$4^{Ο}$ ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$

1. ***Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις ως προς x ή y:***

α) $x^2-4x=0$

β) $3x^2=4x$

γ) $2x^2+x-15=0$

δ) $5x^2-18x-8=0$

ε) $x^2-6x+7=0$

στ) $y^2-y+1=0$

ζ) $y^2-(\alpha+3)y+3^{\alpha}=0$

η) $-\frac{1}{2}x^2+5x+1=0$

θ) $x^2+4\kappa x-21\kappa^2=0$

ι) $4x^2-4\kappa x-35\kappa^2=0$

κ) $8y^2=10\kappa y+3\kappa^2$

2. ***Να προσδιορίσετε το x συναρτήσει του y από τις εξισώσεις :***

α) $2y^2+3xy-7y = 2x^2-11x+15$

β) $6y^2-4y-3\chi y = 9x^2+9x+2$.

3. ***Να λυθεί η εξίσωση:***

$$\frac{x+2}{2}-(x-2)^2=\frac{3x-2}{2}.$$

4. ***Αν Δ είναι η διακρίνουσα της εξίσωσης $x^2+\beta x+\alpha=0$, βάλτε σε κύκλο τη σωστή ισότητα:***

$\Delta=\alpha^2-4\beta$ $\Delta=\beta^2$ $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma$ $\Delta=\beta^2-4\alpha$ $\Delta=0$

5. ***Στην στήλη Β βρίσκονται παραστάσεις που αντιστοιχούν στη διακρίνουσα των εξισώσεων της στήλης Α. Συνδέστε κάθε εξίσωση με την παράσταση που αντιστοιχεί στην διακρίνουσά της.***

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
$x^2-\alpha=0$	$-\alpha^2$
	4α
$x^2-\alpha x=0$	$9+4\alpha$
$x^2-3x-\alpha=0$	α^2
	α^2+12
$-x^2+\alpha x+3=0$	α^2-12

ΕΙΔΟΣ ΚΑΙ ΠΛΗΘΟΣ ΡΙΖΩΝ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0 \quad \alpha \neq 0$

1. *Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις έχει δύο ρίζες άνισες;*
Α. $x^2-x+5=0$ Β. $x^2+2\kappa x+\kappa^2=0$ Γ. $x^2-2x+7=0$ Δ. $x^2-x-\kappa^2=0$ Ε. $x^2-6x+9=0$

2. *Να βρείτε αν έχει ρίζες και πόσες καθεμιά από τις παρακάτω εξισώσεις χωρίς να τις λύσετε:*
α) $-x^2+4x+6=0$
β) $3x^2+2x+1=0$
γ) $2x^2=4x-2\sqrt{3}=0$
δ) $x^2-4x+4=0$
ε) $x^2-6mx+9m=0$
στ) $2x^2-3x+8=0$
ζ) $x^2-(m-3)x+m-4=0$
η) $mx^2=m^2-5x$
θ) $(m-3)x^2-2mx+m+2=0$

3. *Η εξίσωση $x^2+(m-1)x-1=0$ έχει ρίζες οποιοσδήποτε κι αν είναι ο m. Γιατι;*

4. *Η εξίσωση $\lambda x^2+5x+10=0$:*
α) *Για ποια τιμή του λ έχει μία λύση ;*
β) *Για ποια τιμή του λ έχει μία λύση διπλή;*
γ) *Να βρεθεί η διπλή ρίζα.*

5. *Δείξτε ότι αν στην εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ τα α , γ είναι ετερόσημα, τότε η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.*

6. *Αν η εξίσωση $x^2-2(\kappa-1)x+9=0$ έχει μια διπλή ρίζα , τότε ο κ ισούται με:*
Α. 2 Β. -2 Γ. 4 Δ. - 4 Ε. 3

7. *Η εξίσωση $(\lambda+1)x^2+\lambda x-1=0$ έχει μόνο μια ρίζα όταν ο λ ισούται με:*
Α. 2 Β. -2 Γ. 1 Δ. -1 Ε. 0

8. *Αν η εξίσωση $x^2-\beta x+\gamma=0$, $\gamma\neq 0$ δεν έχει ρίζες ποια από τις παρακάτω εξισώσεις δεν έχει επίσης ρίζες ;*
Α. $x^2-\beta x-\gamma=0$ Β. $\gamma x^2-\beta x+1=0$ Γ. $-x^2+\beta x+\gamma=0$ Δ. $\gamma x^2+\beta x-1=0$ Ε. $\gamma x^2-\beta x-1=0$

9. *Αν η εξίσωση $x^2+\beta x-\gamma=0$, $\gamma\neq 0$ έχει δύο ρίζες άνισες , συμπληρώστε δίπλα από κάθε εξίσωση το*
πλήθος των ριζών της.
α) $x^2-\beta x-\gamma=0$ ....
β) $\gamma x^2+\beta x-1=0$ ....
γ) $-x^2-\beta x+\gamma=0$ ....
δ) $\gamma x^2-\beta x-1=0$ ....
ε) $-\gamma x^2-\beta x+1=0$ ....

10. *Αν η εξίσωση $x^2+12x+\gamma=0$ έχει μια διπλή ρίζα , το γ ισούται με :*
Α. 24 Β. -24 Γ. 36 Δ. -36 Ε. 48

11. *Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις έχει $Δ>0$;*
Α. x^2+1 *Β.* $x(x-2)=0$ *Γ.* $|x^2-1|+3=0$ *Δ.* $x^2+(x-1)^2=5$ *Ε.* $x^2+(x-1)^2=0$

ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΡΙΖΩΝ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ $αx^2+βx+γ=0 \quad α\neq 0$

1. *Η εξίσωση $x^2+2x-8=0$ δέχεται ως ρίζα έναν από τους παρακάτω αριθμούς :*
Α. 1 *Β.* -1 *Γ.* 2 *Δ.* -2
Βρείτε ποιον και στη συνέχεια να βρείτε την άλλη ρίζα της εξίσωσης με δύο τρόπους χωρίς να τη λύ-
σετε.
Να γίνει το ίδιο και για τις εξισώσεις :
α) $x^2+7x-8=0$
β) $2x^2+3x-5=0$
γ) $-x^2+x+2=0$
δ) $x^2+3x+4=0$

2. *Να ελέγξετε αν οι παρακάτω εξισώσεις έχουν ρίζες. Στην περίπτωση που έχουν να υπολογίσετε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών.*
α) $x^2-3x+14=0$
β) $-x^2+4x+6=0$
γ) $2x^2+3x+1=0$
δ) $2x^2-4x-2\sqrt{3}=0$
ε) $x^2+x(1+2\sqrt{2})+2\sqrt{2}=0$

3. *Δίνεται η εξίσωση $x^2+x+λ-1=0$ με ρίζες x_1, x_2 Να βρείτε για ποια τιμή του $λ$ είναι:*
$x_1x_2+3(x_1+x_2)+5=0$

4. *Δίνεται η εξίσωση $x^2-λχ-λ^2-5=0$ με ρίζες x_1, x_2. Να βρεθεί ο $λ$ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση:*
$(x_1-2)(x_2-2)=-4$

5. *Δίνεται η εξίσωση $x^2+2λx+λ^2-4λ-5=0$. Να βρεθεί ο $λ$ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση:*
$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{4}$$

6. *α) Αποδείξτε ότι η εξίσωση $x^2+λx-1=0$ έχει ρίζες πραγματικές, οποιοσδήποτε και αν είναι ο αριθμός $λ$.*
β) Χωρίς να υπολογίσετε τις ρίζες αυτές, να βρείτε τις παρακάτω παραστάσεις:
i) x_1+x_2
ii) x_1x_2
iii) $x_1^2+x_2^2$
iv) $x_1x_2^2+x_2x_1^2$

7. *Δίνεται η εξίσωση $x^2-2O(μ+3)x+μ^2+6μ-5$ με ρίζες $ρ_1$, $ρ_2$.*
Αποδείξτε ότι η διαφορά $ρ_1-ρ_2$ δεν εξαρτάται από το $μ$.

8. *Ποιο είναι το $κ$, όταν η εξίσωση $κx^2-4x-35=0$ έχει άθροισμα ριζών ίσο με 1;*

9. *Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $2x^2+\kappa(x-6)=0$ έχει ρίζες των οποίων το γινόμενο είναι $-\frac{1}{2}$;*

10. *Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $6x^2+7x+\kappa=0$ έχει μια ρίζα διπλή ίση με $\frac{4}{3}$;*

11. *Αν ρ_1 , ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2-5x-7=0$,*
ποια από τις παρακάτω ισότητες είναι αληθής;
Α. $\rho_1+\rho_2=\frac{-5}{2}$ Β. $\rho_1\rho_2=\frac{7}{5}$ Γ. $\rho_1\rho_2=-\frac{7}{5}$ Δ. $\rho_1+\rho_2=\frac{5}{2}$ Ε. $\rho_1\rho_2=\frac{7}{2}$

12. *Αν ρ_1 , ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2+\beta x+\gamma=0$, $\gamma\neq 0$, τότε η εξίσωση $\gamma x^2+\beta x+1=0$ έχει για ρίζες της:*
Α. ρ_1 , $-\rho_2$ Β. $-\rho_1$, ρ_2 Γ. ρ_1 , $\frac{1}{\rho_2}$ Δ. $\frac{1}{\rho_1}$, $\frac{1}{\rho_2}$ Ε. $\frac{1}{\rho_1}$, ρ_2

13. *Αν ρ_1 , ρ_2 είναι ρίζες της $x^2+(\alpha+\gamma)x+\alpha\gamma-\beta^2=0$ να βρεθούν*
οι ρίζες της εξίσωσης $y^2-(\rho_1+\rho_2)y+\rho_1\rho_2+\beta^2$
χωρίς να χρησιμοποιηθεί ο τύπος που λύνει τη δευτεροβάθμια εξίσωση.

14. *Δίνεται η εξίσωση: $9x^2+6x+\gamma=0$ με ρίζες ρ_1 , ρ_2. Εάν γνωρίζουμε ότι $\rho_1-\rho_2=2$,*
α) να βρείτε τις ρίζες ρ_1 και ρ_2
β) να βρείτε το γ.

15. *Να σχηματίσετε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού που να δέχεται ως ρίζες τους αριθμούς:*
α) $x_1=4$, $x_2=3$
β) $x_1=2$, $x_2=\mu$
γ) $x_1=2\mu+3$, $x_2=3-2\mu$
δ) $x_1=5+\sqrt{2}$, $x_2=5-\sqrt{2}$
ε) $x_1=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$, $x_2=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$
στ) $x_1=\frac{\alpha}{\beta}$, $x_2=\frac{\beta}{\alpha}$ με $\alpha\beta\neq 0$
ζ) $x_1=\frac{2\mu+1}{\mu}$, $x_2=\frac{3\mu+1}{\mu}$ $\mu\neq 0$

16. *Αν ρ_1 , ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ να σχηματίσετε μια άλλη εξίσωση που να δέχεται ως ρίζες τους αριθμούς $\kappa\rho_1$, $\kappa\rho_2$ όπου κ ακέραιος αριθμός .*

17. *Αν οι παρακάτω εξισώσεις έχουν δύο ρίζες άνισες, ποια απ' αυτές έχει ρίζες αντίστροφους αριθμούς;*
Α. $-4x^2-\beta x+4=0$ Β. $4x^2+\beta x-4=0$
Γ. $x^2+\beta x-1=0$ Δ. $x^2-\beta x+1=0$ Ε. $-x^2-\beta x+1=0$

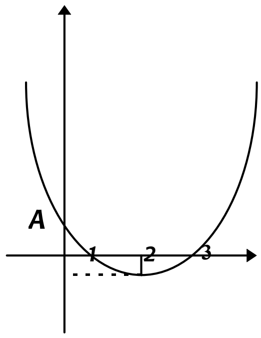
ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma,\quad \alpha\neq 0$

1. ***Σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις αντιστοιχεί ο πίνακας:***

x	*1*	
f(x)	↗	↘

Α. $f(x)=x^2-2\chi+6$ ***Β.*** $f(x)=3x^2-3x+4$ ***Γ.*** $f(x)=-4x^2+8x-5$
Δ. $f(x)=x^2+2x+6$ ***Ε.*** $f(\chi)=-x^2+2x+6$

2. ***Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της*** $y=x^2+\beta x+\gamma$.



α) Να βρεθούν τα β , γ .
β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της $y=x^2+\beta x+\gamma$;
γ) Ποια είναι η εξίσωση του άξονα συμμετρίας της γραφικής παράστασης;
δ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του Α.
ε) Για ποιες τιμές του x ***το*** y ***ισούται με*** 7;

3. ***Χρησιμοποιώντας την έννοια της μεταβολής της συνάρτησης*** $y=x^2$ ***και την καμπύλη που την παριστάνει γραφικά, συμπληρώστε:***

Αν $x<-5$ ***τότε*** x^2.............................
Αν $x>\sqrt{2}$ ***τότε*** x^2...........................
Αν $1<x<\sqrt{5}$ ***τότε*** ...... x^2................
Αν $-2<x<0$ ***τότε*** .... x^2.....................
Αν $-2<x<3$ ***τότε*** .... x^2.......................
Αν $x^2<4$ ***τότε*** .... x ....
Αν $x^2>1$ ***τότε*** .... x ***ή*** x.............
Αν έχουμε $x>-1$ ***τότε μπορούμε να πούμε ότι*** $x^2>1$;
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΤΗ ΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$

1. ***Να λυθούν οι εξισώσεις:***
α) $x^4-6x^2+8=0$
β) $x^4-3x^2-4=0$
γ) $x^4-2x^2-15=0$
δ) $6y^4+17y^2=-12$
ε) $x^4-2(\alpha^2+\beta^2)x^2+(\alpha^2-\beta^2)^2=0$

2. ***Να σχηματίσετε διτετράγωνο εξίσωση που να έχει ρίζες*** $\pm\sqrt{3}$ ***και*** $\pm\sqrt{2}$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $|x|^2 + 2|x| + 1 = 0$

β) $|x-1|^2 - 4 = 3|x-1|$

4. Να λυθεί το σύστημα.

