα: $2x + 5y = 0$
 $3x + 4y = 0$

α) Υπολογίστε την ορίζουσά του D

β) Το σύστημα αυτό έχει μια προφανή λύση. Ποια;

γ) Μπορεί το παραπάνω σύστημα να έχει άλλη λύση;

8. Να συμπληρώσετε καθένα από τα κενά με μία από τις παρακάτω φράσεις :

α) έχει μια λύση ,

β) έχει άπειρες λύσεις,

γ) είναι αδύνατο.

A. $0x + 0y = 0$

$0x + y = 0$

B. $0x + 0y = 1$

$0x + 5y = 7$

Γ. $0x + 0y = 9$

$0x + 0y = 0$

Δ. $x + 0y = 5$

$0x + y = 1$

9. Κάθε πρόταση της πρώτης στήλης να συνδεθεί με την κατάλληλη τιμή του λ που βρίσκεται στη δεύτερη στήλη.

Στήλη (A)	Στήλη (B)
1. Το σύστημα $x + 3y = 10$ $2x - \lambda y = 2$ είναι αδύνατο.	• $\lambda = 3$
2. Το σύστημα $x + 3y = \lambda - 1$ $2x + 6y = 4$ έχει άπειρες λύσεις.	• $\lambda = -6$
3. Η ορίζουσα $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ \lambda & -\lambda \end{vmatrix} = 15$	• $\lambda = 0$
4. Η γραμμική εξίσωση $\lambda x + \lambda(\lambda - 3)y = 4$ δεν παριστάνει ευθεία	• $\lambda = -3$
	• $\lambda = 2$
	• $\lambda = 1$

10. Το σύστημα $-3x + 2y = \alpha$ $\alpha \neq 0$
 $6x - 4y = \kappa \alpha$

δέχεται άπειρες λύσεις για μια από τις παρακάτω τιμές του κ :

A. 1 B. -2 Γ. 3 Δ. α E. 0

επιλέξτε την σωστή απάντηση.

11. Το σύστημα $3x + \alpha y = 6$
 $x + y = 8$

είναι αδύνατο όταν ο α είναι:

A. -3 B. 1 Γ. 0 Δ. 3 E. -1

12. Αν σ' ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους είναι:

$D \neq 0$ και $2Dx$ τότε ο x ισούται με:

- A. - 2 B. - 1 Γ. 0 Δ. 1 Ε. 2

13. Αν το σύστημα $kx+3y= - 9$

$$x - y=3$$

επαληθεύεται για δύο ζεύγη (x,y) τότε το k ισούται με:

- A. 3 B. 0 Γ. 1 Δ. 2 Ε. - 3

14. Συμπληρώστε τα κενά με μια εξίσωση:

α) Το σύστημα $2x+3y=8$

.....

είναι αδύνατο

β) Το σύστημα $x+2y=8$

.....

έχει λύση το ζεύγος $(2,3)$

γ) Το σύστημα $x+2y=5$

.....

έχει άπειρες λύσεις.

δ) Το σύστημα $2x - y=10$

$$2x - y=13$$

είναι

ε) Το σύστημα $2x+y=12$

.....

έχει λύση πάνω στη διχοτόμο της πρώτης γωνίας ενός ορθογωνίου συστήματος αξόνων.

στ) Το σύστημα $2x+5y=7$

.....

έχει για λύση ζεύγος αντιθέτων αριθμών.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΤΡΙΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕ ΤΡΕΙΣ ΑΓΝΩΣΤΟΥΣ

1. Να λυθούν τα συστήματα:

α) $x+y+z=0$

$$x+2y+3z=-5$$

$$x+4y+9z=-18$$

β) $x+y+z=4$

$$2x-y+z=8$$

$$x-3y-2z=1$$

γ) $2\alpha+\beta+\gamma=5$

$$\alpha+2\beta+\gamma=2$$

$$\alpha+\beta+2\gamma=1$$

δ) $x+4y+z=7$

$$x+4y-z=13$$

$$2x-y+2z=5$$

ε) $\alpha+\beta=10$

$$\beta+\gamma=25$$

$$\gamma+\delta=15$$

ζ) $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{\omega}{5}$

$$3x+y - \omega = 15$$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟ 3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. Δίνεται η εξίσωση $2y + x = 7$.
 - α) Να δείξετε ότι το ζεύγος $(-1, 4)$ είναι λύση αυτής της εξίσωσης.
 - β) Αν $x = 5$ να βρείτε $y = \dots\dots$ ώστε το ζεύγος $(5, y)$ να είναι λύση της εξίσωσης.
 - γ) Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά τις λύσεις της εξίσωσης $2y + x = 7$.

2. Δίνεται η εξίσωση $5x + y = 6$.
Αποδείξτε ότι το ζεύγος $(x = k, y = 6 - 5k)$, $k \in \mathbb{R}$ επαληθεύει την εξίσωση.

3. Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να σχεδιαστούν οι ευθείες που έχουν εξισώσεις τις:

α) $x = 2$	γ) $y = -\frac{1}{2}$
β) $y = 4$	δ) $x = y$

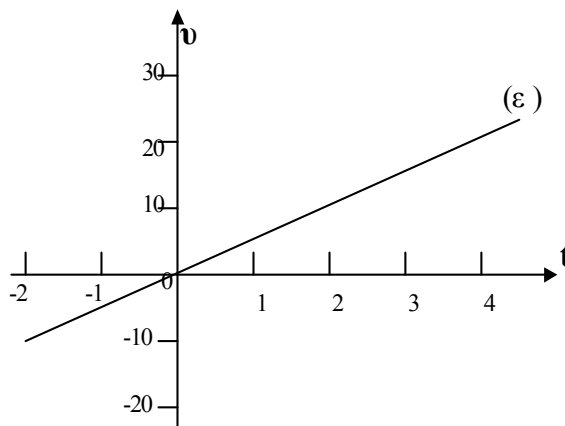
4. Όπως γνωρίζουμε, η εξίσωση $ax + by = \gamma$, όπου $a \neq 0$ ή $b \neq 0$ παριστάνει ευθεία.
Η εξίσωση $kx + (k + 1)y = 10$ παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματική τιμή του k ;
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

5. Δίνεται η εξίσωση $8x + 2y = 7$ (1)
 - α) Να γραφεί μια άλλη εξίσωση που να έχει τις ίδιες ακριβώς λύσεις με την (1).
 - β) Να γραφεί μια άλλη εξίσωση που να μην έχει καμία κοινή λύση με την (1).

6. Δίνεται η ευθεία ϵ με εξίσωση: $3x - 4y = 5$.
 - α) Να γραφεί η εξίσωση ευθείας ϵ_2 που να ταυτίζεται με την ϵ .
 - β) Να γραφεί η εξίσωση ευθείας ϵ_1 παράλληλης προς την ϵ .

7. Δίνεται η εξίσωση $v = 5t$ όπου v η ταχύτητα ενός κινητού, t ο αντίστοιχος χρόνος κίνησης και $5(m/sec^2)$ η επιτάχυνση.
 - α) Η ευθεία ϵ του διπλανού σχήματος παριστάνει γραφικά τις λύσεις της εξίσωσης $v = 5t$;
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
 - β) Πόση θα είναι η ταχύτητα του κινητού σε 4 sec από την εκκίνησή του;
 - γ) Εάν μετά από τα 4 sec το κινητό διατηρήσει ταχύτητά του σταθερή:
 - i) ποια εξίσωση θα δίνει την ταχύτητά του;
 - ii) να παρασταθούν γραφικά οι λύσεις αυτής της εξίσωσης στο παραπάνω σχήμα.

8. Οι x, y, λ είναι πραγματικοί αριθμοί και ισχύει: $x = 2 - 3\lambda$ και $y = 5 + 2\lambda$.
 - α) Να βρείτε τη σχέση που συνδέει τα x και y .



β) Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων, πού βρίσκονται τα ζεύγη (x, y) που επαληθεύουν την παραπάνω σχέση;

γ) Να γίνει γραφική παράσταση των ζευγών αυτών σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων.

9. Να λυθούν τα συστήματα:

α) $x=2$

$$2x-3y+7=0$$

β) $-3x-7y+13=0$

$$y=2$$

γ) i) $x+y=12$

$$x-y=4$$

δ) i) $y+2=5$

$$3x-y=9$$

ε) i) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 0$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{7} = 0$$

στ) i) $3x+2y=5$

$$7x+5y=12$$

ζ) i) $y=2x+5$

$$y=-2x+1$$

η) i) $\frac{x}{y} = 6$

$$\frac{x}{6} = 5$$

ii) $x+y=2,3$

$$x-y=2,7$$

ii) $x-y=0$

$$2x+3y=15$$

ii) $2x+3y=0$

$$2x-5y=0$$

ii) $4x+9y=-13$

$$6x+3y=-9$$

ii) $y=3x+5$

$$y=2x$$

ii) $x=16$

$$x+y=51$$

10. Να λυθούν με τη μέθοδο της αντικατάστασης τα συστήματα:

α) i) $x=3y-2$

$$3x-5y=13$$

β) i) $x+5y=18$

$$2x+7y=13$$

ii) $4x-5y=13$

$$y = \frac{1}{2}x + 3,4$$

ii) $4x-7y=24$

$$3x-y=-5$$

11. Να λυθούν με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών τα συστήματα:

α) i) $3x-4y=17$

$$-3x+8y=37$$

β) i) $2x-6y=35$

$$-4x+3y=11$$

ii) $5x-7y-47=0$

$$2x+7y-16=0$$

ii) $0,5x+0,2y=16$

$$1,5x+0,5y=23$$

12. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα με όποια μέθοδο θέλετε:

