

Hear me twice

Δεκέμβριος 2005

Δύο κινητά A και B βρίσκονται στη θέση $x = 0$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το μιν A ξεκινά ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση $a = +2 \text{ m/s}^2$ προς τα θετικά του άξονα των x , το δε B ευθύγραμμη ομαλή κίνηση $v_B = -159 \text{ m/s}$ προς τα αρνητικά του άξονα. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 25 \text{ s}$, το B εκπέμπει ηχητικό σήμα με τη σειρήνα του το οποίο διαδίδεται με ταχύτητα $v_{\text{HX}} = 300 \text{ m/s}$, ενώ το A συνεχίζει τη κίνηση του.

Ποια χρονική στιγμή το A θ' ακούσει τον ήχο της σειρήνας του B;
Δικαιολογείστε με διάγραμμα θέσης τις δύο λύσεις της άσκησης.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 25$ s που εκπέμπει ηχητικό σήμα, το B βρίσκεται στη θέση:

$$x_B = v_B t_1 = -159 \cdot 25 = -3975 \text{ m}$$

Άρα η εξίσωση θέσης του ηχητικού σήματος θα είναι:

$$x_{HX} = x_B + v_{HX} \cdot t \text{ ή } x_{HX} = -3975 + 300 \cdot (t - 25)$$

ενώ η εξίσωση της θέσης του A είναι πάντα:

$$x_A = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} 2 t^2$$

Για να φτάσει ο ήχος στο A θα πρέπει $x_{HX} = x_A$. Συνεπώς:

$$-3975 + 300 \cdot (t - 25) = \frac{1}{2} 2 t^2$$

Λύνοντας το τριώνυμο που προκύπτει, παίρνουμε δύο λύσεις $t_1 = 45$ s και $t_2 = 255$ s. Και οι δύο λύσεις είναι δεκτές, δεδομένου ότι αν συνεχίσει την επιταχυνόμενη κίνηση το A, κάποια στιγμή θα αποκτήσει υπερηχητική ταχύτητα (!) και θα ξανασυναντήξει το ηχητικό κύμα (αυτή τη φορά προσπερνώντας το). Το διάγραμμα θέσης που ακολουθεί ξεκαθαρίζει ακόμα περισσότερο τα πράγματα.