$x^2+y^2=113$

$xy=56$

$x-y=1$

5. Να λυθούν τα συστήματα:

α) $y=2x^2$

$-2x+y=4$

β) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$

$x^2+y^2=52$

γ) $x+y=\frac{5}{2}$

$\frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{35}{6}$

ΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ $\alpha \neq 0$ ΣΕ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

1. Δίνονται τα τριώνυμα :

$2x^2+3x+1$

$-x^2+6x-1$

$2x^2-4x+1$

$x^2-(2+\sqrt{5})x+2\sqrt{5}$

$\frac{1}{3}x^2-2x+1$

α) Ελέγξτε αν καθένα από αυτά έχει δύο ρίζες.

β) Υπολογίστε τις ρίζες.

γ) Τρέψτε τα τριώνυμα αυτά σε γινόμενα.

2. Βρείτε το λ έτσι ώστε η εξίσωση $x^2+2\lambda x+\lambda^2+5\lambda+10=0$ να έχει ρίζα το 1.

Στη συνέχεια :

α) Βρείτε την άλλη ρίζα της εξίσωσης.

β) Τρέψτε το πρώτο μέλος της εξίσωσης σε γινόμενο.

3. Απλοποιείστε τις κλασματικές παραστάσεις :

α) $\frac{x^2-6x+9}{x+3}$

β) $\frac{2x^2-2x-12}{x^2+x-12}$

γ) $\frac{4x^2-9}{4x^2-12x+9}$

δ) $\frac{x^2+3x-18}{x^2+4x-12}$

ε) $\frac{x^2-\alpha x-6\alpha^2}{x^2-7\alpha x+12}$

4. ***Συνδέστε με μια γραμμή κάθε τριώνυμο της στήλης Α με την αντίστοιχη παραγοντοποιημένη μορφή του της στήλης Β.***

στήλη Α	στήλη Β
$x^2+(\alpha-\beta)x-\alpha\beta$	$(x-\alpha)(x-\beta)$
	$(x+\alpha)(x-\beta)$
$x^2-(\alpha-\beta)x-\alpha\beta$	$(x-\alpha)(x+\beta)$
	$(x-\alpha)(x-\beta)$
$x^2+(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$	$(x+\alpha)(x+\beta)$
	$(\alpha-x)(x+\beta)$
$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$	$(x+\alpha)(\beta-x)$

5. ***Οι ρίζες του τριωνύμου $\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\neq 0$ είναι $x_1=1$, $x_2=-2$ και η παραγοντοποιημένη μορφή του $(1-x)(x+2)$. Τότε ο α ισούται με :***
Α. 1 Β. -1 Γ. 2 Δ. -2 Ε. 3

ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0 \quad \alpha\neq 0$

1. ***Δίνεται το τριώνυμο $4x^2+2x-1$***
α) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται ίσο με το μηδέν ;
β) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται θετικό ;
γ) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται αρνητικό ;

2. ***Το ίδιο για το τριώνυμο $3x^2+3x+2$.***

3. ***Για ποιες τιμές του x καθεμιά από τις παρακάτω ρίζες :***
$\sqrt{2x^2-7x+3}$, $\sqrt{x^2-4x+4}$, $\sqrt{x^2+9x+18}$, $\sqrt{2x^2-x+1}$
έχει έννοια πραγματικού αριθμού ;

4. ***Δίνεται το τριώνυμο $x^2-8x+12$.***
α) Ποιες είναι οι ρίζες του ;
β) Όταν ο x μεταβάλλεται από 3 έως 5 , το πρόσημο του $x^2-8x+12$ μεταβάλλεται ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

5. ***Να λυθούν οι ανισώσεις :***
α) $-x^2+5x-6\leq 0$
β) $-x^2+4x-4>0$
γ) $-x^2+x-1<0$
δ) $2x^2+x-15>0$
ε) $5x^2+3x-2<3x^2-2x+10$
στ) $6x^2-8<2x^2-3x+2$
ζ) $x^2+1>0$
η) $4x^2+5>0$

6. ***Να δειχθεί ότι η ανίσωση $x^2+6\alpha x+9\alpha^2+4>0$ αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x.***

7. ***Να βρεθούν οι τιμές του μ για τις οποίες το τριώνυμο $(\mu-5)x^2-3x+4$ είναι θετικό για κάθε πραγματικό αριθμό x.***

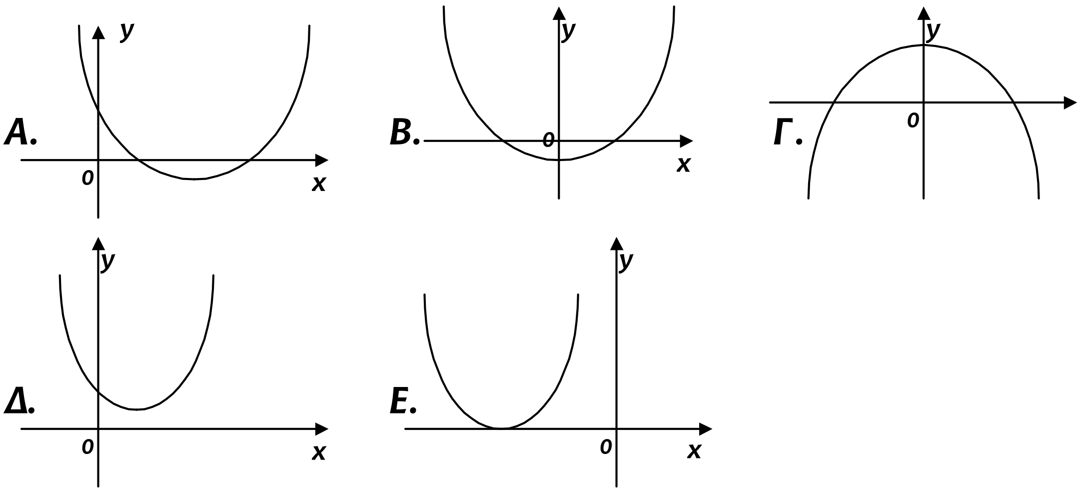
8. *Αν το τριώνυμο $f(x)=x^2+\beta x+\gamma$ έχει $\Delta<0$, ποια από τις παρακάτω ανισώσεις αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x.*

Α. $f(x)<0$ **Β.** $-3f(x)\geq 0$ **Γ.** $(x^2+1)f(x)>0$ **Δ.** $\dfrac{f(x)}{x^2+1}\leq 0$ **Ε.** $\dfrac{f(x)}{x^2+1}<0$

9. *Το τριώνυμο $f(x)=x^2-5x-6$ έχει ρίζες τους αριθμούς -1 και 6. Ποια από τις παρακάτω ανισώσεις είναι σωστή;*

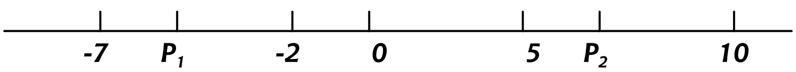
Α. $f(0,1997)>0$ **Β.** $f(0,1997)\geq 0$ **Γ.** $f(1997)<0$ **Δ.** $f(1997)\leq 0$ **Ε.** $f(-1997)>0$

10. *Οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιπροσωπεύουν συναρτήσεις γενικής μορφής $y=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\neq 0$*
Σε ποια από αυτές είναι $\Delta>0$ και $\alpha<0$;



11. *Στον παρακάτω άξονα είναι τοποθετημένες οι ρίζες ρ_1 , ρ_2 της εξίσωσης $-x^2+\beta x+\gamma=0$ και οι αριθμοί -7 , -2 , 5 , 10 .*
Αν $f(x)=-x^2+\beta x+\gamma$ να συμπληρώσετε το κατάλληλο σύμβολο (>) ή (<) στα παρακάτω κενά :

$f(-7)$.....0
$f(-2)$.....0
$f(5)$......0
$f(10)$....0



12. *Το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $x^2-18x+\gamma=0$ γίνεται μέγιστο όταν ο γ ισούται με :*

Α. -18 **Β.** 18 **Γ.** 18^2 **Δ.** 81 **Ε.** -81

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ Α(x).Β(x).Γ(x)....Φ(x) ≥ 0

1. *Να λυθούν οι ανισώσεις:*

α) $(x-1)(x-2)>0$
β) $(x+1)(x+3)<0$
γ) $(x^2+1)(x-6)>0$
δ) $(x-5)(x+1)^2(x+2)(x-3)<0$
ε) $x(x^2-3x+2)(2x^2+5x+3)(x^2+x+1)<0$
στ) $(x+2)^2(2x^2-5x-3)\,(3x^2+2x+1)>0$
ζ) $x^3-x^2-20x<0$
η) $4x^3-20x^2+18x<0$

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ $\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ ή $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$

1. *Να λυθούν οι ανισώσεις:*

α) $\frac{1}{x} > 0$, $\frac{1}{x} < 0$

β) $\frac{1}{x+2} > 0$

γ) $\frac{-3}{x^2} > 0$, $\frac{-3}{x^2} < 0$

δ) $\frac{3x-1}{x+2} > 2$

ε) $\frac{x^2+3x-4}{x(x+3)} < 0$

στ) $\frac{4x}{3x-x^2} > \frac{1}{2}$

ζ) $\frac{7x^2}{x^3+3x^2} > 0$

η) $\frac{2x^2-4x+5}{x^2+2} > 1$

θ) $\frac{x^2-4x+3}{x-2} > 0$

2. *Να λυθεί η ανίσωση :* $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x-1}{3x+1} < 2$

3. *Να δειχθεί ότι για κάθε* $x \in (1,\ 4)$ *το κλάσμα* $A = \frac{x^2-5x+4}{x^2+2x+1}$ *είναι αρνητικό.*

ΣΥΝΑΛΗΘΕΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ

1. *Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:*
$x^2 - 8 < 0$ και $x^2 - 5x + 6 > 0$

2. *Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:*
$-x^2 + 2x < -3$
$x^2 - 2x - 15 < 0$
$x - 2 > 0$

3. *Για ποιες τιμές του x ισχύει η διπλή ανίσωση:*
$-3 < -x^2 + 2x + 3 < 0$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. ***Η περίμετρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις x και y είναι 24 cm. Αν οι διαστάσεις του ορθογωνίου αυξηθούν και οι δύο κατά 2 cm, το εμβαδόν του θα γίνει 60 cm^2. Να βρεθούν τα x, y.***

2. ***Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ. Τα μήκη των τριών πλευρών του είναι: x , $(x+3)$, $(x+6)$***

α) Αποδείξτε ότι το x είναι λύση της εξίσωσης $x^2 - 6x - 27=0$

β) Λύστε την εξίσωση $x^2- 6x- 27=0$ και εξετάστε αν και οι δύο λύσεις της είναι λύσεις του προβλήματος.

3. ***Έστω η εξίσωση $2x^2 - (\Delta - 4)x+P+1=0$, όπου Δ η διακρίνουσα της και P το γινόμενο των ριζών της.***

α) Να συμπληρώσετε τα κενά:

i) $\alpha=$ .... , $\beta=$ .... , $\gamma=$ .... , $S=$ .... , $P=$ ....

ii) Η τιμή του P είναι ...... , επομένως οι ρίζες της εξίσωσης είναι αριθμοί ....

iii) Η Διακρίνουσα Δ ικανοποιεί την εξίσωση .... , επομένως $\Delta=$ .... ή $\Delta=$ ....

β) Για τις τιμές αυτές της Δ που βρήκατε να λύσετε την εξίσωση.

4. ***Έστω η εξίσωση $x^2 - (\Delta+2)x+S - 1=0$, όπου Δ η διακρίνουσα της και S το άθροισμα των ριζών της.***

α) Να συμπληρώσετε τα κενά:

i) $\alpha=$ .... , $\beta=$ .... , $\gamma=$ .... , $S=$ .... , $P=$ ....

***ii) Η Διακρίνουσά της , ως έκφραση του S, ικανοποιεί την εξίσωση ....
Επομένως η τιμή του S είναι .... , άρα και του P είναι ....***

iii) Η διακρίνουσα Δ είναι ίση με ....

β) Να λύσετε την εξίσωση.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟ 4^{Ο} ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. Να λυθεί η εξίσωση: $(x+\frac{1}{3})(x-\frac{1}{3})=2x-\frac{1}{9}$

2. Αν η εξίσωση $(2x-3)|\lambda|+3=-2\lambda^2x$ έχει ρίζα τον αριθμό 2, να υπολογιστεί ο λ.

3. α) Αν x, y ρητοί, $\lambda>0$ και $\sqrt{\lambda}$ άρρητος τότε να αποδείξετε ότι: $x+y\sqrt{\lambda}=0 \Leftrightarrow x=0$ και $y=0$

β) Να δειχθεί ότι: αν α, β, γ, κ, ρητοί αριθμοί, $\lambda>0$ και $\sqrt{\lambda}$ άρρητος και η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$, έχει ρίζα τον αριθμό $\kappa+\sqrt{\lambda}$, τότε η εξίσωση αυτή έχει για ρίζα και τον συζυγή του, $\kappa-\sqrt{\lambda}$.

4. Αν είναι $\alpha+\beta+\gamma=0$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ έχει ρίζα τον αριθμό 1.

5. Αν ρ είναι ρίζα της εξίσωσης $x^2+\alpha x+\beta=0$ να αποδειχθεί ότι $|\rho|^2\leq|\alpha||\rho|+|\beta|$

6. Να δειχθεί ότι η εξίσωση $3x^2+2(\alpha+\beta+\gamma)x+(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)=0$ έχει μια διπλή ρίζα, αν και μόνο αν $\alpha=\beta=\gamma$.