α) i) $5x-y=13$

$$-2x+3y=28$$

β) i) $7x-4y=23,7$

$$3x+5y=30,3$$

γ) i) $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 5$

$$\frac{3x}{2} + \frac{2y}{3} = 22$$

ii) $7x-4y=102$

$$5x+4y=42$$

ii) $5,5x-12y=44,65$

$$11,5x+7,5y=18,4$$

ii) $\frac{3x}{4} - \frac{5x}{3} = 0$

$$\frac{x}{10} - \frac{y}{15} = \frac{1}{6}$$

$$\delta) \text{ i) } 4x\sqrt{3} - 5y\sqrt{2} = 8$$

$$x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 1$$

$$\epsilon) \text{ i) } y = 3x - 13$$

$$y = 5x - 15$$

$$\text{ii) } \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = 2$$

$$\frac{x}{\sqrt{5}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = 5$$

$$\text{ii) } y = \frac{2}{3}x + 7$$

$$y = \frac{5}{2}x - 12$$

13. Στις επομενες ασκήσεις να γίνουν οι πράξεις, να φέρετε τις εξισώσεις στη μορφή $ax + by = \gamma$ και στη συνέχεια να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) 3(x - 4) + 2(y + 2) = -9$$

$$(x - 5) - 4(y - 3) = 26$$

$$\beta) \frac{x - 3}{14} = \frac{y - 0,5}{5}$$

$$3(x - 3) - 8(y - 0,5) = 1$$

$$\gamma) \frac{1}{6}(5x - 1) + 0,1(4y - 5x) = \frac{1}{4}(3y - 8x) - \frac{1}{3}(0,29)$$

$$\frac{1}{2}(y - 1) + \frac{1}{5}(3 - 2y) - \frac{1}{11}(x - 8) = 1,38$$

$$\delta) \frac{2x}{3} - 4 + \frac{y}{2} + x = 8 - \frac{3y}{4} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{y}{6} - \frac{x}{2} + 2 = \frac{1}{6} - 2x + 6$$

$$\epsilon) y = \frac{x}{4}$$

$$0,2(2x + 7y) - 1 = \frac{2}{3}(2x - 6y + 1)$$

14. Δίνεται το σύστημα: $5x + 8y = 91$

$$8x + 5y = 52$$

Προσθέστε κατά μέλη τις εξισώσεις του. Αφαιρέστε κατά μέλη τις εξισώσεις του.

Στη συνέχεια να λύσετε το σύστημα των δύο νέων εξισώσεων που προέκυψαν.

15. Να λύσετε το σύστημα: $4x - 5y = 27$

$$-3x + 4y = -27$$

(Ξεκινήστε με προσθεση κατά μέλη των εξισώσεών του).

16. Να λύσετε τα παρακάτω αυστήματα χρησιμοποιώντας τις ιδιοτητες των αναλογιών:

$$\alpha) \frac{x}{y} = \frac{8}{5}$$

$$2x + 3y = -9,3$$

$$\beta) \frac{x}{7} = \frac{y}{5}$$

$$x + y = 24$$

$$\gamma) \frac{x}{8} = \frac{y}{3}$$

$$x - y = 20$$

17. Να λύσετε με τη βοήθεια των οριζουσών τα συστήματα:

$$\alpha) x + y = 2$$

$$x - y = 1$$

$$\beta) -2x + y = 1$$

$$x + 2y = 0$$

$$\gamma) 2x + y = 3$$

$$4x + 2y = 6$$

$$\delta) 10x - 5y = 1$$

$$2x - y = \frac{1}{4}$$

$$\epsilon) 2x - 1 + \frac{1}{3}(3y - 2) + y = 2$$

$$x - 1 + y = 0$$

$$\sigma\tau) 2\alpha + \beta - 7 = 0$$

$$3\alpha - 5\beta = 4$$

$$\zeta) \frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{8\alpha - 5\beta}{12} = -\frac{21}{4}$$

$$2\alpha + \frac{\beta}{7} = -9$$

$$\theta) \frac{x-1}{x-2} + \frac{y+1}{y+3} = 2$$

$$2x - y = 7$$

$$\eta) 2(\kappa - 3\nu + 1) = 4\kappa - \nu - 205$$

$$\frac{3}{4}\kappa - \frac{5}{6}(\nu + 1) = \kappa - \frac{3}{5}\nu - 13$$

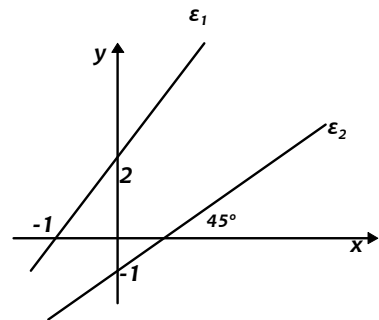
$$\iota) \frac{\alpha - 6}{\beta - 1} = 5$$

$$\frac{\alpha - 3}{\beta + 1} = \frac{3}{2}$$

18. Να προσδιοριστούν οι συντελεστές α και β στην εξίσωση $\alpha y + \beta y - 9 = 0$ εάν δοθεί ότι τα ζεύγη $(1, 1)$ και $(-1, 5)$ είναι λύσεις της εξίσωσης αυτής.

19. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$.

20. Να βρεθεί το σύστημα των εξισώσεων που έχουν γραφικές παραστάσεις τις ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ του διπλανού σχήματος. Μετά να βρεθεί το κοινό σημείο των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.



21. Να βρεθούν οι σχετικές θέσεις των παρακάτω ευθειών:

$$\varepsilon_1: 2x + 3y = 7$$

$$\varepsilon_2: -x + y = 4$$

$$\varepsilon_3: -2x + 2y = 5$$

22. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2^x - \kappa 3^x + \lambda$ με πεδίο ορισμού το Z .

$$\text{Να βρεθούν οι } \kappa, \lambda \text{ όταν } f(0) = 0 \text{ και } f(1) = \frac{11}{2}$$

23. Να λυθεί η εξίσωση: $|x - 3y + 1| + |2x + y - 5| = 0$

24. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε τα συστήματα Σ_1 και Σ_2 να είναι συγχρόνως αδύνατα:

$$\Sigma_1: \begin{cases} (\alpha - 1)x - \beta y = 2 \\ \alpha x + y = 0 \end{cases}$$

$$\Sigma_2: \begin{cases} x + 3y = 1 \\ -x + \alpha y = 2 \end{cases}$$

25. Δίνονται τα συστήματα:

$$\Sigma_1: \begin{cases} (\alpha + 1)x - \beta y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

$$\Sigma_2: \begin{cases} x + (\beta + 2)y = \alpha^2 + 1 \\ x - (\alpha - 1)y = \beta^3 \end{cases}$$

Δείξτε ότι αν το πρώτο έχει άπειρες λύσεις, τότε το δεύτερο είναι αδύνατο.

26. Δίνεται το σύστημα: $2x - 3y = 11 - \lambda$
 $x + 5y - \lambda = 7$, $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Αποδείξτε ότι το σύστημα έχει λύση για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό λ .

β) Υπολογίστε τα x και y .

γ) Για ποια τιμή του λ η λύση (x, y) που βρήκατε στο (β) επαληθεύει τη σχέση: $x + y = \frac{11}{13}$

27. Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις $x - y = -1$ και $\lambda x - y = -1$ αντίστοιχα, $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις σχετικές τους θέσεις για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

β) Να βρείτε το λ για το οποίο τέμνονται κάθετα.

γ) Για το λ που βρήκατε στο (β), να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από τις ευθείες και τον άξονα $x'x$.

28. Η λύση ενός συστήματος με αγνώστους x και y είναι: $x = 2t$, $y = 3t - 1$, $t \in \mathbb{R}$.

α) Για ποιες τιμές του $t \in \mathbb{R}$ οι λύσεις του συστήματος είναι θετικοί αριθμοί;

β) Υπάρχει γραμμή και ποια πάνω στην οποία βρίσκονται οι λύσεις του συστήματος;

29. Δίνεται το σύστημα: $(2\mu - 3)x + y = \mu + 4$

$$5\mu x - 3y = 3\mu + 2, \quad \mu \in \mathbb{R}$$

Να βρείτε το $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα να έχει λύσεις της μορφής $(x, y) = (10, t)$, $t \in \mathbb{R}$.

30. Να βρείτε τις λύσεις του συστήματος $2x - y = -z$

$$x + y = 3z + 2$$

αν ξέρουμε ότι x, y, z είναι ακέραιοι και επιπλέον ότι ο z είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης ακέραιου δια του 3.

31. Τα συστήματα: $\Sigma_1: x = 7 - 2\lambda$

$$y = -3 + \lambda, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$\Sigma_2: x = -5 + 4\mu$

$$y = -7 + 3\mu, \quad \mu \in \mathbb{R}$$

έχουν κοινή λύση το ζεύγος (x_0, y_0) .

Να υπολογίσετε τα λ και μ και στη συνέχεια να βρείτε τη λύση του συστήματος.

32. Δίνεται το σύστημα $x + 2y = 5$

$$3x + y = 5$$

$$2x - y = \alpha$$

i) Να οριστεί η τιμή της παραμέτρου α ώστε οι ευθείες που παριστάνουν οι πιο πάνω εξισώσεις να περνούν από το ίδιο σημείο.

ii) Αν $\alpha \neq 0$ δείξτε ότι οι παραπάνω ευθείες σχηματίζουν ορθογώνιο τρίγωνο.

