

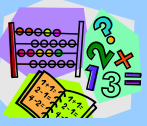
## Κεφ 3<sup>ο</sup>. Μέτρηση κύκλου.

### Μέρος Α - Θεωρία.

1. Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο;
2. Ποιο είναι το αντίστοιχο τόξο εγγεγραμμένης γωνίας;
3. Με τι είναι ίση κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο;
4. Ποια είναι η σχέση που συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία και την αντίστοιχη επίκεντρη;
5. Αν δύο γωνίες εγγεγραμμένες βαίνουν στο ίδιο τόξο ποια είναι η σχέση που τις συνδέει;
6. Ποια είναι η σχέση που συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με το αντίστοιχο τόξο της;
7. Ποιο πολύγωνο λέμε κανονικό;
8. Ποια βήματα ακολουθούμε για την κατασκευή κανονικού πολυγώνου;
9. Ποια είναι η κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου και πως την υπολογίζουμε;
10. Ποια είναι η γωνία κανονικού πολυγώνου και ποια η σχέση της με την κεντρική γωνία;
11. Με ποιο τύπο υπολογίζουμε το μήκος ενός κύκλου;
12. Με ποιο τύπο υπολογίζουμε το εμβαδόν κυκλικού δίσκου;

### Μέρος Β - Ασκήσεις.

1. Σε κύκλο  $(O, \rho)$  πάρετε δύο διαδοχικά τόξα  $AB=50^\circ$  και  $BC=130^\circ$ .
  - α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $ABC$  είναι ορθογώνιο.
  - β) Να υπολογίσετε τις οξείες γωνίες του τριγώνου  $ABC$ .
2. Σε ένα κύκλο  $(O, \rho)$  να πάρετε δύο διαδοχικά τόξα  $AB=90^\circ$  και  $BC=110^\circ$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $ABC$ .
3. Σε κύκλο  $(O, \rho)$  να πάρετε τρία διαδοχικά τόξα  $AB=68^\circ$  και  $BC=80^\circ$  και  $CD=106^\circ$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετράπλευρου  $ABCD$ .
4. Σε κύκλο  $(O, \rho)$  να φέρετε δύο κάθετες διαμέτρους  $AC$  και  $BD$ . Αν  $E$  είναι ένα σημείο του τόξου  $AB$ , να συγκρίνετε τις γωνίες  $CEB$  και  $CED$ .
5. Να γράψετε κύκλο  $(O, \rho)$  και να πάρετε τα τόξα  $AB=60^\circ$  και  $CD=40^\circ$ . Αν οι χορδές  $AC$  και  $BD$  τέμνονται στο  $K$  να υπολογίσετε την γωνία  $AKB$ .
6. Να βρείτε την κεντρική γωνία

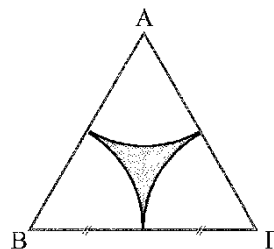


- α) ενός πενταγώνου και  
β) ενός δεκαπενταγώνου.