7. Να δειχθεί ότι: αν η εξίσωση $(2\alpha-\beta)x^2-4\alpha x+4\beta=0$ έχει διπλή ρίζα, τότε η εξίσωση $(\alpha^2+\beta^2)x^2-2x+3(\alpha-\beta)=0$ έχει δύο ρίζες άνισες.

8. Δίνεται η εξίσωση $2x^2+2x-\mu+3=0$. Να βρεθεί για ποιες τιμές του μ αυτή έχει:
α) δύο διαφορετικές ρίζες
β) μια διπλή ρίζα
γ) δεν έχει ρίζες.

9. Αν ρ_1, ρ_2 $(\rho_1\neq\rho_2)$ είναι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ να βρεθούν οι παραστάσεις
i) $|\rho_1-\rho_2|$, ii) $|\rho_1^2-\rho_2^2|$

10. Να βρείτε όλες τις εξισώσεις β' βαθμού που το άθροισμα των ριζών τους είναι ίσο με το γινομενό τους.

11. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2-\kappa x+\lambda=0$, δείξτε οτι:

$$|\rho_1|+|\rho_2|=\begin{cases}|\kappa| & ,\alpha\nu\ \lambda\geq 0\\ \sqrt{\kappa^2-4\lambda} & ,\alpha\nu\ \lambda<0\end{cases}$$

12. Γράψτε την εξίσωση που έχει αντίθετες ρίζες απο τις ρίζες της εξίσωσης $x^2+x-6=0$.

13. *Δίνεται η εξίσωση $(x-1)^2-\lambda(2x-3)=0$ που έχει ρίζες ρ_1 και ρ_2. Να αποδειχθεί οτι η παράσταση $(\rho_1-\frac{3}{2})(\rho_2-\frac{3}{2})$ είναι ανεξάρτητη του λ.*

14. *Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ να βρείτε εξίσωιση δευτέρου βαθμού που να δέχεται ως ρίζες τις παραστάσεις: $\frac{1}{\alpha x_1+\beta}$, $\frac{1}{\alpha x_2+\beta}$ χωρίς να υπολογίσετε τις x_1, x_2.*

15. *Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ και x_1, x_2 οι ρίζες της $\alpha' x^2+\beta' x+\gamma'=0$ να βρείτε εξίσωση που να έχει ως ρίζες τις παραστάσεις: $x_1\rho_1+x_2\rho_2$, $x_1\rho_2+\rho_2 x_1$.*

16. *Δίνεται η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ και $\Delta\geq 0$. Να δειχθεί οτι οι ρίζες της είναι:*

α) αντίθετες αν και μόνον αν $\beta=0$

β) αντίστροφες αν και μόνον αν $\alpha=\gamma$

17. *Η εξίσωση $(\alpha^2-\beta^2)x^2+\beta=0$ όπου α, β πραγματικές παράμετροι με $0<\alpha<\beta$ έχει λύση; Αν όχι ,γιατί ; Αν ναι , ποια;*

18. *Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2-3\lambda+2)x^2+(\lambda-2)x+3=0$.*

Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός λ ώστε η παραπάνω εξίσωση:

α) να έχει μία μονο ρίζα

β) να έχει διπλή ρίζα

19. *Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda\in R$ για να είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2-2x+3(\lambda-7)=0$*

i) θετικές , ii) ετεροσημες , iii) ίσες

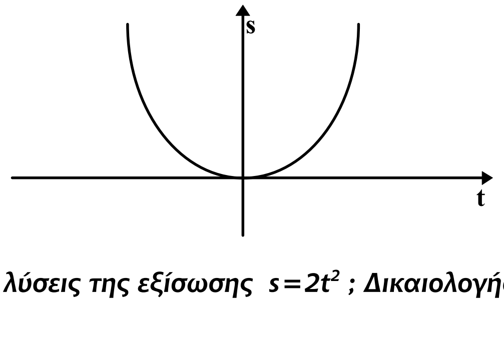
20. *βρείτε την τιμή του λ ώστε: $(x-2)(3x-1)=3x^2+\lambda x+2$*

21. *Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2-(5\lambda-6\mu)x-1=0$ είναι αντίθετες και οι ρίζες της εξίσωσης $\lambda x^2+13x-\lambda\mu+\lambda^2=0$ με $\lambda\neq 0$ είναι αντίστροφες τότε:*

α) να βρεθούν ου τιμές των πραγματικών παραμέτρων λ και μ

β) να λυθούν οι εξισώσεις για τις τιμές των λ και μ που βρήκατε.

22. *Δίνεται η εξίσωση $s=2t^2$ οπου s το διάστημα που διανύει ένα κινητό, t ο αντίστοιχος κίνησης και 5 (m/sec^2) η επιτάχυνση της κίνησης. Η παραβολή του παρακάτω σχήματος*



παριστάνει γραφικά τις λύσεις της εξίσωσης $s=2t^2$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

23. *Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=(\lambda-2)x^2-2(\mu+1)x+\nu$.*

Να οριστούν οι λ, μ, ν ώστε να έχει ρίζα τον αριθμο 3 και ελάχιστη τιμή το -1.

24. *Ορίστε τους $\kappa, \lambda\notin R$ ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=3x^2+8\lambda x-24x+5\kappa-10$ να έχει μοναδικό κοινό σημείο με τους άξονες την αρχή τους.*

Για τις τιμές των κ, λ που βρήκατε να γίνει μελέτη και γραφική παράσταση της f.

25. *Το άθροισμα δύο θετικώιν αριθμών είναι σταθερό. Να δειχθεί ότι το γινόμενό τους γίνεται μέγιστο όταν οι αριθμοί αυτοί είναι ίσοι.*

26. *Να λυθεί η εξίσωση:*
$(x+1)^2+|x+1|-2=0$

27. *Να λυθεί η εξίσωση:* $x^4-(\alpha+1)x^2+\alpha=0$

28. *Δίνεται η εξίσωση* $\alpha|x-1|+6|\beta|=9+\beta^2$ *, όπου* α, β *πραγματικές παράμετροι και* $\alpha\neq 0$
Υπολογίστε το β όταν η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό 1 .

29. *Να λυθεί η εξίσωση:* $|x^2-x|+|x^2-11x+10|=0$

30. *Να λυθεί η εξίσωση:* $x-\sqrt{x}=20$.

31. *Να λυθεί η εξίσωση:* $(1-|x|)^2=4$

32. *Να λυθεί η εξίσωση:* $\frac{2}{|x|}=\frac{|x|}{2}+\frac{3}{2}$

33. *Να λυθούν οι εξισώσεις:*
α) $x^4-3\alpha^2\chi^2-4\alpha^2=0$
β) $\gamma^4x^4+(\alpha^2\gamma^2-\beta^2\gamma^2)x^2-\alpha^2\beta^2=0$

34. *Να λυθεί το σύστημα:* $x^2+y^2=5$
$x+y=3$

35. *Να δειχθεί ότι δεν υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί* α, β *τέτοιοι ώστε* $\alpha^2+\beta^2=16$ *και* $\alpha+\beta=6$.

36. *Η εξίσωση* $x^2+y^2=9$ *παριστάνει κύκλο με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα 3.*
Να βρεθούν, εφόσον υπάρχουν, τα κοινά σημεία του κύκλου με την ευθεία $x-y=0$.

37. *Για ποιες τιμές του* $\lambda\in R$ *η ευθεία* $y=\lambda x+3$ *εφάπτεται του κύκλου* $x^2+y^2=4$;

38. *Να βρεθούν οι* $\alpha, \beta\in R$ *για να είναι οι ρίζες της εξίσωσης* $x^2+\alpha x+\beta=0$ *ίσες με* α *και* β.

39. *Βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας* $y=3x+3$ *και της γραφικής παράστασης της συνάρτησης*
$y=\frac{6}{x}$

40. *Δείξτε οτι η ευθεία* $y=3x+\lambda$, $\lambda\in R$ *και η γραφική παράσταση της συνάρτησης* $y=\frac{6}{x}$
τέμνονται για οποιοδήποτε λ *σε δύο σημεία.*

41. *Η γραφική παράσταση της συνάρτησης* $y=\frac{4}{x}$ *και η ευθεία* $y=-x+\lambda$ *(2)* $\lambda\in R$
έχουν κοινά σημεία αν έχει λύσεις η εξίσωση $\frac{4}{x}=-x+\lambda$ *(3)*
α) *Βρείτε για ποια* $\lambda\in R$ *έχει λύσεις η εξίσωση (3).*

β) Πόσα κοινά σημεία έχουν οι (1) και (2);

γ) βρείτε για ποιο λ έχουν ένα κοινο σημείο και προσδιορίστε το.

42. *Τα μήκη των τριών πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι τρεις διαδοχικοί ακέραιοι αριθμοί. Να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.*

43. *Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 25 cm^2. Ποτε το ορθογώνιο έχει την ελάχιστη περίμετρο και ποια είναι αυτή;*

44. *Σε τραπέζιο το άθροισμα των βάσεών του και του ύψους του είναι 10.*

α) Για ποια τιμή του ύψους του το εμβαδον του τραπεζίου γίνεται μέγιστο;

β) Πόσο είναι το εμβαδον αυτο;

45. *Η πλευρά ενος τετραγώνου είναι 4 cm μεγαλύτερη από την πλευρά ενός άλλου τετραγώνου. Βρείτε*

τις πλευρές τους αν γνωρίζουμε οτι η διαφορά των εμβαδών τους είναι 88 cm^2.

46. *Το πλήθος των διαγωνίων ενός πολυγώνου με ν πλευρές δίνεται απο τον τύπο:* $\delta_\nu = \dfrac{\nu(\nu-3)}{2}$

Αν το πολύγωνο έχει 104 διαγωνίους, πόσες είναι οι πλευρές του;

47. *Το άθροισμα των ν πρώτων φυσικών αριθμών δίνεται απο τον τύπο:*

$$\Sigma_\nu = 1+2+3+4+.......+\nu = \frac{\nu(\nu+1)}{2}$$

Βρείτε το ν, αν ξέρουμε ότι $\Sigma_\nu = 300$.

48. *Το εμβαδόν μιας σελίδας ενός βιβλίου είναι 300 cm^2. Αν το μήκος της είναι 5 cm μεγαλύτερο απο το πλάτος της, βρείτε τις διαστάσεις της σελίδας.*

49. *Δύο φυσικοί αριθμοί διάφοροι του μηδενος έχουν άθροισμα 64.*

α) Ποσα ζεύγη τέτοιων αριθμών υπάρχουν;

β) Ποιοι είναι οι αριθμοί οταν το γινόμενο τονς μεγιστοποιείται;

50. *Να αποδείξετε ότι αν το $7x - 5$ είναι πολλαπλάσιο του 3 , τοτε και το τριώνυμο $28x^2 -13x - 5$ είναι πολλαπλάσιο του 3.*

51. *Να βρεθεί η συνθήκη μεταξύ των p και q ώστε οι ρίζες της εξίσωσης* $x^2 + px + q = 0$ *με* $p, q \in R$ *να είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 2 και 3.*

52. *Δίνεται η εξίσωση* $x^2+\beta x+\gamma=0$ *(1)*

α) να βρείτε τη σχέση μεταξύ των β και γ για να είναι μια ρίζα της (1) διπλάσια της άλλης

β) αν $\beta = -2$, τοτε ορίσετε τον γ ώστε η μια ρίζα της (1) να είναι το τετράγωνο της άλλης

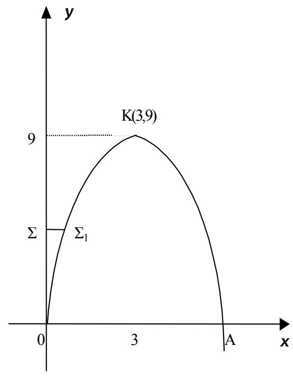
γ) βρείτε το σύνολο των δευτεροβαθμίων εξισώσεων με ρίζες τα τετράγωνα των ριζών της (1).

53. *Αν α, β, γ είναι τα μήκη πλευρών τριγώνου, να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες αληθεύει η ανίσωση:* $x^2- 2\alpha x+(\beta+\gamma)^2 > 0$.

54. *Ένας χορογράφος σχεδιάζοντας τις θέσεις των χορευτών σε κάποια χορογραφία θέλει να τους , διατάξει σε τετράγωνο. Εάν σχηματίσει x σειρές με x χορευτές (στην κάθε σειρά) θα του περισσέψουν 10 χορευτές. Εάν προσθέσει 2 χορευτές σε κάθε σειρά και σχηματίσει ένα νέο τετράγωνο θα του λείπουν 10 χορευτές. Να βρείτε τον αριθμό x των χορευτών μιας σειράς του α΄τετραγώνου και το συνολικό αριθμό y των χορευτών.*

55. *Ένα αγρόκτημα οργώνεται από δύο τρακτέρ Α και Β, αν δουλέψουν συγχρόνως, σε 6 ώρες. Αν οργώσει το κτήμα μόνο το τρακτέρ Α τότε χρειάζονται 5 ώρες περισσότερες, από όσες χρειάζονται, για να το οργώσει το τρακτέρ Β. Να βρεθεί σε πόσες ώρες καθένα τρακτέρ οργώνει μόνο του το αγρόκτημα*

56. *α) Να βρεθεί η συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση είναι η παραβολή του διπλανού σχήματος.*
β) Αν το τμήμα ΟΚΑ της παραβολής αυτής παριστάνει μια σήραγγα και στο σημείο της $Σ_1$ θέλουμε να εγκαταστήσοουμε πυροσβεστικό κρουνό που θα απέχει 2,75m από τον άξονα x΄x να βρεθεί το μήκος του σωλήνα $ΣΣ_1$, που είναι κάθετος στον άξονα y΄y.