33. Για ποιές τιμές των x και y η εξίσωση $x - 2y + 1 + \lambda(x - y) = 0$ αληθεύει για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό λ ;

34. Για ποιες τιμές του φυσικού αριθμού k το σύστημα: $x + ky = 3$

$$kx + 4y = 6$$

δέχεται μία λύση που είναι ζεύγος φυσικών αριθμών.

35. Σε ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x, y ισχύει $\begin{cases} D_x + D_y = D \\ D_x - D_y = 3D \end{cases}$

Αν το σύστημα έχει μοναδική λύση, να βρεθεί η λύση αυτή.

36. Σε ένα σύστημα δυο γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x, y ισχύει:

$$D_x^2 + D_y^2 = 2D_x D_y \quad \text{και} \quad D \neq 0$$

Αν $x + y = 6$, να βρεθούν τα x, y .

37. Σε ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x, y ισχύει:

$$D^2 + D_x^2 + D_y^2 = 4D + 2D_x - 5$$

α) Δείξτε ότι: $(D - 2)^2 + (D_x - 1)^2 + D^2 y = 0$.

β) Να βρεθούν τα x, y

38. Ένας φοιτητής ξοδεύει 5.000 δρχ. την ημέρα για φαγητό και ψυχαγωγία. Πόσα χρήματα μπορεί να ξοδέψει για φαγητό και πόσα για ψυχαγωγία;

- α) Γράψε μια πιθανή επιλογή του φοιτητή.
 β) Αν ξοδέψει για φαγητό 3.000 δρχ. πόσα μπορεί να ξοδέψει για ψυχαγωγία;
 γ) Αν ξοδέψει για ψυχαγωγία 4.000 δρχ. πόσα μπορεί να ξοδέψει για φαγητό;
 δ) Το ζεύγος (1500, 3500) είναι μια λύση του προβλήματος;
 ε) Γράψε υπό μορφή ζευγών τρεις ακόμη λύσεις του προβλήματος.
 στ) Αν ξοδέψει για φαγητό x δρχ. τότε για ψυχαγωγία πόσα μπορεί να ξοδέψει; $y = \dots - \dots$
 ζ) Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να σου δώσει όλες τις λύσεις του προβλήματος;
 η) Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να παραστήσεις γραφικά τις λύσεις που βρήκες στις ερωτήσεις β, γ, ε.

39. Ο Γιάννης είναι 5 χρόνια μικρότερος από τον Κώστα.

Πόσων χρόνων μπορεί να είναι ο καθένας;

- α) Γράψε μια πιθανή απάντηση για την ηλικία του καθενός.
 β) Γράψε δύο ζεύγη αριθμών που να είναι λύσεις του προβλήματος.
 γ) Αν η ηλικία του Γιάννη είναι x και του Κώστα y γράψε την εξίσωση που μπορεί να δώσει τις λύσεις του προβλήματος.
 δ) Ποια είναι η μικρότερη ακέραιη τιμή που μπορεί να πάρει ο x ;
 ε) Ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο y ;

40. Σ' ένα πορτοφόλι υπάρχουν 4200 δρχ. σε πενήντοδραχμα και εκατόδραχμα. Ποσα πενήντοδραχμα και πόσα εκατόδραχμα υπάρχουν στο πορτοφόλι ;

- α) Γράψε μια εξίσωση με δύο αγνώστους x και y που να λύνει το πρόβλημα.
 β) Το πρόβλημα αυτό έχει μία ή περισσότερες λύσεις; Δικαιολόγησε την απάντησή σου.
 γ) Είναι δυνατόν ο αριθμός των πενήντοδραχμων (x) να είναι ίσος με τον αριθμό των εκατόδραχμων (y);
 Αν ναι, πόσα θα είναι τα πενήντοδραχμα και πόσα τα εκατόδραχμα; Αν όχι, γιατί;
 δ) Είναι δυνατόν τα εκατόδραχμα να είναι τριπλάσια από τα πενήντοδραχμα;
 Αν ναι, πόσα θα είναι τα πενήντοδραχμα και πόσα τα εκατόδραχμα; Αν όχι, γιατί;

41. Ο Φοίβος ζητάει από το φίλο του τον Πάνο, που είναι φοιτητής του Πολυτεχνείου να του λύσει ένα πρόβλημα. Μεταξύ τους γίνεται ο εξής διάλογος:

Φοίβος - Όταν ήμουν για διακοπές στην Κρήτη νοίκισα ένα πετρελαιοκίνητο αυτοκίνητο για πέντε μέρες. Θυμάμαι τους όρους ενοικίασης, 10.000 δρχ. την ημέρα και 50 δρχ. το χιλιόμετρο, αλλά έχω ξεχάσει πόσα χιλιόμετρα έκανα και πόσα χρήματα πλήρωσα συνολικά. Μπορείς να μου τα βρεις;

Πάνος - Μ' αυτές τις πληροφορίες που μου δίνεις δεν μπορώ να τα βρώ γιατί έχω δύο αγνώστους x τα χιλιόμετρα που έκανες και y τα χρήματα που έδωσες.

Μ' αυτούς μπορώ να φτιάξω μια εξίσωση $50000 + 50x = y$ (1)

και από αυτήν μπορώ να σου βρω πολλές πιθανές λύσεις. Προσπάθησε να θυμηθείς κάτι ακόμη.

Φοίβος - Θυμήθηκα! Νοικιάζοντας αυτοκίνητο πετρελαιοκίνητο αντί για βενζινοκίνητο πλήρωσα 5.000 δρχ. λιγότερο.

Πάνος - Δεν μου φτάνει αυτό. Ψάξε να βρεις τους όρους ενοικίασης ενός βενζινοκίνητου αυτοκινήτου και θα σου λύσω το πρόβλημα.

Φοίβος - (μετά από τηλεφώνημα στο γραφείο ενοικιάσεων). Λοιπόν, 9.000 δρχ. την ημέρα και 60 δρχ. το χιλιόμετρο για το βενζινοκίνητο.

Πάνος - Με τις νέες πληροφορίες μπορώ να σου φτιάξω άλλη μια εξίσωση:

$40000 + 60x = y$ (2)

Μ' αυτές τις δύο εξισώσεις μπορώ να λύσω το πρόβλημα.

Ερωτήσεις:

- α) Με ποια δεδομένα και πώς έφτιαξε ο Πάνος την εξίσωση (1);
 β) Να εξηγήσετε την πρώτη απάντηση του Πάνου.
 γ) Να βρείτε δύο λύσεις της εξίσωσης (1).
 δ) Με ποια δεδομένα και πώς έφτιαξε ο Πάνος την εξίσωση (2);
 ε) Πόσες λύσεις έχει η εξίσωση (2);

στ) Να βρείτε δύο λύσεις της εξίσωσης (2).

ζ) Να εξηγήσετε την τελευταία φράση τον Πάνου:

«Μ' αυτές τις δύο εξισώσεις μπορώ να λύσω το πρόβλημα».

η) Να βρείτε γραφικά τη λύση του προβλήματος.

Υπόδειξη: Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων, στον άξονα των τετμημένων, αντιστοιχίστε 1cm σε 200 km και στον άξονα των τεταγμένων αντιστοιχίστε 1cm σε 20000 δρχ.

42. Δύο φίλοι Α και Β έχουν άθροισμα ηλικιών 35 χρόνια.

α) Μπορείτε να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός; Αν ναι, ποιες είναι οι ηλικίες τους;

Αν όχι γιατί;

β) Εάν σας έδιναν και ένα δεδομένο ακόμη: «Η διαφορά των ηλικιών των Α και Β είναι 5 χρόνια», πώς θα υπολογίζατε τις ηλικίες αυτές;

43. Σε μια βιοτεχνία επίπλων χρησιμοποιούν δύο τύπους ξύλου: καρυδιά και καστανιά. Η βιοτεχνία διαθέτει ένα απόθεμα 40 m³ καρυδιάς και 60 m³ καστανιάς για την κατασκευή γραφείων και βιβλιοθηκών. Οι ποσότητες ξύλου σε m³ που απαιτούνται για την κατασκευή ενός γραφείου και μιας βιβλιοθήκης είναι οι εξής:

	Καρυδιά m ³	Καστανιά m ³
Γραφείο	0,20	0,15
Βιβλιοθήκη	0,10	0,20

Πόσα γραφεία και πόσες βιβλιοθήκες μπορεί να φτιάξει η βιοτεχνία αυτή με το απόθεμα που διαθέτει;

Υπόδειξη: Ονόμασε x τον αριθμό των γραφείων και y τον αριθμό των βιβλιοθηκών. Γράψε μια εξίσωση για το απόθεμα της καρυδιάς και μια άλλη για το απόθεμα της καστανιάς.

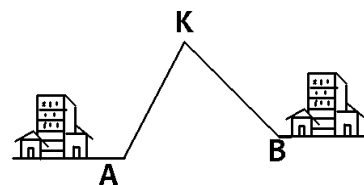
44. Στην οργάνωση μιας εκδρομής ενός Σχολείου της Αθήνας για την Πορταριά του Πηλίου οι μαθητές έθεσαν στον οδηγό τα ερωτήματα: Τι ώρα πρέπει να ξεκινήσουν και πόση είναι η απόσταση Αθήνα-

Πήλιο;

Ο οδηγός απάντησε: Εάν πάμε με ταχύτητα 60km/h θα φτάσουμε στις 13.00'. Εάν πάμε με 80km/h θα φτάσουμε στις 11.00'. Μπορείτε να βρείτε την απόσταση Αθήνας - Πορταριάς και την ώρα εκκίνησης του πούλμαν; (χρησιμοποιείστε τον τύπο $s = v \cdot t$).

