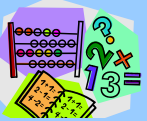


Κεφάλαιο 1^ο. Αλγεβρικές παραστάσεις.

Μέρος Α - Θεωρία.

1. Πως προσθέτουμε δύο πραγματικούς αριθμούς;
2. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο πραγματικούς αριθμούς;
3. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόθεσης;
4. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;
5. Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίθετοι και ποιοι αντίστροφοι;
6. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων;
7. Ποια είναι η προτεραιότητα των πράξεων;
8. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός πραγματικού αριθμού;
9. Τι ονομάζονται αριθμητικές και τι αλγεβρικές παραστάσεις;
10. Τι είναι η αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης;
11. Τι είναι μονώνυμο; Ποιος είναι ο συντελεστής και ποιο το κύριο μέρος του;
12. Ποια μονώνυμα λέγονται όμοια;
13. Πως προσθέτουμε δύο μονώνυμα και πως τα πολλαπλασιάζουμε;
14. Τι λέμε πολυώνυμο;
15. Τι λέμε βαθμό του πολυωνύμου;
16. Ποιο είναι το σταθερό και ποιο το μηδενικό πολυώνυμο; Τι βαθμό έχουν;
17. Τι λέμε αναγωγή ομοίων όρων;
18. Να συμπληρώσετε και να αποδείξετε τις ταυτότητες:
 - $(a+b)^2=$ $(a-b)^2=$
 - $(a+b)^3=$ $(a-b)^3=$
 - $(a+b)(a-b)=$
 - $(a-b)(a^2+ab+b^2)=$ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=$



Μέρος Β - Ασκήσεις.

1. Στην παράσταση $A = -(x-3y) + [(2x+4y) - (-x-2y-1) + 1]$ να απαλείψετε τις παρενθέσεις και τις αγκύλες. Στη συνέχεια να βρείτε την αριθμητική της τιμή για $x = \frac{1}{2}$ και $y = 2,25$

2. Στην παράσταση $B = (2x-y) + [(x+3y) + (-2x+y-2) + 3] - 1$ να απαλείψετε τις παρενθέσεις και τις αγκύλες. Στη συνέχεια να βρείτε την αριθμητική της τιμή για $x=1$ και $y=2$.

3. Να γράψετε σε μορφή γινομένου τα κλάσματα:

α) $\frac{a^2 \cdot \beta^5}{a^8}$

β) $\frac{(-a)^5 \cdot \beta^{-12}}{a^3 \cdot (-\beta)^7}$

γ) $\frac{a^2 \cdot \beta^3 \cdot \gamma^4}{a^5 \cdot \beta^6 \cdot \gamma^{-2}}$

4. Να γράψετε με πιο απλό τρόπο τα παρακάτω αθροίσματα:

α) $\sqrt{11} + \sqrt{11}$

β) $\sqrt{23} + 2\sqrt{23}$

γ) $4\sqrt{35} + 7\sqrt{35} - 3\sqrt{35}$

δ) $-2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 12\sqrt{7}$

ε) $\sqrt{15} + 2\sqrt{15} - 4\sqrt{15}$

στ) $7\sqrt{65} - 17\sqrt{65} + 15\sqrt{65} - \sqrt{65}$

ζ) $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

η) $2\sqrt{5} - 7\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$

θ) $-\sqrt{11} - 2\sqrt{11} + 20\sqrt{11}$

5. Να βρείτε τα εξαγόμενα:

α) $-3\sqrt{49} + 2\sqrt{121} - 3\sqrt{256}$

β) $4\sqrt{225} - 4\sqrt{400} + 7\sqrt{625}$

6. Δίνοντας τα μονώνυμα: $A = -2x^2\psi$, $B = -x\psi^2$, $\Gamma = (-x^2\psi)^2$.

A. Να βρείτε το μονώνυμο: $A^2 \cdot B \cdot \Gamma^2$

B. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του μονωνύμου αν $x = -1$ και $\psi = -1$.

7. Να κάνετε τις πράξεις:

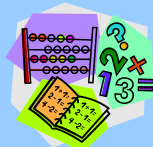
α) $3xz - 5zx + 19xz - 7xz$, β) $-2x^3yz + 3yzx^3 - 17zx^3y$,

γ) $\frac{1}{3}x^7y^5 + \frac{5}{6}x^7y^5 - \frac{11}{12}y^5x^7$, δ) $\sqrt{12}xy^4 - \sqrt{3}xy^4 - \sqrt{27}y^4x$.

8. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(-3a) \cdot (16a^2\beta)$, β) $5a^2\beta \cdot 3a\beta \cdot 2a\beta^4$,

γ) $\frac{1}{3}x^2y \cdot \frac{7}{4}(xy)^4 \cdot \frac{12}{21}yx^3$, δ) $\sqrt{6}xy^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}x^2y^4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}y^6x$.



