

**69<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**  
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
**"Ο ΘΑΛΗΣ"**  
**ΣΑΒΒΑΤΟ 1 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2008**  
**Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 4^2 \cdot 25^2 + 2008 : 4 + (3^3 - 5^2) \cdot 249 - 10^4$$

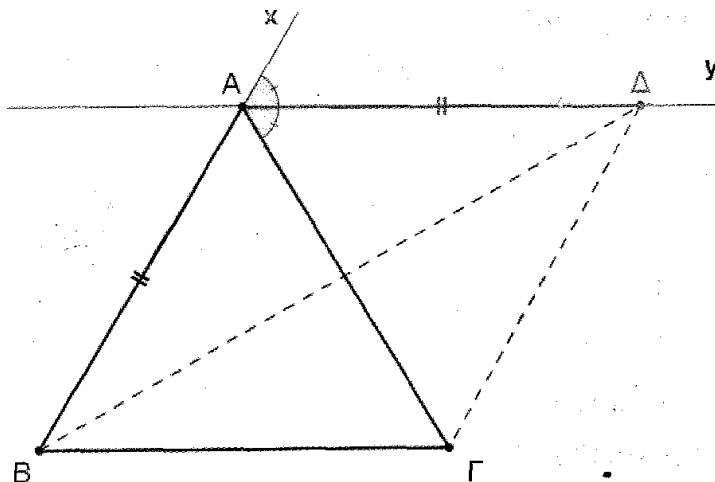
Λύση

$$\begin{aligned} A &= 4^2 \cdot 25^2 + 2008 : 4 + (3^3 - 5^2) \cdot 249 - 10^4 = \\ &= (4 \cdot 25)^2 + 502 + (27 - 25) \cdot 249 - 10^4 = \\ &= 100^2 + 502 + 2 \cdot 249 - 10000 = 10000 \\ &+ 502 + 498 - 10000 = 1000 \end{aligned}$$

2. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία Ay είναι παράλληλη προς την πλευρά ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ και διχοτόμος της γωνίας ΓΑχ. Δίνεται ακόμη ότι ΒΑΓ=62° και ΑΒ = ΑΔ.

(α) Να βρείτε τις γωνίες Β και Γ του τριγώνου ΑΒΓ.

(β) Να εξηγήσετε γιατί η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας ΑΒΓ.



Λύση

(α) Επειδή η Ay είναι διχοτόμος της γωνίας ΓΑχ θα είναι ΓΑΔ = ΔΑχ .

Όμως είναι ΓΑΔ+ΔΑχ=180°- ΒΑΓ= 180° - 62° = 118°, οπότε καθεμία από τις γωνίες ΓΑΔ και ΔΑχ είναι 59°.

Επειδή είναι Ay || ΒΓ έχουμε τις ισότητες γωνιών: Β=ΔΑχ=59° και Γ=ΓΑΔ= 59°.

(β) Επειδή είναι ΑΒ = ΑΔ, έπεται ότι το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές με

$$\text{ΑΒΔ}=\text{ΑΔΒ} \quad (1)$$

Λόγω της παραλληλίας των ευθειών ΒΓ και Ay έχουμε ότι

$$\text{ΑΔΒ}=\text{ΔΒΓ} \quad (\text{εντός εναλλάξ γωνίες}) \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έπεται ότι: ΑΒΔ = ΔΒΓ,

οπότε η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας ΑΒΓ .

3. Αν για το θετικό ακέραιο αριθμό α ισχύει:  $\frac{21}{5} < \frac{42}{\alpha} < \frac{21}{4}$ , να βρεθεί η τιμή της

παράστασης  $A = \alpha + 5(4 + \alpha) + 3(\alpha - 4) + 1919$ .

Λύση

$$\text{Έχουμε: } \frac{21}{5} < \frac{42}{\alpha} < \frac{21}{4} \Leftrightarrow \frac{42}{10} < \frac{42}{\alpha} < \frac{42}{8} \Leftrightarrow 8 < \alpha < 10 \text{ οπότε θα είναι } \alpha = 9, \text{ αφού } \alpha$$

θετικός ακέραιος. Άρα είναι:

$$A = 9 + 5(4 + 9) + 3(9 - 4) + 1919 = 9 + 5 \cdot 13 + 3 \cdot 5 + 1919 = 2008.$$

4. Ένα Γυμνάσιο συμμετέχει στην παρέλαση για την επέτειο μιας Εθνικής Εορτής με το 60% του αριθμού των αγοριών και το 80% του αριθμού των κοριτσιών του. Τα αγόρια που συμμετέχουν, αν παραταχθούν σε τριάδες, τότε δεν περισσεύει κανείς, ενώ, αν παραταχθούν σε πεντάδες ή επτάδες, τότε και στις δύο περιπτώσεις περισσεύουν από τρεις. Όλα τα αγόρια του Γυμνασίου είναι περισσότερα από 100

και λιγότερα από 200. Αν το 80% των κοριτσιών είναι αριθμός διπλάσιος από τον αριθμό που αντιστοιχεί στο 60% του αριθμού των αγοριών, να βρείτε το συνολικό αριθμό των κοριτσιών και αγοριών του Γυμνασίου.

**Λύση**

Αν είναι  $A_1$  ο αριθμός των αγοριών που συμμετέχουν στην παρέλαση, τότε ο  $A$ , είναι πολλαπλάσιο του 3 και επιπλέον έχουμε

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = \text{πολ.}5 + 3 \\ A_1 = \text{πολ.}7 + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A_1 - 3 = \text{πολ.}5 \\ A_1 - 3 = \text{πολ.}7 \end{array} \right\},$$

οπότε ο αριθμός  $A_1 - 3$  είναι κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών 5 και 7. Τότε ο αριθμός  $A-3$  θα είναι πολλαπλάσιο του ΕΚΠ(5,7)=35, δηλαδή θα είναι ένας από τους αριθμούς 35, 70, 105, 140,...

Επομένως ο αριθμός  $A_1$  θα είναι κάποιος από τους αριθμούς: 38, 73, 108, 143,....

Αν  $A$  είναι ο αριθμός των αγοριών του Γυμνασίου, τότε από την υπόθεση είναι

$$100 < A < 200 \Rightarrow \frac{60}{100} \cdot 100 < \frac{60}{100} \cdot A < \frac{60}{100} \cdot 200 \Rightarrow 60 < A_1 < 120,$$

οπότε οι αποδεκτές τιμές για τον αριθμό  $A_1$  είναι οι 73 και 108. Επειδή ο αριθμός  $A_1$  είναι και πολλαπλάσιο του 3, έπεται ότι  $A_1=108$ , οπότε ο αριθμός των αγοριών του Γυμνασίου είναι:

$$A = 108 \cdot \frac{100}{60} = 180.$$

Από την υπόθεση έχουμε ότι τα κορίτσια που συμμετείχαν στην παρέλαση ήταν  $2 \cdot 108 = 216$ , οπότε ο αριθμός  $K$  των κοριτσιών του Γυμνασίου είναι:

$$K = 216 \cdot \frac{100}{80} = 270.$$

Άρα συνολικά το Γυμνάσιο έχει  $180+270=450$  μαθητές και μαθήτριες.