45. Ένας ιδιώτης τοποθετεί ένα ποσό 1.350.000 δρχ. σε τράπεζι χωρίζοντάς το σε δύο μέρη. Το ένα μέρος του ποσού τοκίζεται με επιτόκιο 10% και το δεύτερο με επιτόκιο 8%. Να βρείτε καθένα απ' αυτά τα δύο μέρη αν γνωρίζετε ότι ο συνολικός ετήσιος τόκος είναι 130.500 δρχ.

46. Στο διπλανο σχήμα φαίνεται ο δρομος που συνδέει δύο πολεις Α και Β, οι οποίες είναι κτισμένες στους προποδες ενός λόφου. Ένας οδηγος κινείται σ' αυτο το δρομο. Όταν ανεβαίνει κρατάει σταθερή ταχύτητα 50km/h και όταν κατεβαίνει 75km/h. Για να μεταβεί από την πολη Α στην πολη Β θέλει 16 min και απο την πολη Β στην πολη Α 14 min.



α) Να γράψετε συναρτήσεϊ των αποστάσεων KA και KB το χρόνο των εξής διαδρομών:

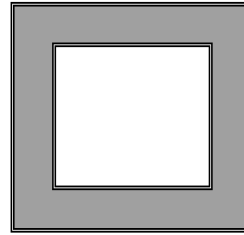
t_1 - της ανοδου απο το Α προς το Κ , t_2 - της καθοδου απο το Κ προς το Β

t_3 - της ανόδου από το Β προς το Κ , t_4 - της καθόδου απο το Κ προς το

β) Να υπολογίσετε τις αποστάσεις KA και KB

Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε τον τύπο $t = s/v$.

47. Δύο τετράγωνα με κέντρο O βρίσκονται το ένα μέσα στο άλλο. Η διαφορά των περιμέτρων τους είναι ίση με 40 m. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος είναι ίσο με 500 m^2 .



Ποσο είναι το εμβαδον του κάθε τετραγώνου;

48. Ο Μάριος, η Ελένη και ο Νίκος βγαίνουν απο ένα φούρνο οπου αγόρασαν κρουασάν και τυρόπιτες. Ένας φίλος τους ρωτάει: «Πόσο κάνει η τυρόπιτα και ποσο το κρουασάν»;
- Μάριος: Πλήρωσα 2.400 δρχ. για 4 κρουασάν και 6 τυρόπιτες.
 - Ελένη: Πλήρωσα 1050 δρχ. για 3 κρουασάν και 2 τυρόπιτες.
 - Νίκος: Πλήρωσα 1.200 δρχ. για 2 κρουασάν και 3 τυρόπιτες.
- α) Με μία μόνο από τις τρεις πληροφορίες μπορεί κανείς να υπολογίσει την τιμή κρουασάν και μιας τυρόπιτας; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- β) Με δύο οποιοσδήποτε από τις τρεις πληροφορίες μπορεί κανείς να υπολογίσει την τιμή κρουασάν και μιας τυρόπιτας; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- Υπόδειξη: Να παρατηρήσετε τις τρεις δυνατές περιπτώσεις.*
49. Σ' ένα γκαράζ υπάρχουν συνολικά 50 οχήματα, αυτοκίνητα και ποδήλατα. Αν όλα τα οχήματα, έχουν 164 ρόδες, πόσα αυτοκίνητα και πόσα ποδήλατα υπάρχουν στο γκαράζ;
50. Αν ο Μέγας Αλέξανδρος πέθαινε 9 χρόνια νωρίτερα, τότε ο χρόνος της βασιλείας του θα ήταν ίσος με το $1/8$ του χρόνου της ζωής του. Αν όμως πέθαινε 9 χρόνια αργότερα και εξακολουθούσε να βασιλεύει, τότε ο χρόνος της βασιλείας τον θα ήταν ίσος με το $1/2$ του χρόνου της ζωής του. Να βρεθεί ποσα χρονια έζησε ο Μέγας Αλέξανδρος και πόσα βασίλευσε.
51. Σ' ένα σύμπλεγμα αγαλμάτων που απεικονίζονται ο Ζήθος, ο αδελφος του Αμφίονας και η μητέρα τους, υπάρχει επιγραφή που δίνει την παρακάτω πληροφορία για την αξία των τριών αγαλμάτων με τα λόγια τον Ζήθου: «Εγώ, ο αδελφός μου και η μητέρα μου μαζί κοστίσαμε 26 μνας, ενώ εγώ και ο αδελφός μου μαζί 20 μνας. Αν πάρεις το $1/3$ της δικής μου αξίας και το $1/4$ της αξίας τον Αμφίονα, θα έχεις την αξία του αγάλματος της μητέρας μας». Πόσο κοστισε καθένα απο τα τρία αγάλματα;
52. Σε μια κάλπη βρίσκονται 100 ψηφοδέλτια δύο συνδικαλιστικών φορέων A και B . Αν προστεθούν στην κάλπη 3 ψηφοδέλτια του A συνδικαλιστικού φορέα και 2 του B συνδικαλιστικού φορέα τότε τα ψηφοδέλτια του A θα είναι διπλάσια των ψηφοδελτίων του B . Ποσα ψηφοδέλτια κάθε συνδικαλιστικού φορέα υπήρχαν αρχικά στην κάλπη;
53. Κάποιος μοιράζει με διαθήκη ένα ποσό σε τρεις ανηψιούς τον A , B , Γ άνισα, ανάλογα προς τούς αριθμούς 7, 6 και 5. Στη συνέχεια, με μια δεύτερη διαθήκη, αλλάζει τα μερίδια και διανέμει το ποσό ανάλογα προς τους αριθμούς 6, 5 και 4.
- α) Ποιος απο τους κληρονομους κερδίζει με τη νέα μοιρασιά; Ποιος χάνει;
- β) Ένας από τους κληρονομους κερδίζει με τη δεύτερη μοιρασιά 6.000 δρχ. περισσότερο απ' ότι κερδίζει με την πρώτη. Πόση ήταν η κληρονομιά και ποσο κάθε μερίδιο με τη δεύτερη μοιρασιά;
54. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η εξωτερική της γωνίας A είναι 120° και η διαφορά των γωνιών B και Γ είναι 30° ($B > \Gamma$). Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου.
55. Οι δίσκοι μιας δισκοθήκης ενός μαθητή τοποθετούνται από τον ίδιο σε τρεις φακέλους για να μεταφερθούν στο σχολείο του όπου θα γίνει μια μουσική εκδήλωση. Ο 1^{ος} και ο 2^{ος} φάκελος περιέχουν 40 δίσκους, ο 2^{ος} και ο 3^{ος} φάκελος περιέχουν 50 δίσκους και ο 1^{ος} και ο 3^{ος} φάκελος περιέχουν 30 δίσκους. Πόσους δίσκους έχει ο κάθε φάκελος;

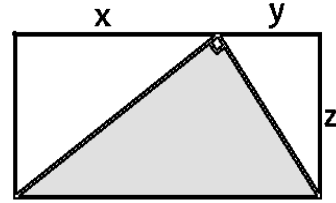
56. Να βρεθεί τριψήφιος αριθμός αν:

α) το άθροισμα των ψηφίων του είναι 24.

β) ο αριθμός ελαττώνεται κατά 9 στην περίπτωση που αλλάξει η θέση των δύο τελευταίων ψηφίων του.

γ) ο αριθμός ελαττώνεται κατά 90 στην περίπτωση που αλλάξει η θέση των δύο πρώτων ψηφίων του.

57. Στο διπλανό σχήμα γνωρίζουμε την περίμετρο του ορθογωνίου που είναι 36 cm και ότι τα μήκη x , y , z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 4, 2, 3 αντίστοιχα. Να βρεθούν οι πλευρές και το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου ορθογωνίου τριγώνου.



58. Το παρακάτω μαγικό τετράγωνο το συμπληρώνουμε με τους αριθμούς 1 έως 9 έτσι ώστε κάθε αριθμός χρησιμοποιείται μόνο μια φορά και κάθε γραμμή, κάθε στήλη και κάθε διαγώνιος δίνει το άθροισμα Σ .