57. *Σε μια εκπομπή της τηλεόρασης με συμβουλές προς οδηγούς δόθηκε το εξής στοιχείο :*
Ενα αυτοκίνηταο που τρέχει με σταθερή ταχύτητα 120 Km/h σε περίπτωση που συναντήσει εμπόδιο και φρενάρει θέλει 113 m για να σταματήσει. Να υπολογιστεί:
α) Η επιβράδυνση της κίνησης μετά το φρενάρισμα και
β) ο χρόνος που θα παρέλθει από τη στιγμή του φρεναρίσματος μέχρι την ακινητοποίηση του αυτοκινήτου.

58. *Δίνεται η εξίσωση $x^2-(λ+5)x+μ-4=0$. Να προσδιοριστούν τα λ και μ εάν δοθεί ότι αυτά είναι ίσα προς τα διπλάσια των ριζών της εξίσωσης.*

59. *Να λυθούν οι ανισώσεις :*

α) $(x-1)(x^2-3x+2)(x^2+x+1)<0$

β) $(x^2-7x+12)(x^2-5x+6)(x^2+2x+6)\geq 0$

γ) $x^2(3-x^2)<0$

δ) $(1-2x^2)(-x+7)\leq 0$

ε) $(x-α)(x-β)(x-γ)>0$ εάν $α<β<γ$

στ) $(3x^3-x^2)(x^2-x+1)<0$

ζ) $3x^3-5x^2+2x\geq 0$

η) $\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-17x+60}>0$

θ) $\dfrac{-x^2+5x+6}{x^2+x-6}>0$

ι) $\dfrac{x+1}{7-x}>2$

60. *Να λυθούν οι ανισώσεις :*

α) $\dfrac{x-1}{x+1}>1+\dfrac{2}{1-x}$

β) $\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}>1$

γ) $\dfrac{3}{x+1}-\dfrac{x-1}{x-4}>\dfrac{3}{2}$

61. *Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:*

α) $3x+7>0$

β) $x^2-6x+5>0$

62. *Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:*

α) $2x+5>0$

β) $x-2<0$

γ) $(x+4)(x-6)<0$

63. *Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:*

α) $\dfrac{3x+5}{3x-7}<0$

β) $\dfrac{12x^2+13x-14}{x-2}<0$

64. *Για ποιες τιμές του x ισχύει η διπλή ανίσωση:*

$$-2<\frac{2x-1}{x^2-3x+2}<1$$

65. *Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο $x^2-14x+50$ παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 5 και μικρότερες του 26 ;*

66. *Να λυθεί η ανίσωση:*

$|x|>4x$

67. *Δίνεται η πραγματική συνάρτηση:* $f(x)=\sqrt{|x^2+8x+9|-24}$

Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της ;

68. *Να δειχθεί ότι:*

$$\frac{1}{3}<\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}<3$$

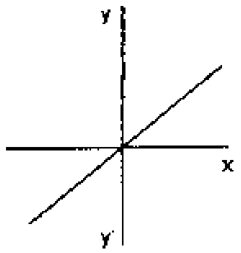
για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό x.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ

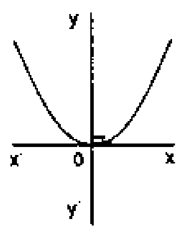
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ

1. *Στα παρακάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις:*

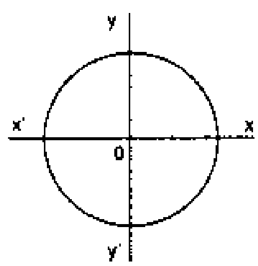
της Ευθείας $y=\chi^2$



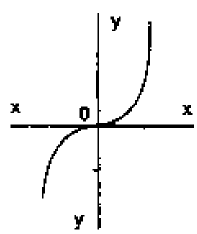
της παραβολής $y=x^2$



του κύκλου $x^2+y^2=9$



της συνάρτησης $y=x^3$



α) Συμπληρώστε τον πίνακα:

Εξίσωση	**Βαθμός** εξίσωσης **ως προς x**	**Βαθμός** εξίσωσης **ως προς y**	**Γραφική παράσταση** (ευθεία ή καμπύλη)
$y=x$			
$y=x^2$			
$x^2+y^2=9$			
$y=x^3$			

β) Συμπληρώστε τις φράσεις:

Η εξίσωση $\alpha x+\beta y=\gamma$ .... βαθμού ως προς x ,...... βαθμού ως προς y παριστάνει γραφικά ....

Η εξίσωση $y=\alpha x^2$ .... βαθμού ως προς x , ... βαθμού ως προς y παριστάνει γραφικά ....

Η εξίσωση $x^2+y^2=9$ .... βαθμού ως προς x , ... βαθμού ως προς y παριστάνει γραφικά ....

Η εξίσωση $y=x^3$ .... βαθμού ως προς x , ... βαθμού ως προς y παριστάνει γραφικά ....

γ) Στα παραπάνω σχήματα να τμήσετε την $y=x$, με μία ευθεία ε_1 , την $y=x^2$ με μία ευθεία ε_2, την $x^2+y^2=9$ με μία ευθεία ε_3 και στη συνέχεια συμπληρώστε τις φράσεις:

η $y=x$ και μια ευθεία μπορεί να έχουν .... κοινά σημεία

η $y=x^2$ και μια ευθεία μπορείνα έχουν .... κοινά σημεία

η $x^2+y^2=9$ και μια ευθεία μπορεί να έχουν .... κοινά σημεία

**στα κενά να γραφούν όλες οι δυνατές περιπτώσεις*

δ) (i) Η καμπύλη $y=x^3$ πόσα κοινά σημεία μπορεί να έχει με μια ευθεία ;

(ii) Η $y=x^3$ πόσα κοινά σημεία έχει με τον άξονα των τετμημένων;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ε) Ένα σύστημα δευτέρου βαθμού ορίζεται από τις εξισώσεις

$x^2+y^2=\alpha^2$ και $\beta x+\gamma y=5$

Πόσες λύσεις μπορεί να έχει; Δικαιολογήστε την απάντησή σας λαμβάνοντας υπόψη τις γραφικές παραστάσεις των εξισώσεων του συστήματος.

2. ***Συμπλήρωσε τον πίνακα με την κατάλληλη μαθηματική έκφραση : ,***

Φυσική γλώσσα	*Μαθηματική γλώσσα*
Δύο αριθμοί x, y διαφέρουν κατά 2 και έχουν γινόμενο 2	$x(x+2)=2$
Δύο αντίστροφοι αριθμοί που έχουν άθροισμα 3	
Ορθογώνιο που έχει περίμετρο 20 cm και εμβαδόν 21cm²	
Το άθροισμα των τετραγώνων δύο διαδοχικών ακεραίων αριθμών ισούται με α.	
Το άθροισμα των τετραγώνων τριών διαδοχικών ακεραίων αριθμών ισούται με β.	
Η διαφορά των τετραγώνων δύο διαδοχικών περιττών αριθμών ισούται με 8000.	
Το τετράγωνο του αριθμού των ετών της ηλικίας του Γιάννη ισούται με το διπλάσιο της ηλικίας την οποία θα έχει μετά 12 χρόνια.	
Τρεις διαδοχικοί ακέραιοι αριθμοί που το διπλάσιο του μεσαίου είναι ίσο με το άθροισμα του μικρότερου και του μεγαλύτερου.	
Ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 96, και το πηλίκο του είναι μεγαλύτερο κατά 4 από τον διαιρέτη	

3. ***Να συμπληρώσεις τα κενά:***

Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$, $α \neq 0$ με διακρίνουσα Δ έχει:
- ***δύο ρίζες άνισες, αν Δ ....***
- ***μια διπλή ρίζα, αν Δ ....***
- ***καμιά πραγματική ρίζα, αν Δ ...,.......***

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΥΠΟΥ ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ

1. *Η εξίσωση $αx^2+γ=0$ έχει διακρίνουσα πάντα αρνητική.* Σ Λ

2. *Αν α, γ ετερόσημοι αριθμοί η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$ έχει δύο άνισες ρίζες* Σ Λ

3. *Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$, $α \neq 0$ έχει μία ρίζα ίση με το μηδέν. όταν η διακρίνουσα της είναι ίση με το μηδέν.* Σ Λ

4. *Η εξίσωση $αx^2+ βx - γ=0$, $α \neq 0$ εχει δύο ρίζες άνισες αν $α > 0$ και $γ > 0$* Σ Λ

5. *Οι αριθμοί 2 και 3 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2-5x+6=0$* Σ Λ

6. *Αν η εξίσωση $x^2 - λx + 1 = 0$, $λ \in R^*$ έχει δύο ρίζες άνισες, αύτές είναι αντίστροφες.* Σ Λ

7. *Αν η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$, $α \neq 0$ έχει δύο ρίζες αντίθετες, τότε είναι $β=0$.* Σ Λ

8. *Αν $ρ_1, ρ_2$ είναι ρίζες της $αx^2+βx+γ=0$, $α \neq 0$ οι $-ρ_1$, $-ρ_2$ είναι ρίζες της $αx^2- βx+γ=0$.* Σ Λ

9. *Αν $ρ_1, ρ_2$ $(ρ_1 \cdot ρ_2 \neq 0)$ είναι ρίζες της $αx^2+βx+γ=0$, $α \neq 0$ οι $\frac{1}{ρ_1}, \frac{1}{ρ_2}$ είναι ρίζες της εξίσωσης $γx^2+βx+α=0$, $γ \neq 0$* Σ Λ

10. *Υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί α, β τέτοιοι ώστε $α+β=1$ και $α.β=3$.* Σ Λ

11. *Όταν η εξίσωση $x^2+βx+γ=0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες , το γ είναι αρνητικός αριθμός.* Σ Λ

12. *Όταν η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$, $α<0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες, το γ είναι αρνητικός αριθμός.* Σ Λ

13. *Οταν η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$, $α \neq 0$ έχει δύο ρίζες ομόσημες, το β είναι πάντα θετικός αριθμός.* Σ Λ

14. *Αν $ρ_1, ρ_2$ είναι ρίζες της $αx^2+βx+γ=0$, $α \neq 0$ τότε $ρ_1^2 + ρ_2^2 = \left(-\frac{β}{α}\right)^2$* Σ Λ

15. *Αν $ρ_1, ρ_2$ είναι ρίζες της $αx^2+βx+γ=0$, $α \neq 0$ οι $|ρ_1|, |ρ_2|$ θα είναι ρίζες της εξίσωσης $αx^2 + |β|x + γ = 0$* Σ Λ

16. *Η εξίσωση $x^2- κx - λ^2=0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες για κάθε $κ, λ \in R^*$* Σ Λ

17. *Η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$ έχει πάντα δύο ρίζες πραγματικές και άνισες* **Σ Λ**

18. *Η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0,\ α\neq 0$ έχει πάντα δύο ρίζες ετερόσημες* **Σ Λ**

19. *Αν η εξίσωση $αx^2-βx+γ=0,\ α\neq 0$ έχει μια ρίζα ίση με το μηδέν τότε οπωσδήποτε $γ=0$* **Σ Λ**

20. *Η εξίσωση $αx^2+γ=0,\ α\neq 0$ έχει ρίζες ομόσημες.* **Σ Λ**

21. *Αν η εξίσωση $αx^2-βx+γ=0,\ α\neq 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες τότε $αγ<0$* **Σ Λ**

22. *Αν $αγ<0$ τότε η εξίσωση $αx^2+γ=0,\ α\neq 0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες* **Σ Λ**

23. *Η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0,\ α\neq 0$ έχει ρίζες πραγματικές όταν $Δ\geq 0$* **Σ Λ**

24. *Αν για την εξίσωση $αx^2-βx+γ=0,\ α\neq 0$ ισχύει $αγ<0$ τότε έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες* **Σ Λ**

25. *Αν η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0,\ α\neq 0$ έχει τρείς ρίζες διαφορετικές τότε είναι ταυτότητα* **Σ Λ**

26. *Οι αριθμοί 1 και -2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2+x-2=0$* **Σ Λ**

27. *Για να έχει η εξίσωση $x^2-(λ-1)x-5=0$ δύο ρίζες αντίθετες πρέπει $λ=1$* **Σ Λ**

28. *Αν η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0,\ α\neq 0$ έχει ρητούς συντελεστές τότε έχει ρητές ρίζες.* **Σ Λ**

29. *Αν η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0,\ α\neq 0$ με ρητούς συντελεστές έχει ρητές ρίζες τότε η διακρίνουσά της είναι τέλειο τετράγωνο ρητού αριθμού* **Σ Λ**

30. *Αν η εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$ είναι ταυτότητα τότε $α=β=γ=0$* **Σ Λ**

31. *Στην εξίσωση $(λ^2-1)x^2-x-(λ-1)(λ+1)=0$ ισχύει $Δ>0$ τότε έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες* **Σ Λ**

32. *Αν στην εξίσωση $αx^2+αx+β=0$ οι $α,\ β$ είναι ετερόσημοι τότε η εξίσωση έχει πάντα δύο ρίζες πραγματικές και άνισες* **Σ Λ**

33. *Αν $\frac{α}{β}+\frac{β}{α}=-2$ με $α,β\neq 0$ τότε η εξίσωση $αx^2+2βx+α=0$ έχει μια διπλή ρίζα* **Σ Λ**

34. *Η εξίσωση $αx^2-βx+γ=0,\ α\neq 0$ είναι αδύνατη στο R όταν $Δ<0$* **Σ Λ**

35. *Αν η εξίσωση $x^2+(λ+1)x+λ^2-1=0,\ λ\in R-\{-1\}$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες τότε είναι αντίστροφες* **Σ Λ**

36. *Αν $ρ_1,\ ρ_2\ (ρ_1,\ ρ_2\neq 0)$ είναι ρίζες της εξίσωσης $αx^2+βx+γ=0,\ α\neq 0$*

