

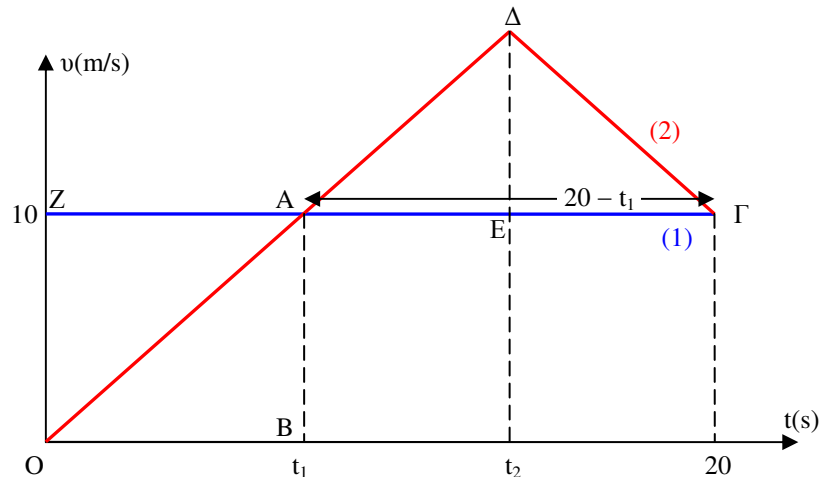
Η κατάλληλη ταχύτητα στη κατάλληλη θέση***

Φεβρουάριος 2008

Δύο κινητά τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκονται στη θέση $x = 0$. Το (1) έχει ταχύτητα $u_1 = 10 \text{ m/s}$ και τη διατηρεί κάνοντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Το (2) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, προσπαθώντας να πιάσει το (1). Αν η απόλυτη τιμή της επιβράδυνσης του είναι ίση με την απόλυτη τιμή της επιτάχυνσης του, να βρεθεί ποια χρονική στιγμή πρέπει το (2) κινητό να σταματήσει την επιτάχυνση του και ν' αρχίσει την επιβράδυνση του, ώστε όταν φτάσει το κινητό (1), να βρίσκονται στη θέση $x = 200 \text{ m}$ και να έχουν την ίδια ταχύτητα.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ



☞ Στο σχήμα έχουμε το κοινό διάγραμμα $v(t)$ των δύο κινητών.

☞ Το (1) κινητό αφού εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $v_1 = 10 \text{ m/s}$, για να συναντηθεί με το (2) στη θέση $x = 200 \text{ m}$, η συνάντηση θα γίνει προφανώς τη στιγμή 20 s (σχήμα). Εκείνη τη στιγμή (20 s) θα πρέπει να γίνουν ταυτόχρονα 2 πράγματα: α) τα κινητά να έχουν την ίδια ταχύτητα, β) να έχουν διανύσει το ίδιο διάστημα.

☞ α) Το (2) θα πρέπει να αποκτήσει μεγαλύτερη ταχύτητα από το (1) (ώστε να το φτάσει) και κάποια στιγμή (η ζητούμενη t_2) θ' αρχίσει την επιβράδυνση του (με ίση κλίση στο διάγραμμα $v(t)$) ώστε τη στιγμή 20 s να γίνει η ταχύτητα του 10 m/s .

☞ β) Θα πρέπει τα εμβαδά που καλύπτουν τα διαγράμματα $v(t)$ των δύο κινητών να είναι ίσα. Για τον παραπάνω σκοπό αρκεί τα τρίγωνα OAZ και $AD\Gamma$ να έχουν ίδιο εμβαδόν: $E_{OAZ} = E_{AD\Gamma}$ και επειδή το $\Delta E\Gamma$ είναι ισοσκελές (ίση κατ' απόλυτη τιμή κλίση) έχουμε $AE = E\Gamma$. Οπότε:

$$\frac{10 \cdot t_1}{2} = \frac{20 - t_1}{2} \cdot (\Delta E) \quad (I)$$

☞ Από την ομοιότητα των ορθογωνίων τριγώνων OAZ και $AD\Gamma$ έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E}{OZ} &= \frac{AE}{AZ} \Rightarrow \\ \frac{\Delta E}{10} &= \frac{20 - t_1}{t_1} \Rightarrow \\ \Delta E &= 5 \cdot \frac{20 - t_1}{t_1} \quad (II) \end{aligned}$$

☞ Αντικαθιστώντας στην (I) το ΔE από την (II) έχουμε:

$$\frac{10 \cdot t_1}{2} = \frac{20 - t_1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{20 - t_1}{t_1} \Rightarrow \dots$$

$$t_1^2 + 40t_1 - 400 = 0 \Rightarrow$$

$$t_1 = (\sqrt{2} - 1) \cdot 20 \text{ s}$$

☞ Οπότε από το σχήμα: $t_2 = t_1 + \frac{20 - t_1}{2} = \frac{t_1}{2} + 10 = (\sqrt{2} - 1) \cdot 10 + 10 \Rightarrow$

$$\boxed{t_2 = 10\sqrt{2} \text{ s}}$$