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

Δείξτε ότι:

i) $\Sigma = 15$

ii) Το κεντρικό τετράγωνο x_5 περιέχει τον αριθμό 5.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΥΠΟΥ «ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ »

- | | | |
|---|---|---|
| 1. Η ευθεία $y=5$ είναι κάθετη στον άξονα $y'y$. | Σ | Λ |
| 2. Η ευθεία $x=-2$ είναι παράλληλη προς τον άξονα $x'x$. | Σ | Λ |
| 3. Οι ευθείες $x=k$ και $y=a$ είναι κάθετες μεταξύ τους. | Σ | Λ |
| 4. Οι ευθείες $x=k$ και $y=\lambda x$, $\lambda \neq 0$ είναι παράλληλες. | Σ | Λ |
| 5. Το σημείο $(2, 2)$ ανήκει στην ευθεία με εξίσωση $x=2$. | Σ | Λ |
| 6. Το σύστημα $ax+by=0$
$kx+ly=0$
έχει για λύση το $(0, 0)$. | Σ | Λ |
| 7. Το σύστημα $0x+0y=0$
$0x+0y=5$
είναι αδύνατο. | Σ | Λ |
| 8. Το σύστημα $3x-\beta y=\alpha$
$\beta x+3y=\gamma$
έχει πάντα λύση. | Σ | Λ |
| 9. Η εξίσωση $kx+(k+1)y=\gamma$ παριστάνει πάντα ευθεία. | Σ | Λ |
| 10. Κάθε σημείο της ευθείας $y=x$ ισαπέχει από τους άξονες | Σ | Λ |
| 11. Αν το σύστημα δύο εξισώσεων που παριστάνουν ευθείες είναι αδύνατο, οι ευθείες είναι παράλληλες. | Σ | Λ |
| 12. Οι ευθείες $2x+3y=5$ και $4x+6y=10$ ταυτίζονται | Σ | Λ |
| 13. Αν $D=D_x=D_y=0$ το σύστημα είναι αδύνατο. | Σ | Λ |
| 14. Αν $(D-1)^2+(2D-2)^2$, το σύστημα έχει μοναδική λύση | Σ | Λ |
| 15. Αν $D^2+(D_x-1)^2=0$, το σύστημα είναι αδύνατο. | Σ | Λ |
| 16. Αν $ D + 5-D_x =0$, το σύστημα είναι αδύνατο. | Σ | Λ |
| 17. Ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους μπορεί να έχει ακριβώς δύο λύσεις. | Σ | Λ |
| 18. Δύο ευθείες που οι εξισώσεις τους αποτελούν σύστημα με ορίζουσα | | |

- διαφορά του μηδενός, μπορεί να είναι παράλληλες Σ Λ
19. Δύο ευθείες που οι εξισώσεις τους αποτελούν σύστημα με ορίζουσα μηδέν πάντα ταυτίζονται Σ Λ
20. Αν $\alpha' \cdot \beta' \neq 0$ και η ορίζουσα D του συστήματος

$$\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$$
είναι μηδέν, τότε $\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\beta}{\beta'}$ Σ Λ
21. Αν $\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 = 0$, το σύστημα $\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y = 0 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = 0 \end{cases}$
δέχεται άπειρες λύσεις. Σ Λ
22. Αν $\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 = 0$, το σύστημα $\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y = 0 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = 8 \end{cases}$
δέχεται άπειρες λύσεις. Σ Λ
23. Υπάρχουν τιμές των α και β για τις οποίες το σύστημα $\begin{cases} x + y = 0 \\ \alpha x + \beta y = 0 \end{cases}$
δέχεται πάντοτε άπειρες λύσεις. Σ Λ
24. Τα συστήματα $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ και $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y + z = 1 + z \end{cases}$
είναι ισοδύναμα. Σ Λ
25. Το σύστημα $\begin{cases} x + y^2 = 1 \\ x - y^2 = 3 \end{cases}$
δεν είναι γραμμικό. Σ Λ
26. Αν ο κ είναι αριθμός περιττός, τότε η τιμή της ορίζουσας $A = \begin{vmatrix} 1998 & -1999 \\ \kappa & 2000 \end{vmatrix}$
είναι άρτιος αριθμός. Σ Λ
27. Το σύστημα $\begin{cases} x + 0y = 7 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$
έχει μοναδική λύση $(x, y) = (7, 0)$. Σ Λ
28. Το σύστημα $x - y = y - z = z - x = 1$ δεν είναι αδύνατο. Σ Λ
29. Υπάρχουν τιμές της παραμέτρου λ ώστε το σύστημα $\begin{cases} 1997x + \lambda y = 1998 \\ -\lambda x + 1999y = 2000 \end{cases}$ να γίνεται αδύνατο. Σ Λ
30. Αν το σύστημα $\begin{cases} \alpha x + \beta y = 0 \\ \beta x + \alpha y = 0 \end{cases}$
έχει πάντα άπειρες λύσεις, τότε είναι πάντα $\alpha = -\beta$ Σ Λ
31. Κάθε γραμμική εξίσωση $\alpha x + \beta y = \gamma$ με $\alpha, \beta \neq 0$ έχει άπειρο πλήθος λύσεων. Σ Λ

32. Η εξίσωση $y - 2 = 0$ παριστάνει ευθεία κάθετη στον άξονα $x'x$. Σ Λ
33. Η εξίσωση $x = -1$ παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $y'y$. Σ Λ
34. Η εξίσωση $x + 3 = 0$ παριστάνει γραφική παράσταση συνάρτησης. Σ Λ
35. Η ευθεία $x - 3y = 1$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(1,0)$. Σ Λ
36. Η ευθεία $(\alpha - 1)x + (\alpha + 2)y = \beta$ παριστάνει πάντοτε ευθεία. Σ Λ
37. Η εξίσωση $y = \alpha x$, $\alpha \neq 0$ παριστάνει ευθεία της οποίας κάθε σημείο
ισαπέχει από τους άξονες. Σ Λ
38. Στο σύστημα $\begin{matrix} \alpha_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{matrix}$
όταν $D = D_x = D_y = 0$ είναι πάντα αόριστο. Σ Λ
39. Αν για το 2×2 σύστημα ισχύει:
 $D^2 + 2D + 1 + (4D^2 + 8D + 4) = 0$ τότε το σύστημα έχει πάντα λύση. Σ Λ
40. Το σύστημα $\begin{matrix} 0x + 0y = 2 \\ 0x + 0y = 0 \end{matrix}$
είναι αόριστο. Σ Λ
41. Το σύστημα $\begin{matrix} \alpha x + y = \gamma \\ -x + \alpha y = \gamma \end{matrix}$
έχει μοναδική λύση. Σ Λ
42. Στο σύστημα $\begin{matrix} \alpha_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{matrix}$
με $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 0$ και γ_1 ή $\gamma_2 \neq 0$ είναι αδύνατο. Σ Λ
43. Το ομογενές σύστημα 2×2 $\begin{matrix} \alpha_1 x + \beta_1 y = 0 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = 0 \end{matrix}$
δεν γίνεται ποτέ αδύνατο. Σ Λ
44. Αν για το 2×2 σύστημα (Σ) ισχύει: $|D_x + 2| + |D| = 0$
τότε το (Σ) είναι αδύνατο. Σ Λ
45. Αν για το 2×2 σύστημα (Σ) ισχύει: $|D^2 - 4D + 4| + |D| = 0$
τότε το (Σ) είναι αόριστο. Σ Λ
46. Όταν το σύστημα $\begin{matrix} \alpha_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{matrix}$
είναι αδύνατο με $\alpha_1, \alpha_2 \neq 0$ τότε οι ευθείες που παριστάνουν οι δύο
εξισώσεις είναι παράλληλες. Σ Λ
47. Όταν στο σύστημα $\begin{matrix} \alpha_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{matrix}$
η ορίζουσα D είναι διάφορη του μηδενός τότε οι ευθείες που παριστάνουν
οι δύο εξισώσεις τέμνονται. Σ Λ

48. Το σύστημα $x+y=y+\omega=\omega+x=-1$ είναι αδύνατο. Σ Λ
49. Αν στο σύστημα $\alpha_1x+\beta_1y=0$
 $\alpha_2x+\beta_2y=0$
η ορίζουσα $D=0$ τότε δέχεται άπειρες και μη μηδενικές λύσεις. Σ Λ
50. Το σύστημα $0x+y=5$
 $x-2y=0$
έχει μοναδική λύση την $(x,y)=(0,5)$. Σ Λ
51. Στο σύστημα $(\alpha+1)x-y=1821$
 $x+(\alpha+1)y=1822$
υπάρχουν τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε να γίνεται αδύνατο. Σ Λ
52. Οι ευθείες με εξισώσεις $x-2y=3$ και $2x-4y=6$ ταυτίζονται. Σ Λ
53. Το σύστημα $x+(\alpha-1)y=0$
 $x+(\alpha-1)y=0$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$, δέχεται άπειρες μη μηδενικές λύσεις. Σ Λ
54. Το σύστημα $x^2+y^2=1$
 $x-y=2$ είναι γραμμικό. Σ Λ
55. Τα συστήματα $x-y=y-\omega=1$ και $\begin{cases} x-y=1 \\ x-2y=2 \end{cases}$ είναι ισοδύναμα. Σ Λ
56. Αν στο γραμμικό σύστημα $2x2$ ισχύει $D=0$ τότε το σύστημα μπορεί να έχει δύο λύσεις. Σ Λ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ

1. Σημειώστε δίπλα σε κάθε σύστημα την κατάλληλη έκφραση:
α) είναι αδύνατο, β) έχει άπειρες λύσεις, γ) έχει μία και μοναδική λύση.

Σ_1	$0x+y=0$ $x+0y=0$	
Σ_2	$0x+0y=5$ $0x+2y=3$	
Σ_3	$0x+y=7$ $0x+y=2$	
Σ_4	$0x+0y=0$ $0x+5y=0$	
Σ_5	$x+0y=-3$ $0x+y=-3$	
Σ_6	$0x+0y=0$ $0x+0y=12$	

2. Για τις ορίζουσες D, D_x, D_y του συστήματος

$$ax + by = \gamma$$

$$4x + \beta_1 y = \gamma_1, \quad \alpha, \beta, \gamma, \beta_1, \gamma_1 \in \mathbb{R}$$

ισχύουν κατά περίπτωση οι σχέσεις που αναγράφονται στη στήλη Α.

Συμπληρώστε τη στήλη Β με μία από τις παρακάτω φράσεις:

α) είναι αδύνατο, β) έχει άπειρες λύσεις, γ) έχει μία και μοναδική λύση.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
1. $D - 3 = 0$	
2. $ D + D_x + D_y = 0$	
3. $D = 0$ και $ D_x + D_y \neq 0$	
4. $ D - 2 = 0$	
5. $D^2 + (D_y + 1)^2 = 0$	

3. Να συμπληρώσετε τα κενά με κατάλληλες λέξεις ή μαθηματικές εκφράσεις .