τότε $\frac{1}{\rho_1}, \frac{1}{\rho_2}$ *είναι ρίζες της εξίσωσης* $\beta x^2+\alpha x+\beta=0$, $\beta \neq 0$ Σ Λ

37. *Αν* ρ_1, ρ_2 *είναι ρίζες της εξίσωσης* $\alpha x^2- \beta x+\beta=0$, $\alpha \neq 0$ *τότε* $\rho_1^2 \rho_2^2 = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2$ Σ Λ

38. *Αν η εξίσωση* $\alpha x^2+\beta x+\alpha=0$, $\alpha \neq 0$ *έχει δύο ρίζες* ρ_1, ρ_2 *πραγματικές και άνισες τότε αυτές είναι αντίθετες* Σ Λ

39. *Έστω η εξίσωση* $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$ *(1) με ρίζες* ρ_1, ρ_2. *Αν S το άθροισμα και P το γινόμενο των ριζών της τότε να χαρακτηρίσετε ως Σ ή Λ τις παρακάτω προτάσεις.*

i) *Αν* $P<0$ *η (1) έχει δύο ρίζες αρνητικές* Σ Λ
ii) *Αν* $S>0$ *και* $P>0$ *η (1) έχει δύο ρίζες θετικές* Σ Λ
iii) *Αν* $S=0$ *και* $P<0$ *η (1) έχει δύο ρίζες ετερόσημες* Σ Λ
iv) *Αν* $S<0$ *και* $P<0$ *η (1) έχει δύο ρίζες ομόσημες* Σ Λ
v) *Αν* $S<0$ *και* $P>0$ *η (1) έχει δύο ρίζες αρνητικές* Σ Λ
vi) *Αν* $P=0$ *και* $S>0$ *η (1) έχει μια ρίζα μηδέν και η άλλη θετική* Σ Λ
vii) *Αν* $P=0$ *και* $S<0$ *η (1) έχει μια ρίζα μηδέν και η άλλη αρνητική* Σ Λ
viii) *Αν* $P<0$ *και* $S>0$ *η (1) έχει δύο ρίζες ομόσημες* Σ Λ

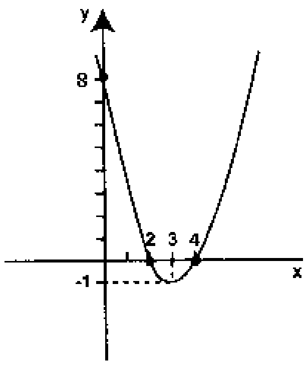
40. *Αν υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί* α, β *τέτοιοι ώστε* $\alpha+\beta=2$ *και* $\alpha\beta=-3$ *τότε τα* α, β *είναι ρίζες της εξίσωσης* $x^2+2x-3=0$ Σ Λ

41. *Έστω το τριώνυμο* $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha \neq 0$ *τότε*

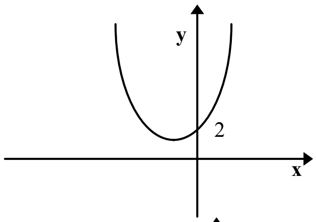
i) *Αν* $\Delta>0$ *και* $\alpha>0$ *το* $f(x)$ *γράφεται σαν άθροισμα τελείων τετραγώνων επι* α Σ Λ
ii) *Αν* $\Delta=0$ *και* $\alpha>0$ *το* $f(x)$ *γράφεται σαν τέλειο τετράγωνο επι* α Σ Λ
iii) *Αν* $\Delta<0$ *και* $\alpha<0$ *το* $f(x)$ *γράφεται σαν διαφορά τελείων τετραγώνων επι* α Σ Λ

42. *Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης* $f(x) = \alpha x^2+\beta x+ \gamma$ $\alpha \neq 0$.
Να χαρακτηρίσετε ως Σ ή Λ τις παρακάτω προτάσεις:

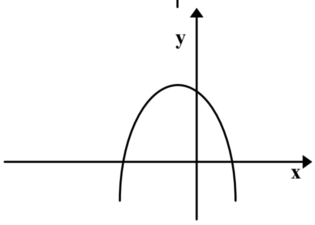
- $\alpha>0$ Σ Λ
- $\beta<0$ Σ Λ
- $\gamma>0$ Σ Λ
- $\Delta<0$ Σ Λ
- *το σύνολο των τιμών της f είναι το* $[-1,+\infty)$ Σ Λ
- *η f έχει ελάχιστο το - 1* Σ Λ
- *το πεδίο ορισμού της f είναι το [1, 4]* Σ Λ
- *Η f είναι άρτια* Σ Λ
- *έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία* $x = 3$ Σ Λ
- *είναι γνησίως αύξουσα στο* $(\infty, 3]$ Σ Λ



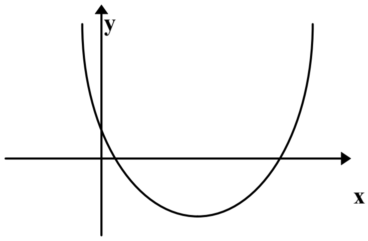
43. *Αν το κάθε σχήμα παριστάνει τη γραφική παράσταση συνάρτησης της μορφής* $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ *χαρακτηρίστε ως Σ ή Λ τις προτάσεις που αντιστοιχούν στο καθένα απ' τα παρακάτω σχήματα:*



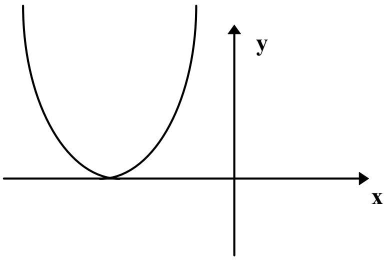
$Δ \geq 0$ Σ Λ
$α > 0$ Σ Λ
$γ = 2$ Σ Λ



$α < 0$ Σ Λ
$\frac{γ}{α} < 0$ Σ Λ
$Δ \leq 0$ Σ Λ

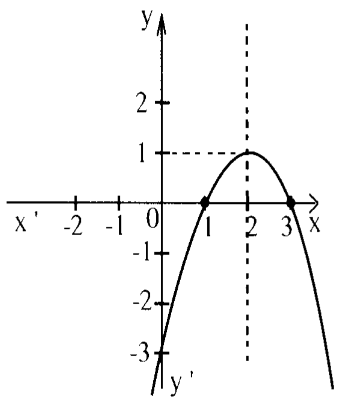


$Δ > 0$ Σ Λ
$\frac{γ}{α} > 0$ Σ Λ
$-\frac{β}{α} > 0$ Σ Λ



$Δ = 0$ Σ Λ
$-\frac{β}{α} > 0$ Σ Λ
$\frac{γ}{α} > 0$ Σ Λ

44. *Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -x^2+4x-3$ φαίνεται στο σχήμα. Να χαρακτηρίσετε ως Σ ή Λ τις παρακάτω προτάσεις*



i) Το πεδίο ορισμού της f είναι το $[1,3]$ Σ Λ
ii) Το πεδίο τιμών της f είναι το $[-3,1]$ Σ Λ
iii) Η f είναι περιττή Σ Λ
iv) Η f έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία με εξίσωση $x=2$ Σ Λ
v) Η f είναι γν. αύξουσα στο διάστημα $[2,+\infty)$ Σ Λ
vi) Η f παρουσιάζει μέγιστο το 2 Σ Λ

45. *Αν για το τριώνυμο $f(x)=αx^2+βx+γ$, $α \neq 0$ ισχύει $αf(x)>0$ για κάθε $x \in R$ τότε αυτό έχει ρίζες θετικές* Σ Λ

46. *Αν $ρ_1$, $ρ_2$ είναι οι ρίζες του τριωνύμου $f(x)= αx^2+βx+γ$, $α \neq 0$ και ισχύει $αf(-1)<0$ τότε $ρ_1<-1$ ή $ρ_2>-1$* Σ Λ

47. *Αν στη διτετράγωνη εξίσωση $αx^4+βx^2+γ=0$, $α \neq 0$ ισχύει $Δ>0$ τότε αυτή άχει τέσσερις ρίζες πραγματικές και άνισες* Σ Λ

48. *Αν για τη διτετράγωνη εξίσωση $\alpha x^4+\beta x^2+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$ ισχύουν $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}<0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}>0$ τότε αυτή δεν έχει καμία πραγματική ρίζα* Σ Λ

49. *Δίνεται κύκλος $(x-1)^2+(y+1)^2=4$, τότε η ευθεία που διέρχεται από το σημείο Α(1,-1) έχει με τον κύκλο ένα κοινό σημείο* Σ Λ

50. *Για το τριώνυμο $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ $\alpha \neq 0$ ισχύει $\alpha f(1)<0$. Τότε το τριώνυμο αυτό έχει δύο ρίζες άνισες.* Σ Λ

51. *Αν για το τριώνυμο $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ $\alpha \neq 0$ ισχύει $\alpha f(2)>0$ τότε ισχύει $p_1<2<p_2$ (p_1 , p_2 ρίζες του τριωνύμου).* Σ Λ

52. *Αν $f(x) = -x^2+2x+3$, χαρακτηρίστε ως Σ ή Λ τις ανισότητες*

- $f(-1997)<0$ Σ Λ
- $f(4\cdot 10^5)>0$ Σ Λ
- $f(2)>0$
- $f\left(\frac{1}{2000}\right)<0$ Σ Λ
- $f(\pi)>0$ Σ Λ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. *Αν η εξίσωση $x^2-4x+\alpha=0$ έχει για διπλή ρίζα το 2, τότε ο α ισούται με:*
Α. 1 Β. -1 Γ. 4 Δ. -4 Ε. 0

2. *Αν η εξίσωση $x^2-2x-\kappa=0$ έχει 2 ρίζες άνισες, για τον πραγματικό αριθμό κ ισχύει:*
Α. $\kappa<-1$ Β. $\kappa\leq-1$ Γ. $\kappa<0$ Δ. $\kappa>-1$ Ε. κ οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός

3. *Η εξίσωση $x^2-\kappa x+\kappa^2=0$ με άγνωστο τον x για κάθε πραγματικό αριθμό $\kappa\neq 0$ έχει:*
Α. δύο ρίζες άνισες αρνητικές Β. δύο ρίζες άνισες θετικές
Γ. μια διπλή ρίζα θετική Δ. διπλή ρίζα το μηδέν Ε. καμία πραγματική ρίζα.

4. *Όταν οι α, γ είναι ετερόσημοι η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ έχει:*
Α. δύο ρίζες άνισες Β. διπλή ρίζα θετική Γ. διπλή ρίζα αρνητική
Δ. καμία ρίζα Ε. δεν μπορούμε να απαντήσουμε

5. *Η εξίσωση $x^2+\kappa^2x-\lambda^2=0$ για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς κ και λ με $\kappa\lambda\neq 0$, έχει:*
Α. δύο ρίζες άνισες ομόσημες Β. δύο ρίζες ετερόσημες Γ. μια διπλή ρίζα
Δ. καμία πραγματική ρίζα Ε. δεν μπορούμε να απαντήσουμε

6. *Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2-\lambda x-4=0$ είναι θετικές, τότε ο λ είναι:*
Α. $\lambda<-4$ Β. $\lambda<0$ Γ. $\lambda=0$ Δ. $\lambda<-2$ Ε. οποιοσδήποτε πριαγματικός αριθμός

7. *Οι ρίζες της εξίσωσης $x^2-4x-\lambda^2=0$ για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό $\lambda\neq 0$ είναι:*

Α. ομόσημες θετικές Β. ομόσημες αρνητικές Γ. ετερόσημες
Δ. το μηδέν και ένας θετικός αριθμός Ε. το μηδέν και ένας αρνητικό αριθμός

8. *Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2+5x-7=0$, τότε οι $-x_1$, $-x_2$ είναι ρίζες της εξίσωσης:*
Α. $x^2+5x+7=0$ Β. $x^2-5x-7=0$ Γ. $x^2+5x-7=0$ Δ. $x^2-5x+7=0$ Ε. $x^2+7x-5=0$

9. *Αν οι ρίζες της εξίσωσης $5x^2+(3-\lambda)x-1=0$ είναι αντίθετες τότε ο πραγματικός αριθμός λ είναι:*
Α. αρνητικός αριθμός Β. $\lambda = 0$ Γ. $\lambda=3$ Δ. $\lambda = -3$ Ε. $\lambda = 9$

10. *Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2-3\alpha x+\alpha^2=0$, $\alpha \neq 0$ είναι αντίστροφες τότε ο α είναι:*
Α. οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός $\neq 0$ Β. οποιοσδήποτε αρνητικός αριθμός
Γ. $\alpha=1$ ή $\alpha=-1$ Δ. $\alpha = 9$ ή $\alpha=-9$ Ε. $\alpha = 5$ ή $\alpha = -5$

11. *Αν $\alpha+\beta=5$ και $\alpha.\beta=6$ τότε οι αριθμοί α, β είναι ρίζες της εξίσωσης:*
Α. $x^2+5x+6=0$ Β. $x^2-5\chi+6=0$ Γ. $x^2-5x-6=0$ Δ. $x^2+6x-5=0$ Ε. $x^2-6\chi+5=0$

12. *Στην ερώτηση «υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε $\alpha+\beta=1$ και $\alpha.\beta=6$» δίνονται από τους μαθητές οι εξής απαντήσεις:*
Α. Ναι Β. Όχι Γ. Ναι και είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2-x+6=0$ Δ. Ναι και είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2+x-6=0$ Ε. Ναι και είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2-x-6=0$
Ποια είναι η σωστή;
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

13. *Αν x_1, x_2 είναι οi ρίζες της εξίσωσης $x^2-5x+3=0$ τότε η παράσταση $x_1^2+x_2^2$ ισούται με:*
Α. 25 Β. 9 Γ. 19 Δ. 15 Ε. 29

14. *Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2+7x+2=0$ τότε η παράσταση $\kappa x_1+\kappa x_2$, $\kappa \neq 0$ ισούται με: Α. 7 Β. - 7 Γ. 7κ Δ. - 7κ Ε. $7\kappa^2$*

15. *Αν οι αριθμοί x_1 και x_1^2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2-6x-27=0$, τότε ο x_1 ισούται με:*
Α. 9 Β. -27 Γ. 3 Δ. -3 Ε. -9

16. *Η εξίσωση $x^2-\kappa|x|-3=0$, $\kappa \in R^*$ έχει:*
Α. μία λύση Β. δύο λύσεις Γ. καμία λύση
Δ. τέσσερις λύσεις Ε. δεν μπορούμε να απαντήσουμε

17. *Η εξίσωση $x^4+3x^2+\kappa=0$, όπου $\kappa>0$, έχει:*
Α. μία λύση Β. δύο λύσεις Γ. τέσσερις λύσεις
Δ. καμία λύση Ε. δεν μπόρούμε να απαντήσουμε

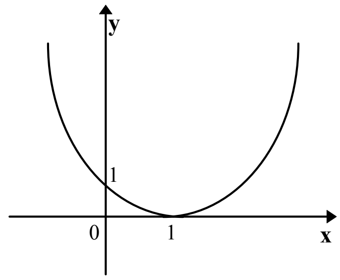
18. *Ο κύκλος $x^2+y^2=8$ και η ευθεία $y=x$ έχουν:*
Α. ενα κοινό σημείο στον άξονα y'y Β. δύο κοινά σημεία στον άξονα x'x
Γ. δύο κοινά σημεία αντιδιαμετρικά Δ. κανένα κοινό σημείο
Ε. ένα κοινό σημείο στόν άξονα x'x.