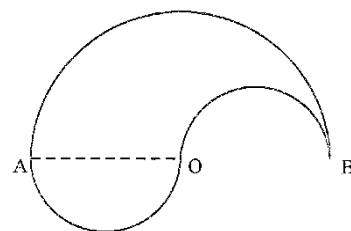
7. Να βρείτε ποιο κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία α)  $120^\circ$  και β)  $24^\circ$ .
8. Να εξετάσετε αν υπάρχει κανονικό πολύγωνο με κεντρική γωνία  $70^\circ$ .
9. Να υπολογίσετε κάθε μια από τις γωνίες ενός κανονικού πενταγώνου.
10. Να βρείτε ποιο κανονικό πολύγωνο έχει κάθε μια από τις ίσες γωνίες του  $140^\circ$ .
11. Ένας κύκλος έχει διάμετρο 20cm. Να βρείτε το μήκος του.
12. Να υπολογίσετε την περιφέρεια του τροχού ενός ποδηλάτου που έχει ακτίνα 30cm.
13. Ο τροχός ενός αυτοκινήτου έχει περιφέρεια 2,198m. Να υπολογίσετε τη διάμετρό του.
14. Γύρω από τον κορμό ενός δέντρου τυλίγουμε ένα σκοινί. Τραβάμε το σκοινί και βρίσκουμε ότι έχει μήκος 2,5m. Να υπολογίσετε την ακτίνα του κορμού.
15. Η ακτίνα ενός κυκλικού δίσκου είναι 10cm να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
16. Ένας κύκλος έχει εμβαδόν  $E=78,5\text{cm}^2$ . Να υπολογίσετε την ακτίνα του.
17. Ένα κυκλικό τραπέζι έχει διάμετρο 80cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
18. Ένα σύρμα έχει μήκος 1,256m και το λυγίζουμε ώστε να σχηματιστεί κύκλος. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου που αντιστοιχεί στον συρμάτινο κύκλο.
19. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι  $314\text{cm}^2$ . Να βρείτε το μήκος του.
20. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ενός κυκλικού δακτυλίου που περικλείετε μεταξύ δύο ομόκεντρων κύκλων με ακτίνες  $r=10\text{cm}$  και  $R=15\text{cm}$ .



21. Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισόπλευρο με πλευρά  $2\text{cm}$ . Να βρεθεί το εμβαδόν και η περίμετρος της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

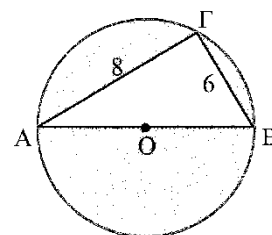


22. Αν  $AB=4\text{cm}$  και  $OA=OB$  να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδόν του σχήματος.

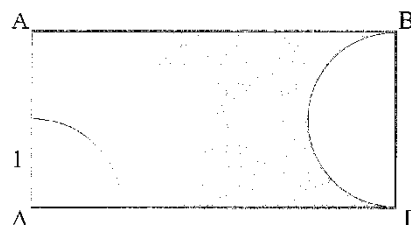


23. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε:

- A. γωνία  $\Gamma$ , B.  $AB$ , γ) Εμβ. κυκλικού δίσκου,  
 δ) Εμβ. τριγ.  $AB\Gamma$ , ε) Εμβ. γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

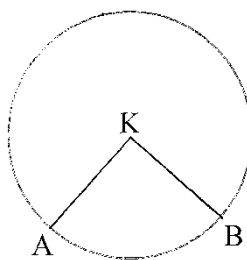


24. Αν  $AB=4\text{cm}$  και  $A\Delta=2\text{cm}$  να βρεθεί το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

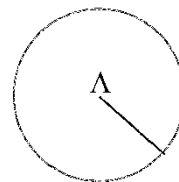


25. Στο σχήμα 1 η ακτίνα του κύκλου είναι  $6\text{m}$  και η γωνία  $AKB=90^\circ$ . Ο κυκλικός δίσκος του σχήματος έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν του κυκλικού τομέα  $KAB$  του σχήματος 1.

- A. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του κυκλικού τομέα στο σχήμα 1 είναι  $28.26\text{m}^2$  και να υπολογίσετε το μήκος του τόξου  $AB$ .  
 B. Να υπολογίσετε την ακτίνα και το μήκος του κύκλου του σχήματος 2.



