

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΑ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΑ

1. Να γίνει αναγωγή ομοίων όρων στα πολυώνυμα:

$$2x^3 - 3x^2 + 6x - 5x^2 + 2x + 7 - 3x + 1$$

$$5a^4 - 2a + 4a^3 - 3a^4 + 2a^2 - 5a^3 - a + 2 - a^2 - 8 + 3$$

$$-x + 11x^2 - 7x + 6 - 2x^4 - 6x^3 + 5x - 12 + x^4 - 12x + 1 - 7x^3 + x^2 - 6x + 2$$

$$-x^2 + 6x^2 - 2x + 7x^2 - 3x + 5 - 6 + 2x - 14x + 13x^2 - x + 12 - 4x^2 + 6x - 5 - 7x + 1$$

$$-7x + 6x^2 - 5 + 4x - 2x + 12x^2 - 10x - 10x^2 + 5x - 8 + 4 - 2x + 1 - x^2 + 6x - 5$$

$$4x^3 - 6x^2 + 7x^3 + 1 - 4 + 2x - x^2 + 5x^3 - x^3 + 6 - 2x^2 - x^3 + 7 - 12 - x - 10x + 3$$

2. Στις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις να απαλείψετε τις παρενθέσεις και να κάνετε αναγωγή ομοίων όρων:

α) $2(-5x - 6\psi + 2) - 3x - (7\psi - 6x - 9) - 4$ β) $\tau - (\tau - \alpha) - (\tau - \beta) - (\tau - \gamma) - (\tau - \alpha - \beta - \gamma)$

3. Να βρείτε τα αναπτύγματα στις παρακάτω ισότητες:

$$A = (5\sqrt{2} + 7\sqrt{3})^2 \quad B = (3\alpha - \frac{3}{2\beta})^2 \quad \Gamma = (2\kappa^2 + 3\beta)^3$$

$$\Delta = (2\sqrt{\chi} - \sqrt{5\psi})^3 \quad E = 81\kappa^4 - 16\lambda^4$$

4. Να αναπτύξετε τις ταυτότητες:

A. $(\sqrt{x} + 2)^2 =$ B. $(-3x - 1)^2 =$ Γ. $(5 - 2x)(2x + 5) =$

Δ. $(2x - \frac{1}{2x})^2 =$ E. $(x - \frac{1}{x})^2 =$ ΣΤ. $(2x + \frac{1}{2})^2 =$

5. Ομοίως:

α) $(3x - 5\psi)(3x + 5\psi)$ β) $(2x + 4)(2x - 4)$ γ) $(2 - 5\alpha)(5\alpha + 2)$

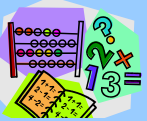
δ) $(3x^2 - 1)(3x^2 + 1)$ ε) $(4a^3 - 2)(4a^3 + 2)$ στ) $(8\alpha - 5\beta)(8\alpha + 5\beta)$

6. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α) $(x^2 + 4)(y^2 + 1) - (xy + 2)^2 = (2y - x)^2$

β) $(2x + y)^2 + (y + 1)^2 + (1 + 2x)^2 - 4x^2 - y^2 - 1 = (2x + y + 1)^2$

γ) $(\alpha - 3\gamma)^2 - (\gamma - 3\alpha)^2 + 8\alpha^2 = 8\gamma^2$



7. Να εκτελέσετε τις παρακάτω πράξεις:

A. $(x+4)^2 - (x-3)(3+x) - 4(3-2x)$

B. $(2x+1)^3 - (1-2x)^3 + (2x+1)^2 - (1-2x)^2$

Γ. $3(2-3x^2)^2 - 2x(3-2x)^3 - (2+3x)(x^3-3x+1)$

Δ. $-2x(1-3x) + 2(x-3)(2x+1)(2x-1) - (2x+1)^3$

8. Να απλοποιηθεί η παράσταση: $A = \sqrt{49 - \beta} + \sqrt{\beta^2 + \alpha} - \sqrt{\alpha^2}$ όπου α, β θετικοί αριθμοί.

9. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^5 + 4x^3 - x^2 + 4$

A. Να αναλύσετε το $P(x)$ σε γινόμενο παραγόντων

B. Να υπολογίσετε $P(1)$, $P(-2)$, $P(2)$.

10. Αν το πολυώνυμο $Q(x) = x^3 - x^2 + kx + 9$. Να βρεθεί η τιμή του k ώστε το $x+3$ να είναι παράγοντάς του.

11. Ένα κομμάτι σύρματος το οποίο είναι 18 μέτρα μήκος κόβεται σε δύο μέρη. Το πρώτο τμήμα λυγίζετε ώστε να σχηματίσει τις τέσσερις πλευρές ενός τετραγώνου. Το δεύτερο τμήμα λυγίζετε ώστε να σχηματίσει τις τέσσερις πλευρές ενός ορθογωνίου. Το πλάτος του ορθογωνίου είναι 1 μέτρο και το μήκος x μέτρα. Εάν το άθροισμα των εμβαδών του τετραγώνου και του ορθογωνίου είναι A τετραγωνικά μέτρα δείξτε ότι $A = 16 - 3x + \frac{x^2}{4}$

12. Να μετατρέψετε σε γινόμενο τις παραστάσεις:

i) $3\alpha^2 - 3\beta^2$, ii) $2x^3 - 18x$, iii) $5x^3 - 5xy^2$, iv) $15\alpha^2 - 60\beta^4$,

v) $50x^2 - 32y^2$, vi) $4\alpha^2(2x-y) - 2x+y$, vii) $\alpha^2 - 3$, viii) $6 - 3\alpha^2$,

ix) $x^{16} - 1$, x) $\alpha^8 - \beta^8$, xi) $32x^4 - 72\alpha^2\beta^2$.

13. Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα:

i) $3x^2 + 30x + 75$, ii) $5x^2 - 10x + 5$, iii) $40\alpha^2 - 120\alpha + 90$, iv) $5x^2 + 5x + \frac{5}{4}$,

v) $x^3 - 2x^2 + x$, vi) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - 16\gamma^2$, vii) $x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 16$, viii) $(2x-y)^2 - 2(2x-y) + 1$.

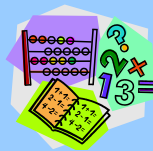
14. Να γίνουν οι ακόλουθες πράξεις:

α) $\frac{5x^3}{4x^2-9} : \frac{2x^2+6x}{4x^2-12x+9}$, β) $\frac{x+y}{x^2-xy} : \frac{3x+3y}{x-y}$, γ) $\frac{x^3+8}{x-2} : \frac{x^2-4}{x^3+8}$, δ) $\frac{x^2-3x}{6x-18} : \frac{4}{x^3-9x}$.

15. Να γίνουν οι ακόλουθες πράξεις:

α) $\frac{x-3}{x-1} + \frac{2}{x-1}$, β) $\frac{2x-3}{x+1} - \frac{2-x}{x-1}$, γ) $\frac{x+5}{x^2+2x} - \frac{2+x}{x}$,

δ) $\frac{5x+1}{x^2-9} + \frac{x}{(x-3)^2}$, ε) $\frac{\alpha-3}{\alpha+4} - \frac{\alpha-4}{\alpha+3}$.



16. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = x^2 - 5x + 4$$

$$B = x^2 + 6x\psi + 5\psi^2$$

$$\Gamma = a^2 - 3a + 2$$

$$\Delta = a + 2\beta + 2a\beta + 4\beta$$

$$E = a^2 - \gamma + 2a\beta + \beta^2$$

$$Z = a^3 + 2a\beta + 8\beta + 4a^2$$

$$H = x^2 + \psi^2 + 2x + \psi(2\psi + 1) + 3\psi - 2$$

17. Να συμπληρώσετε τα κενά:

$$A. a^3\beta^4 - 2a^2\beta + 3a\beta = a\beta(\dots\dots\dots)$$

$$B. x^2 - x + \psi - \psi^2 = (x - \psi)(\dots\dots\dots)$$

$$\Gamma. \kappa^2 + 9\kappa + 8 = (\kappa + 1)(\dots\dots\dots)$$

$$\Delta. x^4 - 16 = (x - 2)(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$$

$$E. x^2 - 2x - \psi^2 + 1 = (x - 1 - \psi)(\dots\dots\dots)$$

18. Να μετατρέψετε σε γινόμενα τις παραστάσεις:

$$A. 5x^2 - 15x + 10,$$

$$B. 3a\beta^2 + 6\beta^2a + 9a\beta, \Gamma. 7\kappa\mu 4 - 14\lambda\mu\rho - 21\mu\nu\rho,$$

$$\Delta. 6x^4 - 3x^3 + 12x^2 - 15x$$

19. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$i) \frac{x^2 - 1}{x + 1}, ii) \frac{3x - 6}{2x - x^2},$$

$$iii) \frac{3x - 12}{x^2 - 16}, iv) \frac{x^2 - 3x}{36x - 12x^2}$$

20. Να βρείτε τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες δεν ορίζονται οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

$$A = \frac{2x + 3}{(x - 3)(y - 5)},$$

$$B = \frac{x + 1}{x + 2}, \Gamma = \frac{1}{B}$$

21. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

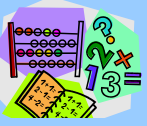
$$i) \frac{(\alpha + \beta)^3 - 4\alpha^2\beta - 4\alpha\beta^2}{\alpha^2 - \beta^2}$$

$$ii) \frac{(x^2 + 3x + 2)^2 - (x^2 + 4x + 3)^2}{(2x + 5)(x + 1)^2}$$

22. Να κάνετε τις πράξεις:

$$i) \frac{x^2 + x}{x^2 + 3x + 2} \cdot \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 3x}$$

$$ii) \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \frac{\alpha^4 + \alpha^2\beta^2}{(\alpha - \beta)^2} \cdot \frac{2}{(\alpha^2 + \alpha\beta)^2}$$



23. Να βρείτε το Μ.Κ.Δ. των παραστάσεων:

A. $A = \alpha\beta + \beta^2$, $B = \alpha^2 - \beta^2$, $\Gamma = \alpha^2 + \alpha\beta$

B. $A = x^2 - 4x + 4$, $B = x^2 - 4$, $\Gamma = x^2 + x - 6$

24. Να βρείτε το Ε.Κ.Π. των παραστάσεων:

A. $A = (\alpha + \beta)(\alpha + \gamma)$, $B = (\alpha + \beta)(\beta + \gamma)$, $\Gamma = (\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)$,

B. $A = x - 2$, $B = x + 2$, $\Gamma = x^2 - 4$, $\Delta = x^4 - 16$

25. Να κάνετε τις διαιρέσεις:

i) $\frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 + 6x - 7} : \frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 + 8x - 9}$

ii) $\frac{\alpha^2\beta^2 - 25}{4\gamma^2 - \gamma} : \frac{\alpha\beta + 5}{4\gamma - 1}$

26. Να κάνετε τις πράξεις και τις απλοποιήσεις:

i) $\frac{\alpha^2 - \beta^2}{4\alpha^3} : \frac{\alpha + \beta}{8\alpha^4}$, ii) $\frac{x + y}{\omega^2 - 16} : \frac{x^2 - y^2}{\omega + 4}$

27. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\frac{5 + 3x}{x^2 + 2x} - \frac{3 + 2x}{x^2 + 2x}$

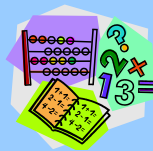
β) $\frac{\alpha x + 2}{x^2 - y^2} - \frac{2 - \alpha y}{x^2 - y^2}$

γ) $\frac{4x - 1}{x^2 - 1} - \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