19. *Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^2-5x-\kappa^2$, $\kappa \neq 0$ έχει με: τον άξονα x'x:*
Α. ένα κοινό σημείο Β. ένα κοινό σημείο που είναι το Ο(0 , 0)
Γ. κανένα κοινό σημείο Δ. δύο κοινά σημεία
Ε. δύο κοινά σημεία που το ένα είναι το Ο(0, 0).

20. ***Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\kappa x^2-2x+1$, $\kappa\neq 0$ εφάπτεται στον άξονα $x'x$, τότε το κ ισούται με:***

Α. -1   Β. 1   Γ. 2   Δ. - 2   Ε. 4

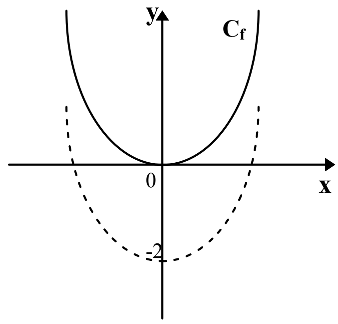
21. ***Ο τύπος της συνάρτησης που η γραφική της παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα είναι:***



Α. $f(x)=x^2-2x-1$ Β. $\varphi(x)=x^2-6x+9$ Γ. $h(x)=x^2-2x+1$

Δ. $g(x)=x^2-6x-9$ Ε. $k(x)=x^2+4x+4$.

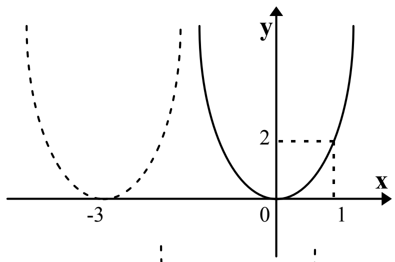
22. ***Στο διπλανό σχήμα με συνεχή γραμμή φαίνεται η γράφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^2$ η διακεκομένη γραμμή παρουσιάζει τη γραφική , πιαράσταση της συνάρτησης.***



Α. $g(x)=x^2+2$ Β. $g(x)=x^2-2$ Γ. $g(x)=(x-2)^2$

Δ. $g(x)=(x+2)^2$ Ε. $g(x)=x^2-4$

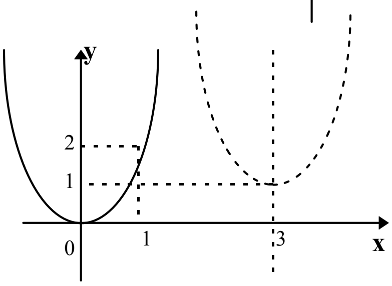
23. ***Στο διπλανό σχήμα με συνεχή γραμμή φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=2x^2$. Η διακεκομένη γραμμή παρουσιάζει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης .***



Α. $g(x)=2(x+3)^2$ Β. $g(x)=2(x-3)^2$ Γ. $g(x)=(2x+3)^2$

Δ. $g(x)=(2x-3)^2$ Ε. $g(x)=2x^2+3$

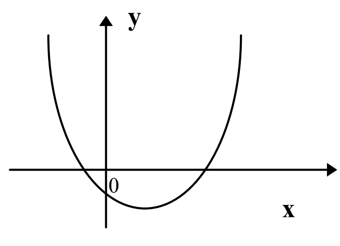
24. ***Στο διπλανό σχήμα με συνεχή γραμμή φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2x^2$. Η διακεκεκομένη γραμμή παρουσιάζει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης:***



Α. $g(x)=2x^2+3$ Β. $g(x) = 2x^2+1$

Γ. $g(\chi)=2(x-3)^2+1$ Δ. $g(x)=2(x+3)^2-1$

Ε. $g(x)=(2x-3)^2+1$



25. ***Η γραφική παράσταση της συνάρτησης στο σχήμα αντιστοιχεί στιον τύπο (για κάθε κ ε R):***

Α. $f(x)=x^2-\kappa x+5$ Β. $g(x)=x^2-\kappa x-5$

Γ. $h(x)=x^2-x+\kappa^2$ Δ. $\varphi(x)=x^2-5x+\kappa$

Ε. $t(x)= x^2-x+5\kappa^2$

26. ***Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \kappa x^2-3x-\kappa$, $\kappa\neq 0$ έχει με τον άξονα $x'x$ (για κάθε τιμή του $\kappa\neq$ ο) :***

Α. ένα κοινό σημείο

Β. δύο κοινά σημεία στο θετικό ημιάξονα Οχ

Γ. δύο κοινά σημεία στον αρνητικό ημιάξονα Οx΄.

Δ. κανένα κοινό σημείο.

Ε. δύο κοινά σημεία εκατέρωθεν του Ο.

27. ***Αν οι αριθμοί -1 και 3 είναι ρίζες του τριωνύμου $f(x)=x^2-\kappa x+\lambda$***

ποια από τις παρακάτω ανισότητες είναι σωστή;

Α. $f(5)<0$ **Β.** $f(-5)\le 0$ **Γ.** $f\left(\frac{2}{3}\right)<0$ **Δ.** $f(100)\le 0$ **Ε.** $f(-100)<0$

28. ***Αν p_1, p_2 $(p_1<p_2)$ είναι ρίζες του τριωνύμου $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ και $\alpha f(1)<0$ ο αριθμός 1 ανήκει στο διάστημα:***

Α. $(-\infty, p_1)$ **Β.** (p_1, p_2) **Γ.** $[p_1, p_2]$ **Δ.** $[p_2, +\infty)$ **Ε.** $(p_2, +\infty)$

29. ***Η παραβολή του διπλανού σχήματος αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση $f(x)=x^2+\kappa x+\lambda$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής;***

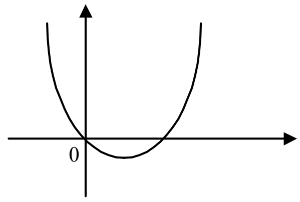
Α. $\Delta<0$

Β. $\kappa = 0$

Γ. *το σύνολο των τιμών της f είναι το $[0, +\infty)$*

Δ. *το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $x^2+\kappa x+\lambda=0$ είναι μηδέν*

Ε. *το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης $x^2+\kappa x+\lambda=0$ είναι αρνητικός αριθμός*



30. ***Η παραβολή του διπλανού σχήματος αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση $f(x)=x^2+\kappa x+\lambda$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής;***

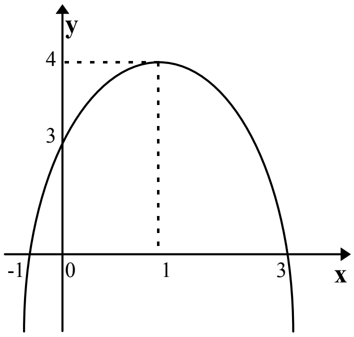
Α. $\Delta = 0$

Β. $\kappa< 0$

Γ. $\lambda>0$

Δ. *το σύνολο των τιμών της f είναι το $[1, +\infty)$*

Ε. *η γραφική παράσταση της f έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$*

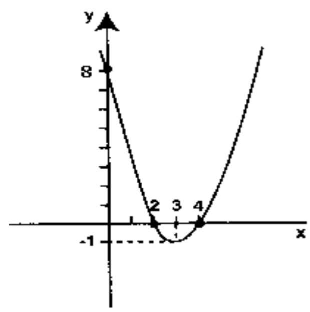


31. ***Η παραβολή του διπλανού σχήματος αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής;***

Α. $\alpha< 0$ **Β.** $\alpha\beta > 0$ **Γ.** $\alpha\gamma < 0$

Δ. *η συνάρτηση έχει σύνολο τιμών το $[-1, +\infty)$*

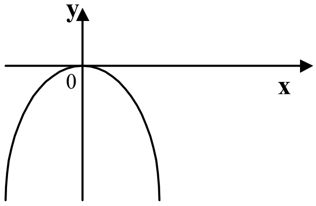
Ε. *η συνάρτηση έχει σύνολο τιμών το $(-1, +\infty)$*



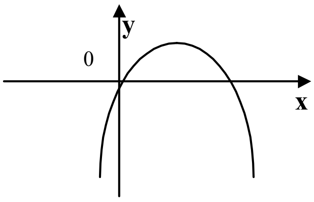
32. ***Για το τριώνυμο $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\neq 0$ ισχύει: $\alpha\gamma < 0$***

Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση f;

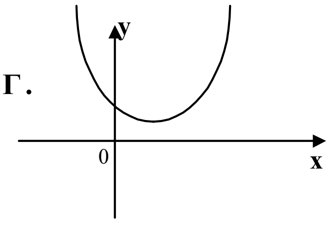
Α.



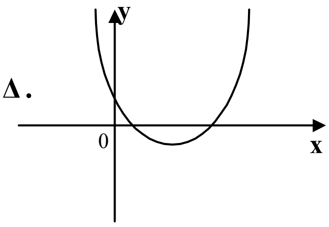
Β.



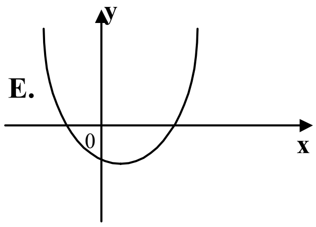
Γ.



Δ.



Ε.



33. *Εστω α, β , γ πραγματικοί αριθμοί με α > 0. Αν η εξίσωση $αx^2+βχ+γ=0$*

έχει 2 ρίζες πραγματικές ετερόσημες, ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής;

Α. $β^2 - 4αγ = 0$ *Β.* $\frac{β^2}{α} < 4γ$ *Γ.* $γ<0$ *Δ.* $γ>0$ *Ε.* $β^2<4αγ$

34. *Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=αx^2+βx+γ$, $α \neq 0$ έχει άξονα συμμετρίας τον y'y. Αν για την εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$ ισχύει $Δ>0$, ποια από τις επόμενες προτάσεις για τις ρίζες p_1 , p_2 αυτής είναι αληθής ;*

Α. $p_1+p_2>0$ *Β.* $p_1+p_2=0$ *Γ.* $p_1+p_2<0$ *Δ.* $p_1p_2>0$ *Ε.* $p_1p_2=0$

35. *Η εξίσωση $λx^2+x - 4λ=0$ για κάθε $λ \in R$:*

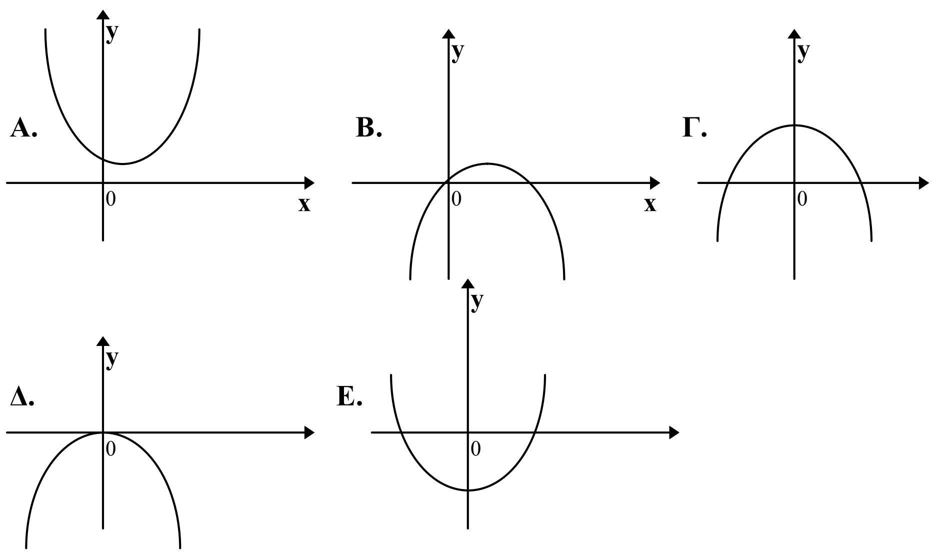
Α. έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες
Β. έχει δυο ρίζες πραγματικές και ίσες
Γ. έχει δυο ρίζες πραγματικές
Δ. έχει μια ρίζα ίση με το μηδέν
Ε. δεν μπορούμε να συμπεράνουμε κάποιο από τα προηγούμενα.

