# 72$^{ος}$ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
# "Ο ΘΑΛΗΣ"
## 19 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2011
## Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

**Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:** $A=\left(\frac{2}{7}+1-\frac{1}{14}\right):\frac{17}{2}-\frac{1}{7}+5\frac{1}{6}-\left(\frac{3}{2}+\frac{7}{3}\cdot 2-1\right)$

Λύση

$$A=\left(\frac{4}{14}+\frac{14}{14}-\frac{1}{14}\right)\cdot\frac{2}{17}-\frac{1}{7}+\frac{31}{6}-\left(\frac{3}{2}+\frac{14}{3}-1\right)=\frac{17}{14}\cdot\frac{2}{17}-\frac{1}{7}+\frac{31}{6}-\left(\frac{9}{6}+\frac{28}{6}-\frac{6}{6}\right)=\frac{1}{7}-\frac{1}{7}+\frac{31}{6}-\frac{31}{6}=0.$$

**Πρόβλημα 2**

**Αν ο $\nu$ είναι πρώτος φυσικός αριθμός και το κλάσμα $\frac{10}{\nu}$ παριστάνει φυσικό αριθμό,**

**να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές της παράστασης:** $B=\dfrac{2}{\nu-\frac{1}{5}}:\dfrac{\nu-\frac{\nu}{2}}{9}$.

**Λύση:** Επειδή το κλάσμα $\frac{10}{\nu}$ παριστάνει φυσικό αριθμό και ο αριθμός $\nu$ είναι πρώτος φυσικός αριθμός, έπεται ότι οι δυνατές τιμές του $\nu$ είναι $\nu=2$ ή $\nu=5$.

- Για $\nu=2$, έχουμε: $B=\dfrac{2}{2-\frac{1}{5}}:\dfrac{2-\frac{2}{2}}{9}=\dfrac{2}{\frac{9}{5}}:\dfrac{2-1}{9}=\dfrac{10}{9}:\dfrac{1}{9}=\dfrac{10}{9}\cdot 9=10$.
- Για $\nu=5$, έχουμε: $B=\dfrac{2}{5-\frac{1}{5}}:\dfrac{5-\frac{5}{2}}{9}=\dfrac{2}{\frac{24}{5}}:\dfrac{\frac{5}{2}}{9}=\dfrac{10}{24}:\dfrac{5}{18}=\dfrac{10}{24}\cdot\dfrac{18}{5}=\dfrac{180}{120}=\dfrac{3}{2}$.

**Πρόβλημα 3**

**Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι ανάλογοι με τους αριθμούς 3, 9, 11 αντίστοιχα. Αν πάρουμε τον αριθμό γ ως μειωτέο και τον αριθμό α ως αφαιρετέο, τότε προκύπτει διαφορά ίση με 56. Να βρεθούν οι αριθμοί α , β και γ.**

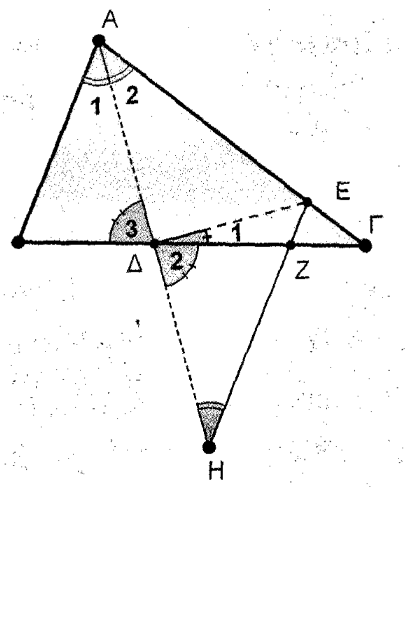
**Λύση.**

Από την πρώτη υπόθεση του προβλήματος έχουμε ότι: $\frac{\alpha}{3}=\frac{\beta}{9}=\frac{\gamma}{11}=\omega$, οπότε θα είναι α=3ω, β=9ω και γ=11ω. Έτσι από τη δεύτερη υπόθεση του προβλήματος προκύπτει η εξίσωση $\gamma-\alpha=56 \Leftrightarrow 11\omega-3\omega=56 \Leftrightarrow 8\omega=56 \Leftrightarrow \omega=7$. Άρα είναι: $\alpha=3\cdot 7=21$, $\beta=9\cdot 7=63$ και $\gamma=11\cdot 7=77$.

**Πρόβλημα 4**

**Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ και η διχοτόμος του ΑΔ. Προεκτείνουμε τη διχοτόμο ΑΔ κατά το ευθύγραμμο τμήμα ΔΗ έτσι ώστε ΑΔ=ΔΗ. Από το σημείο Η φέρνουμε ευθεία παράλληλη προς την πλευρά ΑΒ που τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Ε και την πλευρά ΒΓ στο σημείο Ζ.**

1. **Να αποδείξετε ότι: ΑΔΕ=90°.**
2. **Να βρείτε τη γωνία ΕΔΖ, αν γνωρίζετε ότι: Β-Γ=20°.**



**Λύση**

1. Επειδή η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας Α, θα ισχύει: $A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$.

Α πό την παραλληλία των ΑΒ και ΖΗ, συμπεραίνουμε ότι $A_1 = H$ (εντός εναλλάξ). Άρα θα ισχύει $A_2 = H$, οπότε το τρίγωνο ΑΕΗ είναι ισοσκελές  με ΕΑ=ΕΗ. Το Δ είναι το μέσο της βάσης ΑΗ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΕΗ, οπότε η διάμεσος ΕΔ θα είναι και ύψος του ισοσκελούς τριγώνου ΑΕΗ, δηλαδή θα είναι $Ε\Delta \perp AH$ και $A\Delta E = 90°$

2. Επειδή $H\Delta E = A\Delta E = 90°$, θα ισχύει: $E_1 = 90° - \Delta_2 = 90° - \Delta_3$.

Η $\Delta_3$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΑΔΓ, δηλαδή παραπληρωματική της γωνίας ΑΔΓ , οπότε θα είναι $\Delta_3 = \frac{A}{2} + \Gamma$ . Από τις δύο τελευταίες ισότητες γωνιών έχουμε:

$$\hat{E}_1 = 90^\circ - \hat{\Delta}_2 = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2} - \hat{\Gamma} = \left(\frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{\Gamma}}{2}\right) - \frac{\hat{A}}{2} - \hat{\Gamma} = \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2} = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ.$$