9. Να γίνει αναγωγή ομοίων όρων στα πολυώνυμα:

α) $-4x^4 + 5x - 6 + 2x^3 - 7x^4 + 3x^2 - 5x + x^3 - 4 + 5x - 6x + 3x^4 - 7x^3 + 8x - 6 + 10x^2$

β) $-8x^5 + 5x - 6x^4 + 7x^3 - 2 + 8 - 3x^4 + 7x^5 - 6x^2 - 3x^3 + 8x^5 - 6x - 10 + 5x^3 - 8x^2$

γ) $-2 + 7x^3 + x^6 - 4x^3 + 2x^2 - 7x^6 + 11x^3 - 6x - 2 + 7x^4 - 12x^3 - 7x^2 + 2x^6 - 4x + 5x - 3 + 7x^5 - 4x^3 + 2x - 1.$

10. Δίνονται τα πολυώνυμα:

$A = -x^3 + 5x^2 - 6x + 1$, $B = -4x^2 + 5x - 6$, $\Gamma = -5x^3 + 6x - 1$, $\Delta = 7x^3 - 5x^2 + 8$
 και $E = -x^3 - 5x + 12.$

Να βρείτε στην τελική τους μορφή τα πολυώνυμα:

α) $A+B+\Gamma$ β) $B+\Gamma+\Delta$ γ) $\Gamma+\Delta+E$ δ) $A-B+\Gamma$ ε) $B-\Delta-E$ στ) $A-\Delta+E$

11. Στις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις να απαλείψετε τις παρενθέσεις και να κάνετε αναγωγή ομοίων όρων:

α) $(a-5b+2)+(-6a+3b-7)$

β) $(x-2\psi)-(2x-\psi)$

γ) $(a-b+3\gamma-5)-(4a+3b-2\gamma-7)$

δ) $(2a-b)-(5a+3b-12)$

ε) $-(2a^2-5b^2-2ab)+(3a^2+6b^2+7ab)$

12. Να γίνουν οι πράξεις: α) $3x(a-2)$, β) $2y^2(x+5y)$, γ) $3\gamma\delta(y^2-\delta)$.

13. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $(2x^2+3x^4)(x-5)-(2x-1)(-x^2-5x-8)-(2x-1)^2,$

β) $(3x-y+3)(5y-x-1)+(3x-5y)(-2x-3y+6)-(2x+3y)^2.$

14. Να βρεθούν τα αναπτύγματα:

α) $(2x-3\psi)^2$

β) $(2x\psi-2)^2$

γ) $(x-2x^2)^2$

δ) $(3\sqrt{5} - \sqrt{8})^2$

ε) $(2\sqrt{3} - 6\sqrt{2})^2$

στ) $(4\sqrt{12} - 5\sqrt{3})^2$

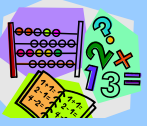
15. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

i) $(\alpha+3)^2$, ii) $(2x+3)^2$, iii) $(3\alpha+5\beta)^2$, iv) $(x + \frac{1}{2x})^2$, v) $(\frac{3}{2}\alpha^2 + \frac{5}{3}\beta^3)^2$.

16. Να κάνετε τις πράξεις:

i) $-2(1-3x)^2 + 4(2x+3)^2 + 5(x+2)(x-2) - 3x^2$, ii) $3\alpha(\alpha+\beta)^2 - 2\beta(\alpha-\beta)^2 - (\alpha-\beta)(\alpha+\beta)(2\alpha-\beta)$

iii) $(\sqrt{2} + 1)^2 - 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + 7(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + 1).$



17. Να βρείτε τα παρακάτω γινόμενα:

α) $(x-3)(x+3)$

β) $(2x-1)(2x+1)$

γ) $(1-\gamma)(1+\gamma)$

δ) $(\beta-9)(\beta+9)$

ε) $(a-20)(a+20)$

στ) $(2-x)(2+x)$

18. Να αναπτύξετε τις ταυτότητες:

α) $(a+3)^3$

β) $(x+2)^3$

γ) $(x+4)^3$

δ) $(x-1)^3$

ε) $(a-3)^3$

στ) $(5-\rho)^3$

ζ) $(2x+3)^3$

η) $(4x+2\psi)^3$

θ) $(2x\psi+3\omega)^3$

ι) $(x^2-2\psi)^2$

ια) $(x^3\psi-2x\psi)^3$

ιβ) $(4a\beta-5a)^3$

19. Αν $\alpha = \sqrt{5}-\sqrt{3}$ και $\beta = \sqrt{5}+\sqrt{3}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 2\alpha\beta - 3\alpha^2 + 3\beta^2$.

20. Να κάνετε τις πράξεις:

$5x(x-1)^2 - 3x(2x-3)^2 + (x-1)^3 - (2x+1)^3 + 2x(4x-3)(4x+3)$.

$(\alpha+2\beta)^3 - (2\alpha-\beta)^3 - (\alpha-\beta)^2(\alpha+\beta)$.