α) Το σύστημα $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ έχει μοναδική λύση την $(x,y) = (3, -2)$

β) Το σύστημα $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ είναι αδύνατο

γ) Το σύστημα $\begin{cases} 3x + y = -2 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ είναι αόριστο

δ) Το σύστημα $\begin{cases} 4x - 3y = -14 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ έχει λύση πάνω στη διχοτόμο της 2^{ης} γωνίας των αξόνων.

ε) Το σύστημα $\begin{cases} x + 4y = 10 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ έχει λύση ζεύγος ίσων αριθμών.

ζ) Στο σύστημα $\begin{cases} x + (\lambda - 2)y = \lambda + 2 \\ (\lambda + 1)x - 2y = 2 \end{cases}$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ να βρείτε, αν υπάρχουν, τις

λύσεις του συστήματος.

i) Αν $\lambda = 2$ τότε $x = \dots$ και $y = \dots$

ii) Αν $\lambda = -1$ τότε $x = \dots$ και $y = \dots$

iii) Αν $\lambda = 1$ τότε το σύστημα $\dots\dots\dots$

iv) Αν $\lambda = 0$ τότε το σύστημα $\dots\dots\dots$

η) Για τις ορίζουσες D, D_x, D_y του συστήματος $\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{cases}$ όπου $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}$

i) $|D| + |D_x| + |D_y| = 0$ και $\alpha \neq 0$, τότε το σύστημα $\dots\dots\dots$

ii) $D^2 - 2D + 1 + |D_y| = 0$, τότε το σύστημα έχει $\dots\dots\dots$

iii) $|D| + |D_x| = 0$, τότε το σύστημα είναι $\dots\dots\dots$

iv) $D + 1 = 0$ και $|D_x - 2| = 0$, τότε το σύστημα έχει $\dots\dots\dots$

v) $D^2 + (D_x^2 - 2D_x + 1) + (D_y^2 - 4D_y + 4) = 0$, τότε το σύστημα είναι $\dots\dots\dots$

vi) $|D| + |D_x| + D_y = 0$, τότε το σύστημα είναι $\dots\dots\dots$

θ) Για τους συντελεστές $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}$ του συστήματος $\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{cases}$ ισχύουν:

i) $\alpha_1 = \alpha_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ και β_1 ή $\beta_2 \neq 0$ δηλαδή $\begin{cases} 0x + \beta_1 y = 0 \\ 0x + \beta_2 y = 0 \end{cases}$

τότε το σύστημα $\dots\dots\dots$

ii) $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = \gamma_1 = 0$ και $\gamma_2 \neq 0$ δηλαδή
$$\begin{cases} 0x + 0y = 0 \\ 0x + y = \gamma_2 \end{cases}$$

τότε το σύστημα

iii) $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \gamma_1 = 0$ και $\beta_2 \neq 0$ δηλαδή
$$\begin{cases} 0x + 0y = 0 \\ 0x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{cases}$$

τότε το σύστημα

iv) $\alpha_1 = \beta_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ και $\alpha_2, \beta_1 \neq 0$ δηλαδή
$$\begin{cases} 0x + \beta_1 y = 0 \\ \alpha_2 x + 0y = 0 \end{cases}$$

τότε το σύστημα

v) $\alpha_1 = \beta_1 = \beta_2 = 0$ και $\alpha_2, \gamma_1, \gamma_2 \neq 0$ δηλαδή
$$\begin{cases} 0x + 0y = 0 \\ \alpha_2 x + 0y = \gamma_2 \end{cases}$$

τότε το σύστημα

vi) $\alpha_1 = \beta_2 = 0$ και $\alpha_2, \beta_1, \gamma_1, \gamma_2 \neq 0$ δηλαδή
$$\begin{cases} 0x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + 0y = \gamma_2 \end{cases}$$

τότε το σύστημα

vii) $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = \gamma_2 = 0$ και $\gamma_1 \neq 0$ δηλαδή
$$\begin{cases} 0x + 0y = \gamma_1 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases}$$

τότε αναγκαστικά $D = D_x = D_y = 0$ και το σύστημα

viii) $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ δηλαδή
$$\begin{cases} 0x + 0y = 0 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases}$$

τότε το σύστημα

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Κυκλώστε τη σωστή απάντηση:

1. Οι ευθείες $y - x = 1$ και $x + y = 1$ τέμνονται στο σημείο:

- A. (0, -1) B. (-1, 0) Γ. (0, 1) Δ. (0, 0) E. (1, 0)

2. Η ευθεία $-2x = 6$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο:

- A. (0, 3) B. (3, 0) Γ. (0, -3) Δ. (-3, 0) E. (-3, 3)

3. Οι ευθείες $x = 3$ και $y = -2$ τέμνονται στο σημείο:

- A. (3, 0) B. (0, -2) Γ. (3, -2) Δ. (-2, 3) E. (-3, 2)

4. Αν το σύστημα $-3x + 2y = \alpha$

$$6x - 4y = \kappa \quad \kappa, \alpha \in \mathbb{R}^*$$

έχει άπειρες λύσεις, το κ παίρνει μια από τις τιμές:

- A. 0 B. 1 Γ. 2 Δ. -2 E. -1

5. Αν το σύστημα $2x + \kappa y = 0$

$$6x + 9y = 3$$

είναι αδύνατο, το κ ισούται με:

- A. 3 B. -3 Γ. 0 Δ. οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό E. 2

6. Αν το σύστημα $\alpha x + 3y = -9$

$$2x - y = 3$$

επαληθεύεται για δύο ζεύγη τιμών των x, y , τότε το α ισούται με:

- A. -2 B. 3 Γ. -9 Δ. -6 E. 0

7. Αν οι ευθείες $y = 3$ και $y = 2x + \kappa$ τέμνονται στο σημείο $M(-1, 3)$, το κ ισούται με:

A. 1 B. - 1 Γ. 5 Δ. - 5 Ε. 3

8. Αν η εξίσωση $kx+k(k+1)y=\gamma$ παριστάνει ευθεία, πρέπει οπωσδήποτε το k να είναι:
 A. $k \neq 1$ B. $k=1$ Γ. $k=0$ Δ. $k \neq 0$ Ε. οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός

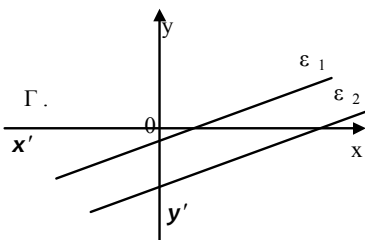
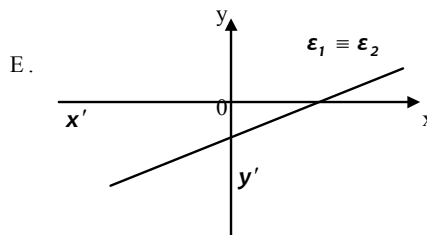
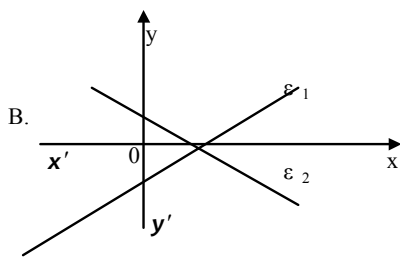
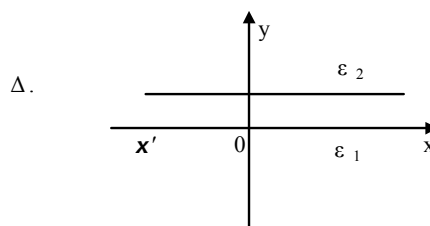
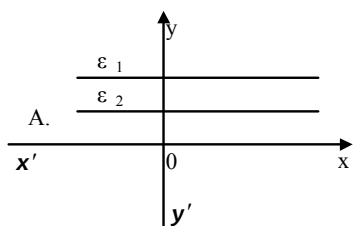
9. Αν $D_x+D_y=D$, $D \neq 0$ και $x=y$, τότε η λύση του συστήματος είναι:
 A. (1,1) B. (1/2, 1/2) Γ. (-1,-1) Δ. (0,0) Ε. (-2,-2)

10. Αν $D \neq 0$ και $D=D_x$, $D=2D_y$, τότε η λύση του συστήματος είναι:
 A. (1, 1) B. (1, 1/2) Γ. (-1, 1/2) Δ. (1, -1/2) Ε. (-1, -1)

11. Αν $D^2 + |D_x - 5| = 0$ τότε για το σύστημα ισχύει:
 A. έχει λύση το ζεύγος (5, 0) B. έχει λύση το ζεύγος (-5,0) Γ. έχει άπειρες λύσεις
 Δ. είναι αδύνατο Ε. δεν μπορούμε να απαντήσουμε

12. Ένα κινητό σημείο κινείται πάνω στην ευθεία $y=2$. Ένα δεύτερο κινείται ευθύγραμμα απο το σημείο $M(3,0)$ προς το $O(0,0)$. Τα σημεία αυτά:
 A. θα συναντηθούν στο $O(0,0)$ B. θα συναντηθούν σε κάποιο σημείο του $x'x$
 Γ. θα συναντηθούν σε κάποιο σημείο του $y'y$ Δ. δεν θα συναντηθούν ποτέ
 Ε. θα συναντηθούν στο σημείο (0, 2)

13. Δύο ευθείες ϵ_1, ϵ_2 που οι εξισώσεις τους αποτελούν σύστημα με ορίζουσα D για την οποία ισχύει $D^3 - 8=0$ έχουν σχετική θέση:



14. Αν το σύστημα $2x+ky=1$
 $x+y=2$, $k \in R$
 είναι αδύνατο, τότε το σύστημα:
 $x+y=1$
 $2x+ky=2$ είναι:

A. αδύνατο B. έχει μοναδική λύση την $(1, 1)$ Γ. άοριστο Δ. έχει μοναδική λύση την $(0, 1)$
 E. δεν μπορούμε να απαντήσουμε

15. Η ανίσωση $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} > 0$ αληθεύει για:

A. $x < -2$ B. $x < 0$ Γ. $x > 2$ Δ. $x < 2$ E. για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό

16. Αν στο σύστημα $\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y = 0 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = 7 \end{cases}$ είναι $\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2 = 0$ τότε:

A. το σύστημα έχει λύση μόνο τη μηδενική $(0, 0)$
 B. το σύστημα έχει άπειρες λύσεις και τη μηδενική
 Γ. το σύστημα είναι αδύνατο
 Δ. το σύστημα έχει μια μόνο λύση διάφορη της μηδενικής $(0, 0)$
 E. δεν μπορούμε να συμπεράνουμε κάτι για τη λύση του.