36. *Αν $f(x)=αx^2+βx+γ$ και $Δ<0$ τότε το τριώνυμο $f(x)$ γράφεται:*

Α. $f(x) = \left(x - \frac{β}{2α}\right)^2$ *Β.* $f(x) = \left(x + \frac{β}{2α}\right)^2$ *Γ.* $f(x) = α\left(x + \frac{β}{2α}\right)^2$

Δ. $f(x)= α\left(x + \frac{|Δ|}{4α^2}\right)$ *Ε.* $f(x)= α\left(\left(x + \frac{β}{2α}\right)^2 + \frac{|Δ|}{4α^2}\right)$

37. *Αν $f(x)=αx^2$ με $α>0$, τότε η γραφική παράσταση της $g(x)= -\frac{1}{α}x^2$ είναι:*



38. *Για να είναι η εξίσωση $(λ^2-1)x^2- λx+2=0$ $2^{ου}$ βαθμού πρέπει για τον πραγματικό αριθμό λ να ισχύει:*

Α. $-1<λ<1$ *Β.* $λ \neq \pm 1$ *Γ.* $λ= -1$ ή $λ=1$ *Δ.* $λ \neq 0$ και $λ \neq 1$
Ε. $λ \leq -1$ ή $λ \geq 1$

39. *Αν στην εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$, $α \neq 0$ (1) ισχύει $αγ<0$ τότε η (1) έχει :*

Α. Δύο ρίζες θετικές
Β. Δύο ρίζες αρνητικές

Γ. Μία ρίζα μηδέν και μία αρνητική
Δ. Δύο ρίζες πραγματικές και άνισες
Ε. Καμία ρίζα.

40. Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$ έχει δύο ρίζες άνισες και αρνητικές , τότε ισχύει:

Α. $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}>0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}<0$ Β. $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}<0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}>0$

Γ. $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}=0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}>0$ Δ. $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}>0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}=0$

Ε. $\Delta=0$, $-\frac{\beta}{\alpha}<0$

41. Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$ έχει δύο ρίζες αντίθετες τότε ισχύει:

Α. $\Delta<0$, $-\frac{\beta}{\alpha}=0$ Β. $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}>0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}=0$

Γ. $\Delta=0$, $-\frac{\beta}{\alpha}=0$ Δ. $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}=0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}<0$

Ε. $\Delta>0$, $\frac{\gamma}{\alpha}<0$

42. Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha \neq 0$ έχει μία ρίζα μηδέν και μία θετική ισχύουν:

Α. $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}>0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}=0$ Β. $\Delta=0$, $-\frac{\beta}{2\alpha}>0$

Γ. $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}>0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}>0$ Δ. $\Delta=0$, $\frac{\gamma}{\alpha}=0$

Ε. $\Delta>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}<0$ και $\frac{\gamma}{\alpha}=0$

43. Η εξίσωση $x^2+\alpha^2x-\beta^2=0$ για κάθε $\alpha,\beta\in R$ με $\alpha\beta\neq 0$ έχει:
Α. Μια διπλή ρίζα
Β. Δύο ρίζες αρνητικές
Γ. Μία ρίζα μηδέν και μία θετική
Δ. Δύο ρίζες πραγματικές και άνισες
Ε. Καμία ρίζα.

44. Αν η εξίσωση $x^2-(\lambda+1)x+\lambda=0$ έχει διπλή ρίζα το 1 τότε:
Α. $\lambda=0$ Β. $\lambda=-1$ Γ. $\lambda=2$ Δ. $\lambda=-2$ Ε. $\lambda=1$

45. Αν η εξίσωση $3x^2-2x+\lambda=0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες τότε για τον πραγματικό αριθμό λ ισχύει:
Α. $\lambda>\frac{1}{3}$ Β. $0<\lambda<\frac{1}{3}$ Γ. $\lambda=\frac{1}{3}$ Δ. $\lambda>1$ Ε. $-1<\lambda<1$

46. Οι ρίζες της εξίσωσης $-2x^2+x+(\lambda-1)^2=0$ για κάθε πραγματικό αριθμό $\lambda\neq 1$ είναι :
Α. ετερόσημες Β. θετικές και άνισες Γ. αρνητικές και άνισες
Δ. ομόσημες θετικές Ε. μια μηδέν και μια θετική

47. Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2+(2-\lambda)x-\lambda^2-1=0$ είναι αντίθετες τότε η τιμή του πραγματικού αριθμού λ είναι:
Α. $\lambda=0$ Β. $\lambda=2$ Γ. $\lambda=-1$ Δ. $\lambda=-2$ Ε. $\lambda=5$

48. Αν οι ρίζες της εξίσωσης $-x^2+3(2\lambda-1)x-(2\lambda-1)^2=0$ είναι αντίστροφες τότε:
Α. $\lambda=0$ ή $\lambda=1$ Β. $\lambda=\pm\frac{1}{2}$ Γ. $-1<\lambda<\frac{1}{2}$ Δ. $0<\lambda<1$ Ε. $\lambda=-1$ ή $\lambda=1$

49. Αν ρ_1 , ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - x - 2 = 0$ τότε οι $-\rho_1$, $-\rho_2$ είναι ρίζες της εξίσωσης:
Α. $x^2 + x - 2 = 0$ Β. $x^2 + x + 2 = 0$ Γ. $x^2 + 2x - 1 = 0$ Δ. $x^2 - x - 1 = 0$ Ε. $x^2 - x + 2 = 0$

50. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α , β ισχύουν $\alpha + \beta = -3$ και $\alpha\beta = 2$ τότε αυτοί είναι ρίζες της εξίσωσης:
Α. $x^2 - 2x + 3 = 0$ Β. $x^2 + 3x + 2 = 0$ Γ. $x^2 - 3x + 2 = 0$ Δ. $x^2 - 3x - 2 = 0$ Ε. $x^2 + 2x - 3 = 0$

51. Αν $\rho_1 = 5$ είναι μία από τις ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 4x - 5 = 0$ τότε η άλλη είναι ;
Α. $\rho_2 = -1$ Β. $\rho_2 = 4$ Γ. $\rho_2 = -5$ Δ. $\rho_2 = 0$ Ε. $\rho_2 = -4$

52. Αν ρ_1 , ρ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3x + 2 = 0$ τότε η παράσταση $\frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2}$ ισούται με:
Α. $\frac{4}{5}$ Β. $\frac{1}{3}$ Γ. $-\frac{2}{3}$ Δ. $\frac{3}{2}$ Ε. $\frac{5}{4}$

53. Αν οι αριθμοί ρ_1 και $\frac{1}{\rho_1^2}$ είναι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 + x - 12 = 0$ τότε ο ρ_1 ισούται:
Α. $-\frac{1}{4}$ Β. -3 Γ. -1 Δ. 3 Ε. $\frac{2}{3}$

54. Αν $\alpha + \beta = 2$ τότε η εξίσωση $x^2 + 2(\alpha + \beta - 1)x + \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - 3 = 0$ έχει:
Α. ρίζες άνισες Β. ρίζες ετερόσημες Γ. μία διπλή ρίζα Δ. ρίζες ομόσημες
Ε. ρίζες θετικές

55. Αν η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 1)|x| - \lambda^2 = 0$, $\lambda \in R^*$ έχει :
Α. τέσσερις λύσεις Β. δύο λύσεις Γ. διπλή ρίζα Δ. καμία λύση

56. Η εξίσωση $x^4 + (4\mu^2 - 1)x^3 - (\mu + 1)x^2 + (2\mu + 1)^2 x + 1 = 0$ γίνεται διτετράγωνη για:
Α. $\mu = -\frac{1}{2}$ ή $\mu = 2$ Β. $\mu = -\frac{1}{2}$ Γ. $\mu \neq -1$ και $\mu = \frac{1}{2}$ Δ. για κάθε $\mu \in R$
Ε. καμία τιμή του μ

57. Η εξίσωση $x^4 - (\lambda^2 + 1)x^2 + \lambda^2 = 0$ για κάθε $\lambda \in R^* - \{\pm 1\}$ έχει:
Α. τέσσερις πραγματικές ρίζες Β. δύο πραγματικές ρίζες Γ. καμία πραγματική
Δ. μία διπλή ρίζα μηδέν

58. Αν ρ_1 , ρ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 + 5x - 3 = 0$ τότε τι ισχύει από τα παρακάτω για τις ρίζες;
Α. $\begin{cases} \rho_1 + \rho_2 = -\frac{5}{2} \\ \rho_1\rho_2 = -3 \end{cases}$ Β. $\begin{cases} \rho_1 + \rho_2 = -\frac{5}{2} \\ \rho_1\rho_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$ Γ. $\begin{cases} \rho_1 + \rho_2 = \frac{5}{2} \\ \rho_1\rho_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$ Δ. $\begin{cases} \rho_1 + \rho_2 = -5 \\ \rho_1\rho_2 = -3 \end{cases}$

59. Ο κύκλος $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ και η ευθεία $y = 4$ έχουν:
Α. ένα κοινό σημείο Β. δύο κοινά σημεία Γ. κανένα κοινό σημείο
Δ. ένα κοινό σημείο στον άξονα $x'x$

60. Για κάθε $\lambda \in R$ η ευθεία $y = \lambda x$ και η παραβολή $y = x^2 - 4$ έχουν:
Α. ένα κοινό σημείο Β. δύο κοινά σημεία Γ. κανένα κοινό σημείο
Δ. ένα κοινό σημείο στον άξονα $y'y$

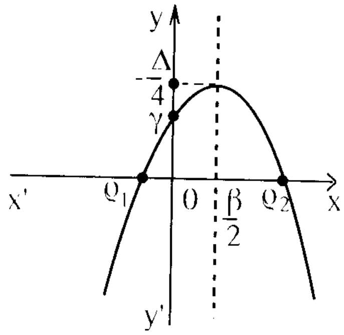
61. Αν $f(x) = \alpha x^2 + \beta x - \alpha$, $\alpha \neq 0$ τότε το τριώνυμο γράφεται ως γινόμενο του α επι:

Α. ένα τέλειο τετράγωνο *Β. ένα άθροισμα τετραγώνων*
Γ. μία διαφορά τετραγώνων

62. *Αν $f(x)=x^2+\alpha x+5\alpha^2$, $\alpha \neq 0$ τότε το τριώνυμο γράφεται ως:*
Α. τέλειο τετράγωνο *Β. άθροισμα τετραγώνων* *Γ. διαφορά τετραγώνων*

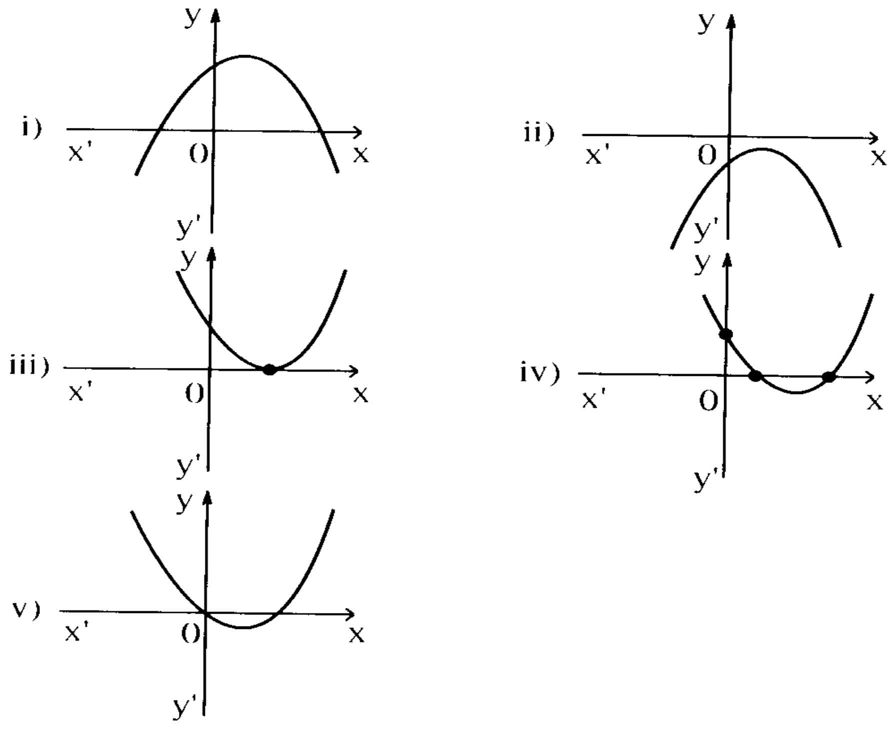
63. *Αν $f(x)=\frac{1}{4}x^2+2\alpha x+4\alpha^2$, $\alpha \neq 0$ τότε το τριώνυμο γράφεται ως:*
Α. τέλειο τετράγωνο *Β. άθροισμα τετραγώνων* *Γ. διαφορά τετραγώνων*

64. *Η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x)=-x^2+\beta x+\gamma$ δίνεται στο διπλανό σχήμα. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς;*



Α. Το σύνολο τιμών είναι το $[0,+\infty)$
Β. $\Delta>0$ *Γ. $f(0)<0$* *Δ. $\rho_1\rho_2<0$*
Ε. Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left(-\infty,\frac{\beta}{2}\right]$
Ζ. Η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $-\frac{\Delta}{4}$
Η. Η γραφική παράσταση της f έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x=\frac{\beta}{2}$

65. *Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιπροσωπεύει την συνάρτηση $f(x)=\alpha x^2-\beta x+\gamma$, $\alpha \neq 0$ όταν $\Delta<0$ και $\alpha\gamma>0$.*



66. *Το τριώνυμο $f(x)=x^2-2(\lambda-1)x-\lambda^2+\lambda-2$ όπου $\lambda \in R^*$, έχει πρόσημο:*
Α. θετικό για κάθε $x \in R$ *Β. αρνητικό εκτός των ριζών* *Γ. αρνητικό για κάθε $x \in R$*
Δ. αρνητικό εντός των ριζών *Ε. θετικό εκτός των ριζών*

67. *Για ποιες τιμές του λ το τριώνυμο $f(x)=\lambda x^2-3x+\lambda$ είναι θετικό για κάθε x πραγματικό;*

Α. $-\frac{3}{2}<\lambda<\frac{3}{2}$ Β. $\lambda<-\frac{3}{2}$ ή $\lambda>\frac{3}{2}$ Γ. $0<\lambda<\frac{3}{2}$

Δ. $\lambda>\frac{3}{2}$ Ε. $-\frac{3}{2}<\lambda<0$

68. *Για ποιες τιμές του $\lambda\in R-\{-1\}$ το τριώνυμο $f(x)=(\lambda+1)x^2+2x-\lambda-1$ παίρνει αρνητικές τιμές μεταξύ των ριζών του;*

Α. Για κάθε $\lambda\in R-\{-1\}$ Β. $\lambda>-1$ Γ. $-2<\lambda<-1$

Δ. $\lambda<-1$ Ε. Για καμία τιμή του $\lambda\in R-\{-1\}$.