δ) $\frac{\alpha - 3\beta}{\alpha^2 - \beta^2} - \frac{\beta - 3\alpha}{\alpha^2 - \beta^2}$

ε) $\frac{2x - 1}{x^2 + x} + \frac{x + 4}{x^2 + x}$

στ) $\frac{\alpha^3 + 2}{2\alpha^2 - 4\alpha} - \frac{2 + 4\alpha}{2\alpha^2 - 4\alpha}$



28. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\frac{3x}{4} + \frac{5x}{6}$

β) $\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha - 1}{\alpha^2}$

γ) $\frac{1}{x^2y^4} - \frac{1}{x^3y^2}$

δ) $\frac{1}{9x^4y^5} + \frac{1}{6x^3y^6}$

ε) $\alpha - \frac{2\alpha}{\alpha - 2}$

στ) $2x - \frac{1 + 2x^2}{x + 1}$

29. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\frac{x + 2}{3x - 3} - \frac{x + 1}{4x - 4} + \frac{2x - 5}{6 - 6x}$

β) $\frac{2\alpha}{\alpha\beta - \beta^2} - \frac{2\beta}{\alpha^2 - \alpha\beta} + \frac{\alpha + \beta}{2\alpha\beta}$

γ) $\frac{3x + 1}{x^3 - x} - \frac{1}{x^2 + x} - \frac{2}{x^2}$

δ) $\frac{3\alpha^2 + 2\alpha}{2\alpha^2 - 2} + \frac{2\alpha + 1}{3 - 3\alpha} - \frac{2\alpha^2 + 1}{6\alpha^2 - 6}$

30. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $2x^2 - 4 = 0$

β) $-4x^2 + 144 = 0$

γ) $9x^2 - 16 = 0$

δ) $3x^2 - 15 = 0$

31. Ομοίως:

α) $x^2 - 8x + 16 = 0$

β) $x^2 + 4x + 4 = 0$

γ) $4x^2 + 4x + 1 = 0$

δ) $9x^2 + 12x + 4 = 0$

ε) $x^2 + 10x + 25 = 0$

στ) $x^2 - 6x + 9 = 0$

ζ) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

η) $x^2 - 14x + 49 = 0$

32. Ομοίως:

α) $5x^2 - 6x = 0$

β) $3x^2 - 12x = 0$

γ) $4x^2 - 6x = 0$

δ) $6x^2 - 7x = 0$

ε) $3x^2 - 2x = 0$

στ) $-4x^2 - 5x = 0$

ζ) $12x^2 - 3x = 0$

η) $7x^2 - 3x = 0$

33. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α) $x^2 - 2x - 24 = 0$

β) $3x^2 - 11x - 4 = 0$

γ) $x^2 - 9x + 20 = 0$

δ) $6x^2 + 13x + 6 = 0$

ε) $x^2 - 10x + 9 = 0$

στ) $x^2 + 7x + 10 = 0$

ζ) $2x^2 - x - 6 = 0$

η) $x^2 - 7x + 12 = 0$

34. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α) $x^2 - 15x + 56 = 0$

β) $x^2 - 6x + 8 = 0$

γ) $x^2 - 4x + 9 = 0$

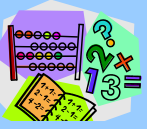
δ) $x^2 + 6x + 5 = 0$

ε) $x^2 + 10x + 24 = 0$

στ) $x^2 - 5x + 3 = 0$

ζ) $x^2 - 3x + 2 = 0$

η) $x^2 - 11x + 10 = 0$



Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

- Η εργασία θα γραφτεί σε σελίδες Α4 με γραμμές ή σε κόλλες αναφοράς.
- Για κάθε άσκηση θα υπάρχει ο αριθμός άσκησης, η εκφώνηση και κατόπιν η λύση.
- Η εργασία πρέπει να παραδοθεί μέχρι τη Δευτέρα 11/1 ή τη Τρίτη 12/1 το αργότερο.