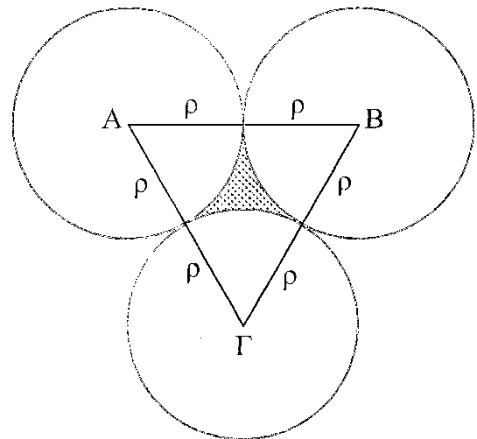
Σχήμα 1



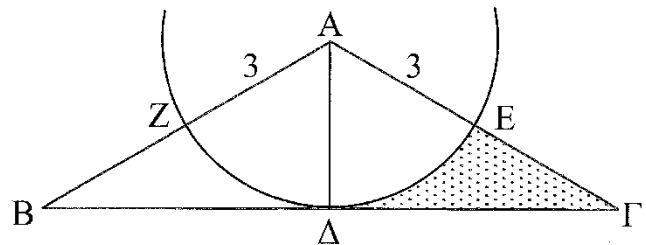
Σχήμα 2



26. Οι τρεις κύκλοι είναι ίσοι με ακτίνα  $\rho = 8\text{cm}$  και εφάπτονται ανά δυο. Να βρείτε το εμβαδόν του μέρους που περιέχεται μεταξύ αυτών των κύκλων (γραμμοσκιασμένο μέρος) ( $\sqrt{192} = 13,5$ ).

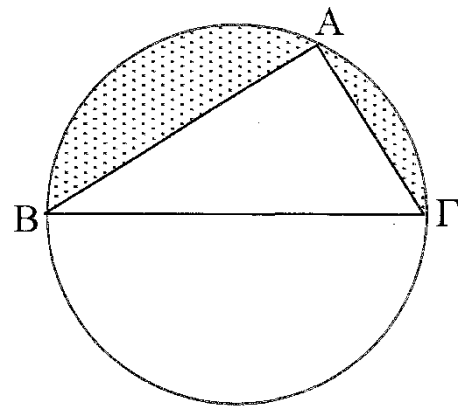


27. Στο ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) είναι  $A = 120^\circ$ , το  $A\Delta$  είναι ύψος του και  $AE = 3\text{cm}$ . Με κέντρο το  $A$  και  $\rho = A\Delta$  γράφουμε κύκλο.  
 Α. Να υπολογίσετε το μήκος του  $\Delta\Gamma$ .  
 Β. Αν  $B\Gamma = 6\sqrt{3}\text{cm}$  να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



(Αν χρειαστεί:  $\sqrt{3} = 1,7$ )

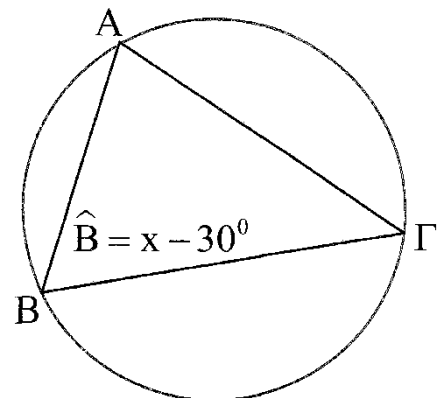
28. Στο διπλανό σχήμα το  $B\Gamma$  είναι διάμετρος και  $AB = 8\text{cm}$ ,  $A\Gamma = 6\text{cm}$ . Να υπολογίσετε :  
 Α. Τη διάμετρο  $B\Gamma$  και το εμβαδόν του τριγώνου  $BA\Gamma$ .  
 Β. Τα  $\eta\mu B$ ,  $\eta\mu\Gamma$ ,  $\epsilon\phi\Gamma$ .  
 Γ. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.  
 (Δικαιολογήστε σε κάθε περίπτωση τις ενέργειες σας).



29. Στο διπλανό σχήμα γωνία  $A = \frac{x}{2} + 20^\circ$ ,  $B = x - 30^\circ$  και  $\Gamma =$

$$\frac{x}{5} + 20^\circ.$$

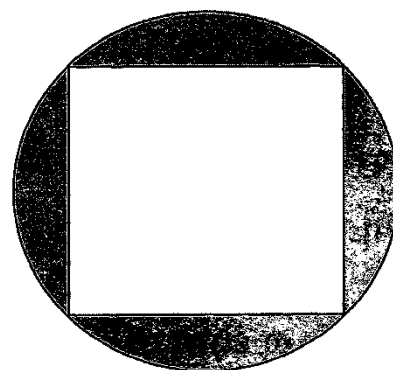
Α. Να βρείτε την τιμή του  $x$ .  
 Β. Πόσες μοίρες είναι καθένα από τα τόξα  $AB$  και  $A\Gamma$   
 Γ. Αν η ακτίνα του κύκλου είναι  $10\text{cm}$  να βρείτε το μήκος του τόξου  $AB$ .