69. *Για ποιες τιμές του $\lambda\in R$ το τριώνυμο $f(x)=-x^2-(2\lambda-1)x-(\lambda^2+\lambda+2)$ είναι αρνητικό για κάθε x πραγματικό;*

Α. για κάθε $\lambda\in R$ Β. $\lambda>-\frac{7}{8}$ Γ. $\lambda<-\frac{7}{8}$ Δ. $-\frac{7}{8}<\lambda<0$ Ε. $\lambda>\frac{7}{8}$

70. *Η συνάρτηση $f(x)=\sqrt[3]{-x^2+3x-2}$ είναι πραγματικός αριθμός για:*

Α. $1\le x\le 2$ Β. $x<1$ ή $x>2$ Γ. $x<1$ Δ. $x>2$ Ε. κάθε $x\in R$

71. *Η ανίσωση $(\lambda-1)x^2-\lambda x+\lambda-1>0$, $\lambda\in R$ αληθεύει για κάθε $x\in R$ για :*

Α. κάθε $\lambda\in R$ Β. $\lambda<1$ Γ. $1<\lambda<2$ Δ. $\lambda>2$ Ε. $-2<\lambda<\frac{2}{3}$

72. *Η ανίσωση $\left|x^2+x+1\right|<x^2$, $x\in R^*$ αληθεύει:*

Α. για κάθε $x\in R^*$ Β. όταν $x<-1$ Γ. για κάθε $x\in(1,2)$ Δ. όταν $x>2$

73. *Ποιοι αριθμοί περιέχονται στο σύνολο λύσεων της ανίσωσης: $\frac{-5x+4}{x-3}\ge -3$*

Α. {- 2 , - 1 , 0 , 1 , 2} Β. {- 2 , - 1 , 0 } Γ.{ 0 , 1 , 2 , 3} Δ. {- 1 , 0 , 1 , 2}

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

1. *Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχεί με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Σύνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.*

Στήλη (Α) σχέσεις	Στήλη (Β) $\alpha x^2+\beta x+\gamma>0$
$\Delta<0$ και $\alpha<0$	• αληθεύει για κάθε x • αληθεύει για κάθε x που βρίσκεται μεταξύ των ριζών του τριωνύμου.
$\Delta<0$ και $\alpha>0$	• αληθεύει για κάθε x που βρίσκεται εκτός των ριζών του τριωνύμου. • δεν αληθεύει για κανένα x
$\Delta<0$ και $\alpha\ne 0$	• αληθεύει για x ίσο με τις ρίζες του τριωνύμου • δεν μπορούμε να απαντήσουμε για ποια x αληθεύει η ανίσωση

Στήλη (Α) σχέσεις	**Στήλη (Β)** είδος των ριζών της $αx^2+βx+γ=0$
$\frac{γ}{α}<0$ $Δ>0$, $\frac{γ}{α}>0$ και $-\frac{β}{α}>0$ $Δ=0$ $Δ<0$	• έχει δύο ρίζες πραγματικές και αρνητικές • έχει δύο ρίζες πραγματικές και θετικές • έχει δύο ρίζες πραγματικές και ετερόσημες • έχει ρίζες πραγματικές και ίσες • δεν έχει ρίζες πραγματικές • δεν μπορούμε νια απαντήσουμε για το είδος των ριζών της εξίσωσης

2. *Δίνεται η εξίσωση $(λ-2)x^2+λx+λ-1$, $λ\in R$. Να αντιστοιχίσετε την τιμή του λ της στήλης (Α) με τις ρίζες της εξίσωσης της στήλης (Β)*

Στήλη (Α) τιμές του λ	**Στήλη (Β)** λύσεις τη εξίσωσης
1. $λ=2$ 2. $λ=0$ 3. $λ=1$ 4. $λ=3$	α. καμία λύση β. $x=1$ ή $x=-2$ γ. $x=-\frac{1}{2}$ δ. $x=0$ ή $x=1$ ε. $x=-1$ ή $x=1$ ζ. $x=-1$

3. *Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β)*

Στήλη (Α) Διακρίνουσα της εξίσωσης $λx^2-(2λ-1)x+λ=0$, $λ\neq 0$	**Στήλη (Β)** Συμπέρασμα για τις λύσεις της εξίσωσης
1. $Δ=-4λ+1>0 \Leftrightarrow λ<\frac{1}{4}$ 2. $Δ=-4λ+1=0 \Leftrightarrow λ=\frac{1}{4}$ 3. $Δ=-4λ+1<0 \Leftrightarrow λ>\frac{1}{4}$	α. $ρ_1=ρ_2=\frac{2λ-1}{2λ}$ β. $ρ_1=ρ_2=-\frac{2λ-1}{2λ}$ γ. $ρ_{1,2}=\frac{(2λ-1)\pm\sqrt{-4λ+1}}{2λ}$ δ. $ρ_1=\frac{(1-2λ)-\sqrt{-4λ+1}}{2λ}$ $ρ_2=\frac{(1-2λ)+\sqrt{-4λ+1}}{λ}$ ε. Η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρί - ζες

3. *Να αντιστοιχίσετε κάθε τιμή της στήλης (Α) με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β)*

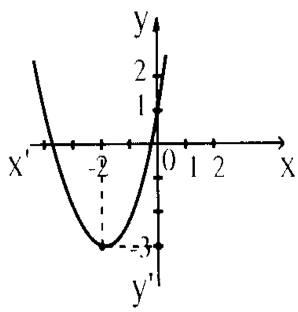
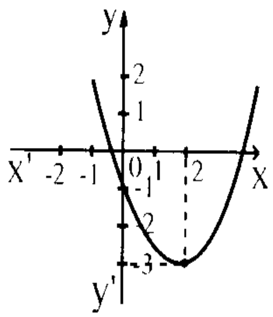
Στήλη (Α) Εξίσωση	**Στήλη (Β)** Αθροισμα - γινόμενο ριζών
1. $x^2-2x-6=0$ 2. $-2x^2-4x+12=0$	α. $S=-2$, $P=6$ β. $S=2$, $P=-6$ γ. $S=2$, $P=6$ δ. α. $S=-2$, $P=-6$

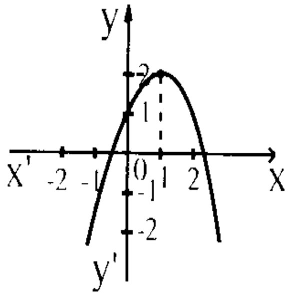
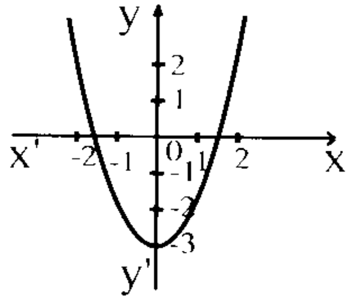
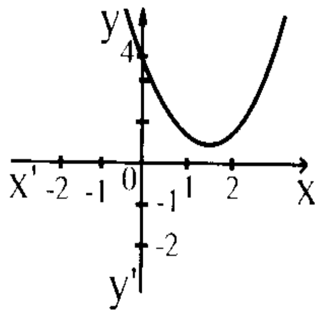
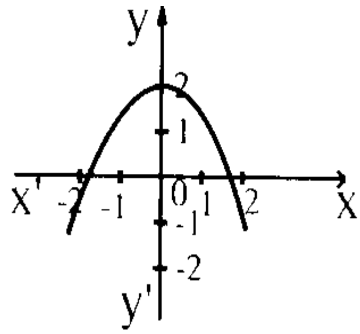
3. $\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{3}x+1=0$	ε. α. $S=-\frac{\alpha}{2}$, $P=-\frac{\alpha^2}{2}$
4. $2x^2-\alpha(\alpha-x)=0$	ζ. $S=-\frac{\alpha}{2}$, $P=\frac{\alpha^2}{2}$
5. $2x^2-\alpha(x-\alpha)=0$	η. $S=\frac{\alpha}{2}$, $P=\frac{\alpha^2}{2}$
6. $2x^2+\alpha x+\alpha^2=0$	θ. $S=\frac{\alpha}{2}$, $P=-\frac{\alpha^2}{2}$

4. ***Να αντιστοιχίσετε τις παραστάσεις της στήλης (Α) με την παραγοντοποιημένη μορφής τους στη στήλη (Β)***

Στήλη (Α) Τριώνυμο	Στήλη (Β) Γινόμενο
1. $x^2-2\alpha x-3\alpha^2$	α. $(x-\alpha)(x+1)$
2. $x^2-(\alpha-1)x-\alpha$	β. $(x+\alpha)(x-1)$
3. $x^2+(\alpha+1)x+\alpha$	γ. $(x-3\alpha)(x+\alpha)$
4. $3x^2+2\alpha x-\alpha^2$	δ. $(x+\alpha)(x+1)$
	ε. $(x-\alpha)(x+3\alpha)$
	ζ. $3(x+\alpha)\left(x-\frac{1}{3}\alpha\right)$

5. ***Να αντιστοιχίσετε τη συνάρτηση της στήλης (Α) με τη γραφική παράσταση της στήλης (Β).***

<u>Στήλη (Α)</u> Συνάρτηση	<u>Στήλη (Β)</u> Γραφική παράσταση
1. $f(x)=2x^2-3$	α. 
2. $f(x)=-x^2+2$	β. 
3. $f(x)=(x+2)^2-3$	

	γ. 
4. $f(x)= -(x-1)^2+2$	δ. 
5. $f(x)=x^2-3x+4$	ε. 
	ζ. 

6. ***Να αντιστοιχίσετε τις σχέσεις των συντελεστών της στήλης (Α) με το πλήθος και το πρόσημο των ριζών της στήλης (Β).***

Στήλη (Α) *Σχέσεις συντελεστών της* *$\alpha x^2+\beta x+\gamma=0,\ \alpha\neq 0$*	***Στήλη (Β)*** *Πλήθος και πρόσημο ριζών της* *$\alpha x^2+\beta x+\gamma=0,\ \alpha\neq 0$*
	α. Μία ρίζα μηδέν και μία αρνητική
1. $\Delta>0\ ,\ \dfrac{\gamma}{\alpha}>0\ ,\ -\dfrac{\beta}{\alpha}>0$	***β. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε για το είδος των ριζών***
2. $\dfrac{\gamma}{\alpha}<0\ ,\ -\dfrac{\beta}{\alpha}=0$	***γ. Δύο ρίζες θετικές και άνισες***
3. $\Delta=0\ ,\ -\dfrac{\beta}{\alpha}>0$	***δ. Δύο ρίζες αντίθετες***
	ε. Δύο ρίζες αρνητικές και άνισες

4. $\Delta>0$, $\frac{\gamma}{\alpha}=0$, $-\frac{\beta}{\alpha}<0$	ζ. Μία διπλή ρίζα θετική
5. $\Delta<0$	η. Μία διπλή ρίζα μηδέν
6. $\Delta>0$, $\frac{\gamma}{\alpha}>0$, $-\frac{\beta}{\alpha}<0$	θ. Δεν έχει ρίζες πραγματικές

7. ***Να αντιστοιχίσετε τις ανισώσεις της στήλης (Α) με τις λύσεις της στήλης (Β)***

Στήλη (Α) Ανίσωση	Στήλη (Β) Λύση
1. $(1 - x)(2x^2 - 3x - 2)\geq 0$	α. $x\in(-\infty,-2)\cup(-2,-1)\cup(1,+\infty)$
2. $(x^2 - 1)(x+2)^2> 0$	β. $x\in[-2,-1]\cup[1,+\infty)$
3. $(x^2 - 4x+4)(x - 3)^2 \geq 0$	γ. $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup[1,2]$
4. $\frac{x-1}{x^2-5x+6}\geq 0$	δ. Αληθεύει για κάθε $x\in R$
5. $\frac{3x^2+2x-1}{x+1}\leq 2$	ε. $x\in(-\infty,-1]\cup[1,2]\cup[2,3]$
	ζ. $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,1]$
	η. $x\in[1,2)\cup(3,+\infty)$

8. ***Να αντιστοιχίσετε τις συναρτήσεις της στήλης (Α) με το πεδίο ορισμού τους της στήλης (Β)***

Στήλη (Α) Συνάρτηση	Στήλη (Β) Το πεδίο ορισμού της
1. $f(x)=\sqrt{\frac{-x^2+6x-8}{x-2}}$	α. $x\in(-1,1)\cup(1,3]$
2. $f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{-x^2+6x-8}}$	β. $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,1]\cup[3.+\infty)$
3. $f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4x+3}{(x+1)^2}}$	γ. $x\in(-\infty,2)\cup(2,4]$
4. $f(x)=\frac{x^2-4x+3}{\sqrt{(x+1)^2}}$	δ. $x\in(2,4)$
	ε. έχει πεδίο ορισμού το R
	ζ. $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$