17. Το σύστημα $\begin{cases} ax - y = 0 \\ x + ay = 0 \end{cases}$

έχει λύση:

A. $(x, y) = (\frac{1}{\alpha}, 0)$ B. μόνο την $(x, y) = (0, 0)$
 Γ. άπειρες λύσεις Δ. είναι αδύνατο
 E. δεν μπορούμε να συμπεράνουμε κάτι για τη λύση του

18. Για ποια τιμή του λ η εξίσωση $x + y + 3\lambda - 6 = 0$ έχει λύση σημείο της ευθείας $y = -x$:

A. 2 B. -2 Γ. 0 Δ. -1 E. 1

19. Αν $x + y = \gamma$ και $x = y$ ποια από τις παρακάτω ισότητες δεν είναι αληθής:

A. $2x + 2y = 2\gamma$ B. $x - y = 0$ Γ. $x - \gamma = y - \gamma$ Δ. $x = \frac{\gamma}{2}$ E. $\gamma - y = 2x$

20. Ποια από τις παρακάτω περιπτώσεις δίνει γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους;

A. $(x + y = 3)$ ή $(2x - y = 7)$
 B. Αν $x = 3y$ τότε $2x - y = 9$
 Γ. $(x + y + 1)(x - 2y) = 0$
 Δ. $(x + 2y = 8)$ και $(x - y = 12)$
 E. $\frac{2x - y + 1}{x + y} = \frac{5}{2}$

21. Η παράσταση $|x - 1| + |x + y - 3|$ παίρνει την ελάχιστη τιμή της όταν:

A. $x = 1$ και $y = 1$ B. $x = -1$ και $y = 1$ Γ. $x = 0$ και $y = 0$
 Δ. $x = 0$ και $y = 1$ E. $x = 1$ και $y = 2$

22. Η γραμμική εξίσωση που επαληθεύεται με κάθε ζεύγος της μορφής $x = \kappa - 2$, και $y = \kappa + 1$, $\kappa \in \mathbb{R}$ είναι:

A. $y - 2x = 5$
 B. $x - y = -3$
 Γ. $x - y = 2$
 Δ. $x - y = 1$
 E. $2x + y = 7$

23. Δίνονται οι εξισώσεις τεσσάρων ευθειών οι οποίες διέρχονται από το σημείο $(1, 2)$.

Ο αριθμός των συστημάτων δύο εξισώσεων από τις παραπάνω που έχει μοναδική λύση το $(1, 2)$ είναι:

A. 2 B. 4 Γ. 6 Δ. 8 E. 2^4

24. Αν το σύστημα $3x + ay = 6$
 $x + y = \beta$

έχει άπειρες λύσεις, τότε οι τιμές των α, β είναι:

- A. (-1,0) B. (2,4) Γ. (3,2) Δ. (1,3) E. (0,1)

25. Το πλήθος των ζευγών (x,y) που επαληθεύουν συγχρόνως τις εξισώσεις:

$(x+y-2)(2x+y)=0$ και $(3x-y)(x-4y-1)=0$ είναι:

- A. 1 B. 2 Γ. 3 Δ. 4 E. άπειρο

26. Οι ευθείες που παριστάνουν οι εξισώσεις του συστήματος $\begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 3 \end{cases}$

τέμνονται στο σημείο:

- A. (1,0) B. (1,-2) Γ. (1,1) Δ. (0,0) E. (-1,0)

27. Οι ευθείες $x=-1$ και $y=1$ τέμνονται στο σημείο :

- A. (1,1) B. (-1,-1) Γ. (-1,0) Δ. (0,1) E. (-1,1)

28. Αν οι ευθείες $x=1$ και $x=y+\lambda$ τέμνονται στο σημείο $A(1,1)$ τότε η τιμή του λ είναι:

- A. 0 B. -1 Γ. 1 Δ. 2 E. -2

29. Το σύστημα $\begin{cases} x - y = 2 \\ kx - \lambda y = 2 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις όταν:

- A. $k=\lambda=1$ B. $k=0, \lambda=1$ Γ. $k=\lambda$ Δ. $k=\lambda=2$ E. $k=1, \lambda=-1$

30. Η ευθεία με εξίσωση $2y=-4$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο:

- A. (1,-2) B. (0,-4) Γ. (0,1) Δ. (0,-2) E. (-2,2)

31. Αν το σύστημα $\begin{cases} -x + 2y = (\lambda - 1)k \\ -\frac{1}{2}x + y = \frac{1}{2}k \end{cases}$ είναι αδύνατο τότε το λ πρέπει να πάρει την τιμή:

- A. -1 B. 3 Γ. 2 Δ. 0 E. 1

32. Αν για το γραμμικό σύστημα $2x2$ ισχύει: $|D| + |D_y - 1|^2 = 0$ τότε :

A. Η λύση του συστήματος είναι $(0,1)$

B. έχει άπειρο πλήθος λύσεων

Γ. είναι αδύνατο

Δ. έχει λύση το ζεύγος $(1,0)$

33. Η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $M(2,-2)$ και $N(-4,-5)$ είναι η:

- A. $x - 2y = 6$ B. $x + y = -9$ Γ. $x - y = 4$ Δ. $x - 4y = 10$ E. $3x + y = 4$

34. Για να παριστάνει η εξίσωση $(k^2 - 1)x^2 + (k+1)x + (k-1)y = \mu^2 + 1$ ευθεία, πρέπει ο k να πάρει μια από τις τιμές:

- A. $k = -2$ ή $k = 2$ B. $k \neq \pm 1$ Γ. $k = 0$ Δ. $k = -1$ ή $k = 1$ E. $k = 3$

35. Αν για το σύστημα $\begin{cases} \alpha x + \beta y = 3 \\ x + y = -9 \end{cases}$ ισχύει $\alpha \neq \beta$ τότε το σύστημα:

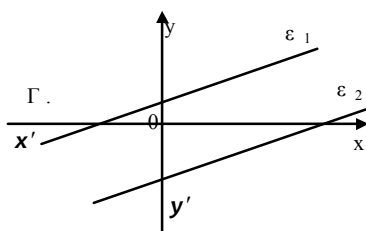
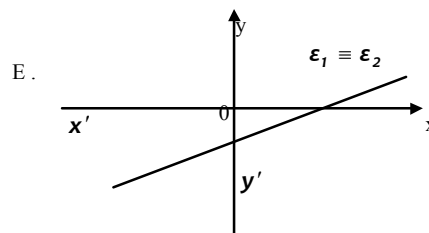
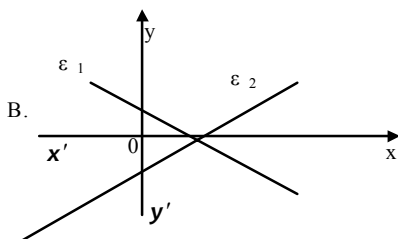
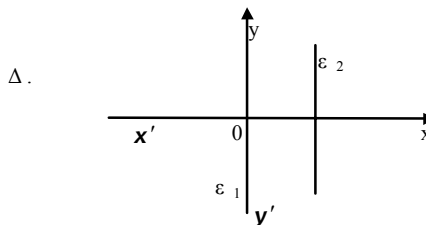
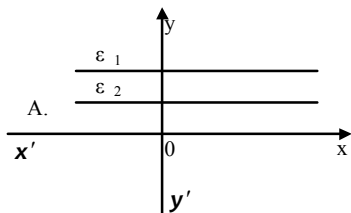
- A. έχει μοναδική λύση B. είναι αδύνατο Γ. είναι αδύνατο Δ. δεν είναι αδύνατο.

36. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και ισχύει $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ τότε το σύστημα $\begin{cases} \alpha x - \beta y = -4 \\ \beta x + \alpha y = 1 \end{cases}$:
- A. έχει μοναδική λύση B. είναι αδύνατο Γ. είναι αόριστο Δ. είναι αδύνατο ή αόριστο.
37. Αν για το γραμμικό σύστημα 2×2 ισχύουν: $D \neq 0$, $2D = 3D_x$ και $2D_y - 5D = 0$, τότε η λύση του συστήματος είναι:
- A. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ Γ. $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{2}\right)$ Δ. $\left(\frac{3}{2}, \frac{2}{5}\right)$ E. $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$
38. Αν το σύστημα $\begin{cases} \alpha x - \beta y = \varepsilon_1 \\ \gamma x + \delta y = \varepsilon_2 \end{cases}$ όπου $\beta\delta \neq 0$ είναι αδύνατο ή αόριστο τότε η ορίζουσα του συστήματος είναι ισοδύναμη με μία από τις παρακάτω ισότητες:
- A. $\alpha\beta - \gamma\delta = 0$ B. $\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{\gamma}{\delta}$ Γ. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ Δ. $\alpha\gamma = \beta\delta$
39. Το σύστημα $\begin{cases} (\alpha - 1)x - y = \alpha \\ x + (\alpha - 1)y = 2\alpha \end{cases}$ έχει μοναδική λύση όταν το α είναι :
- A. 1 B. -1 Γ. 0 Δ. 2 E. οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός
40. Το σύστημα $\begin{cases} x - 3y = 6 \\ -2x + 6y = -12\alpha \end{cases}$ είναι αόριστο όταν το α είναι :
- A. 0 B. 1 Γ. -1 Δ. 2 E. $-\frac{1}{2}$
41. Αν το σύστημα $\begin{cases} 2x + \alpha y = -2 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ έχει δύο λύσεις τότε το α είναι :
- A. 1 B. -1 Γ. 2 Δ. -2 E. 3
42. Αν το σύστημα $\begin{cases} \alpha x - y = 1 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις τότε το σύστημα $\begin{cases} x - \alpha y = -2 \\ \alpha x + 3y = 3 \end{cases}$
- A. έχει μοναδική λύση B. είναι αδύνατο Γ. είναι αόριστο Δ. έχει μοναδική λύση την $(1, 1)$.
43. Για ποια τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$ οι εξισώσεις $x - 3y - 2\mu + 1 = 0$ και $y = \frac{1}{3}x$ έχουν απειρία λύσεων;
- A. 2 B. -1 Γ. 0 Δ. -2 E. $\frac{1}{2}$
44. Ποια από τις παρακάτω περιπτώσεις δίνει σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους;
- A. $(2x + y - 3)(x - y + 2) = 0$ B. $\frac{x - 3y + 1}{x - y} = \frac{1}{2}$, $x \neq y$
- Γ. $(x + y - 1)^2 + (3x - y + 2)^2 = 0$ Δ. $x + 2y = 1$ ή $x - y = 0$
45. Το ομογενές σύστημα 2×2 $\begin{cases} (\alpha + 1)x + \alpha x = 0 \\ 2x + (\alpha + 1)y = 0 \end{cases}$
- A. έχει λύση την $(x, y) = (0, \alpha)$
 B. έχει λύση μόνο την μηδενική $(x, y) = (0, 0)$
 Γ. είναι αδύνατο
 Δ. έχει άπειρες και μη μηδενικές λύσεις

46. Ποιες είναι οι τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα $\begin{cases} \alpha x - y = \beta \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ να είναι αδύνατο;

- A. $(\alpha, \beta) = (-2, 0)$ B. $(\alpha, \beta) = (0, 1)$ Γ. $(\alpha, \beta) = (-1, 1)$ Δ. $(\alpha, \beta) = (-2, -1)$ E. $(\alpha, \beta) = (1, 1)$

47. Οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) με εξισώσεις $x + \alpha y = 1$ και $-\alpha x + y = 1$ αντίστοιχα, αποτελούν σύστημα. Ποια η σχετική θέση των ευθειών (ϵ_1) και (ϵ_2) ;



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. Για τους αριθμούς $x, y \in \mathbb{R}^*$ έχουμε τα δεδομένα στη στήλη A. Συνδέστε με μια γραμμή τα δεδομένα αυτά με το αντίστοιχο σύστημα της στήλης B.

στήλη (A) Δεδομένα για τους $x, y \in \mathbb{R}^*$	στήλη (B) σύστημα
1. Έχουν άθροισμα 12 και λόγο 5	$\begin{cases} x - y = 12 \\ 3y = x \end{cases}$
2. Διαφέρουν κατά 12 και το x είναι τριπλάσιο του y	$\begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 8 \end{cases}$
3. Είναι πλευρές ορθογωνίου παραλληλογράμμου με περίμετρο 12 και εμβαδόν 8	$\begin{cases} xy = 6 \\ x - y = 8 \end{cases}$
	$\begin{cases} x + y = 12 \\ x = 5y \end{cases}$

4. Είναι συντεταγμένες σημείου της διχοτόμου της γωνιάς xOy και έχουν άθροισμα 3

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x + 3 = -y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

2. Συνδέστε με μια γραμμή το σχήμα της στήλης Α με το σύστημα που αντιστοιχεί από τη στήλη Β

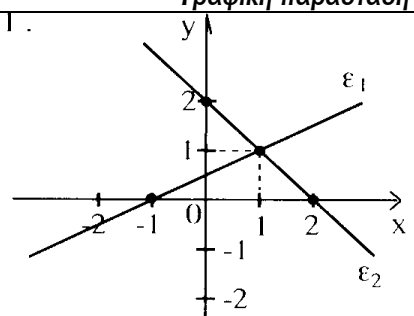
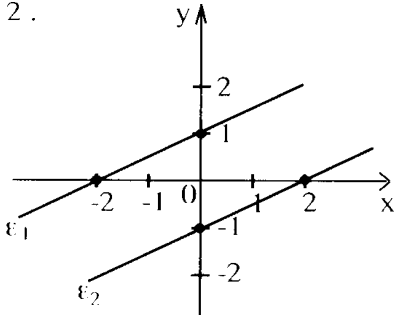
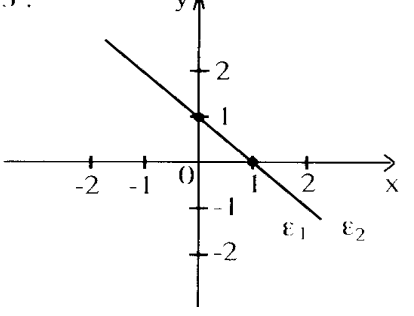
Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
	$\begin{cases} y = x \\ y = -3x + 2 \end{cases}$
	$\begin{cases} y = -x \\ y = -3x + 2 \end{cases}$
	$\begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases}$
	$\begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases}$

3. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).

Στήλη (Α) σύστημα	Στήλη (Β) κατάλληλη τιμή του λ
1. Στο σύστημα $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ \lambda x - 3\lambda y = 2 \end{cases}$ είναι	α. $\lambda = -3$
$D = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ \lambda & -3\lambda \end{vmatrix} = -2$	β. $\lambda = \frac{2}{3}$
2. Το σύστημα $\begin{cases} -x + \lambda y = -1 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$ είναι αδύνατο	γ. $\lambda = 2$
3. Το σύστημα $\begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ 4x - 6y = \frac{\lambda}{2} \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις	δ. $\lambda = -1$
4. Το ομογενές σύστημα $\begin{cases} \lambda x + (1 - \lambda)y = 0 \\ (\lambda - 1)x + 4\lambda y = 0 \end{cases}$	ε. $\lambda = -8$
έχει άπειρες και μη μηδενικές λύσεις	ζ. $\lambda = -2$
	η. $\lambda = 1$

<p>5. Η γραμμική εξίσωση $(\lambda-1)x-(\lambda^2-1)y=5$ δεν παριστάνει ευθεία</p> <p>6. Η ορίζουσα $\begin{vmatrix} \lambda-1 & -\lambda \\ -6 & \lambda+1 \end{vmatrix} = -10$</p>	<p>θ. $\lambda = \pm 1$</p> <p>ι. $\lambda = 3$</p>
--	---

4. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (A) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B).

Στήλη (A) Γραφική παράσταση	Στήλη (B) Σύστημα
<p>1. </p>	<p>α. $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$</p>
<p>2. </p>	<p>β. $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$</p>
<p>3. </p>	<p>γ. $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$</p>
	<p>δ. $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$</p>
	<p>ε. $\begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$</p>

5. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (A) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (B).

Στήλη (A) Δεδομένα για τα $x, y \in \mathbb{R}^*$	Στήλη (B) Σύστημα
<p>1. Διαφέρουν κατά 5 και το διπλάσιο του μεγαλύτερου ελαττωμένου κατά 8 δίνει το μικρότερο.</p>	<p>α. $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2y - x = 8 \end{cases}$</p>
<p>2. Έχουν άθροισμα 18 και διαφέρουν κατά 6.</p>	<p>β. $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$</p>
<p>3. Είναι συντεταγμένες σημείου της διχοτόμου του 2^{ου} τεταρτημορίου και η τεταγμένη αυξημένη κατά 2 είναι τριπλάσια της τετμημένης</p>	<p>γ. $\begin{cases} x + y = 18 \\ x - y = 6 \end{cases}$</p>
<p>4. Είναι ακτίνες δύο κύκλων που εφάπτονται</p>	

εξωτερικά . Η απόσταση των κέντρων είναι 8 και έχουν λόγο 1/3.

5. Είναι η ταχύτητα και το μήκος αμαξοστοιχίας η οποία χρειάζεται 10 sec για να περάσει μπροστά από παρατηρητή και 30 sec για να Περάσει μπροστά σταθμό μήκους 400 μέτρων.

$$\delta. \begin{cases} x - y = 8 \\ 3x - y = 1/3 \end{cases}$$

$$\epsilon. \begin{cases} x + y = 8 \\ x/y = 1/3 \end{cases}$$

$$\zeta. \begin{cases} x + y = 0 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

$$\eta. \begin{cases} 10x - y = 0 \\ 30x - y = 400 \end{cases}$$