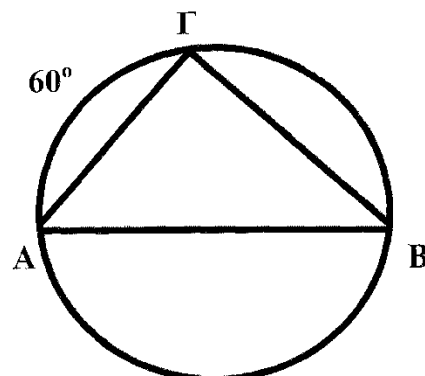


30. α) Σε κύκλο με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $K$ , είναι εγγεγραμμένο ένα τετράγωνο. Να αποδείξετε ότι η πλευρά του τετραγώνου είναι ίση με  $R\sqrt{2}$ .  
 β) Σε κύκλο με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $K$ , είναι εγγεγραμμένο ένα κανονικό εξάγωνο. Να αποδείξετε ότι η πλευρά του κανονικού εξάγωνου είναι ίση με την ακτίνα  $K$ .
31. α) Να βρεθεί το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου, αν το μήκος του κύκλου είναι  $L=50,24\text{cm}$ .  
 β) Να βρεθεί το μήκος του κύκλου, αν ο κυκλικός δίσκος έχει εμβαδόν  $E=153,86\text{cm}^2$ .

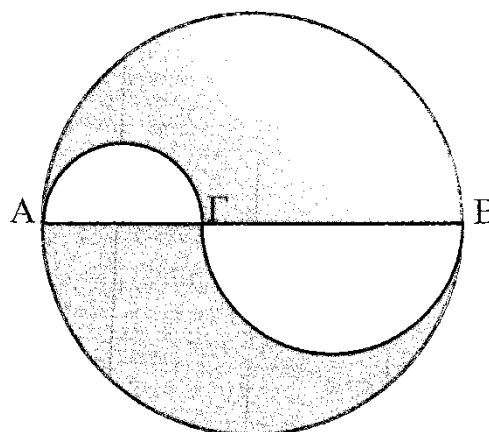
32. Αν στο παρακάτω σχήμα, ο περιγεγραμμένος κύκλος του τετραγώνου έχει ακτίνα  $K=3\text{cm}$ , να βρεθεί το γραμμοσκιασμένο εμβαδό.



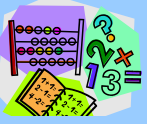
33. Αν  $AB$  διάμετρος του κύκλου,  $\angle A\Gamma B=60^\circ$  και  $A\Gamma=4\text{cm}$ , να βρεθούν:  
 Α. Τα μήκη των  $AB$  και  $B\Gamma$   
 Β. Το μήκος του κύκλου.



34. Στο διπλανό σχήμα είναι  $AB=20\text{cm}$  και  $A\Gamma=6\text{cm}$ . Να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας του σχήματος.



35. Κύκλος με ακτίνα  $14\text{cm}$  να διαιρεθεί σε δυο ισεμβαδικά μέρη με ένα ομόκεντρο κύκλο.



36. Υπάρχουν κανονικά πολύγωνα με γωνίες:

- α)  $\frac{2}{3}$  της ορθής      β)  $140^\circ$       γ) 1,6 ορθές      δ)  $144^\circ$

37. Σε κύκλο ακτίνας 12cm να εγγράψετε και να περιγράψετε τετράγωνα και να υπολογίσετε τα εμβαδά τους.

38. Έστω κύκλος  $(O, \rho)$  με διάμετρο  $AB$ . Αν  $B\Gamma$  είναι μία χορδή του κύκλου που είναι ίση με την ακτίνα να υπολογίσετε τις γωνίες  $BO\Gamma$  και  $AO\Gamma$  και τα αντίστοιχα τόξα.

39. Σε κύκλο  $(O, \rho)$  να πάρετε τα τόξα  $K\Lambda$ ,  $\Lambda M$ . Αν το  $K\Lambda$  είναι το  $\frac{1}{6}$  του κύκλου και το  $\Lambda M$  είναι το  $\frac{1}{10}$  του κύκλου να υπολογίσετε την γωνία  $KOM$ .

40. Έστω κύκλος  $(O, \rho)$  και τα τόξα  $AB=40^\circ$ ,  $B\Gamma=25^\circ$  υπολογίστε τις εγγεγραμμένες και επίκεντρες γωνίες παραπάνω βαίνουν στα παραπάνω τόξα.

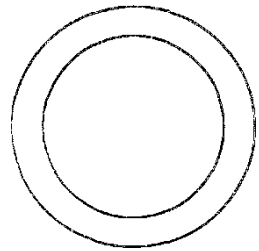
41. Σε κύκλο  $(O, \rho)$  να πάρετε τα τόξα  $AB=90^\circ$  και  $B\Gamma=90^\circ$ .

- A) Τι τρίγωνο είναι το  $AB\Gamma$  που σχηματίστηκε;  
B) Να υπολογίσετε τις γωνίες του  $AB\Gamma$ .

42. Σε κύκλο  $(O, \rho)$  να πάρετε τις χορδές  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  με  $AB \parallel \Gamma\Delta$ . Τι τετράπλευρο είναι το  $AB\Gamma\Delta$ ; Αν η γωνία  $AOB=90^\circ$  και  $\Gamma OD=100^\circ$  να υπολογίσετε τις γωνίες του  $AB\Gamma\Delta$ .

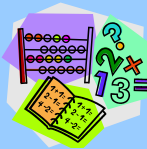
43. Η διάμετρος ενός κύκλου είναι 6cm. Να βρείτε τη διάμετρο του κύκλου που έχει τετραπλάσιο μήκος από τον αρχικό κύκλο.

44. Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε δύο ομόκεντρους κύκλους με ακτίνες  $\rho_1=4$  και  $\rho_2=6$ . Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού δακτυλίου.



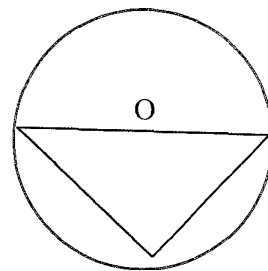
45. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα  $45^\circ$  είναι  $157\text{cm}^2$ . Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου όπου ανήκει ο κυκλικός τομέας.

46. Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου που είναι περιγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς 5cm.



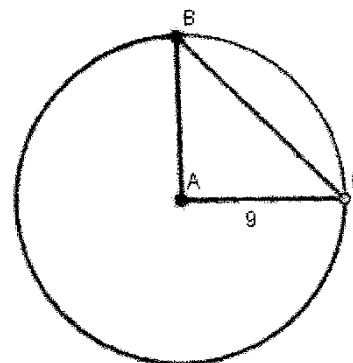
47. Τα μήκη δύο κύκλων έχουν λόγο  $\frac{3}{4}$ . Να βρείτε το λόγο των ακτίνων τους και το λόγο των διαμέτρων τους.

48. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε κύκλο  $(O, \rho)$  με  $AB$  διάμετρο. Αν  $B\Gamma = 24\text{cm}$  και  $A\Gamma = 7\text{cm}$  να βρείτε το μήκος του κύκλου.



49. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος κέντρου  $A$  και  $B, \Gamma$  δυο σημεία του κύκλου, έτσι ώστε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  να είναι ορθογώνιο, με  $A\Gamma = 10\text{cm}$ . Να βρείτε:

- A. τις γωνίες  $B, \Gamma$ ,
- B. την περίμετρο του τριγώνου  $AB\Gamma$ ,
- Γ. το εμβαδό της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



50. Ένας μαθητής θέλει να γεμίσει με αυτοκόλλητα την επιφάνεια του ορθογώνιου πλαισίου  $AB\Gamma\Delta$ . Έχει ήδη τοποθετήσει αυτοκόλλητα στα τεταρτημόρια που φαίνονται στο σχήμα. Αν η πλευρά  $B\Gamma$  έχει μήκος  $15\text{cm}$  να βρεθεί το εμβαδόν της ακάλυπτης επιφάνειας.