21. Να αποδείξετε ότι:

α) $(\alpha-\beta-\gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha\beta + 2\beta\gamma - 2\gamma\alpha$

β) $(\alpha^2 + \beta^2)(x^2 + y^2) - (\alpha\gamma - \beta\chi)^2 = (\alpha\chi + \beta\gamma)^2$

γ) $(\alpha-\beta)^2 - (\alpha + \beta)^2 = -4\alpha\beta$

δ) $(\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha^2 - \beta^2)^2 - (2\alpha\beta)^2$

ε) $(\alpha-\beta-\gamma)^2 - (\gamma-\alpha + \beta)^2 = 0$

στ) $(\alpha - \beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha - \beta) - \alpha^3 - \beta^3$

22. Να αποδείξετε την παρακάτω ισότητα:

$(\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2)^2 - 2(\alpha^2 - \beta^2) + (\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2)^2 = 16\alpha^2\beta^2$

23. Να συμπληρώσετε τα κενά:

A. $(2x + \dots)^2 = 4x^2 + 12x\psi^2 + \dots$

B. $(\dots - \dots)^2 = \kappa^2 + 4\kappa + 4$

Γ. $(2\alpha^2\beta + \dots)(\dots - \dots) = 9x^2 - 4\alpha^4\beta^2$.

Δ. $(\dots - \dots)^3 = 8x^3 - \dots + 6x - \dots$

24. Να αποδείξετε ότι:

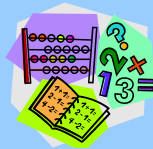
A. $(x^2+2)(\psi^2+2) - 2(x+\psi)^2 = (x\psi-2)^2$

B. $(x+1)^3 - 2(x+2)^2 + 1 = (x+2)(x^2-x-3)$

25. Αν τα πολυώνυμα $A(x)$, $B(x)$ και $\Gamma(x)$ έχουν βαθμούς 2, 2, 1, αντίστοιχα

A. Να βρείτε το βαθμό του πολυωνύμου $P(x) = A(x) + \Gamma(x)$

B. Αν το πολυώνυμο $Q(x) = A(x) + B(x)$ είναι μη μηδενικό, τι βαθμό μπορεί να έχει;



26. Αν $P(x)=x^2+3x-1$, να προσδιορίσετε το πολυώνυμο $Q(x) = P(2x) + P(-x) + P(x^2)$.

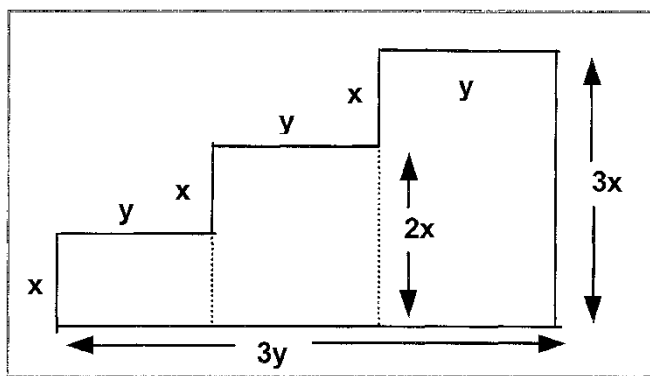
27. Η τιμή ενός πουκαμίσου είναι $(2x+3)$ ευρώ. Ποια θα είναι η τιμή $(5x-2)$ πουκαμίσων.

28. Αν $x + \frac{1}{x} = 2$, να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

i) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ii) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

29. Να βρείτε μια αλγεβρική παράσταση η οποία να παριστάνει:

- A. την περίμετρο του διπλανού σχήματος .
- B το εμβαδόν του.



30. Να αποδείξετε τις ισότητες:

A. $(\alpha-\beta)^2+(\alpha+\beta)^2 -4\alpha\beta=2(\alpha-\beta)^2$.

B. $(x-2)^2-(x-3)^2=2x-5$

Γ. $(x+2)^2 -2(x-1)^2-4(x+1)^2+5x^2=-2$

Δ. $\frac{(x-3y)^2 - (y-3x)^2}{8} + x^2 = y^2$

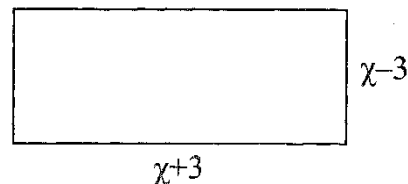
31. Αν $x > 0$ να κάνετε τις πράξεις:

A. Στην παράσταση: $A = (x+2)^2 - (\sqrt{x}-2)^2 - (1-\sqrt{x}) + x$

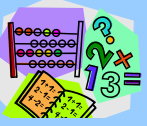
B. Στην παράσταση $B = (x-4)(4+x) - \sqrt{x^4}$

Γ. Αν $A = x^2 + 8x$ και $B = -16$ να γράψετε με απλούστερη μορφή (χωρίς τη ρίζα) την παράσταση $\sqrt{A - B} = \dots$

32. A. Να δείξετε ότι η αλγεβρική παράσταση που εκφράζει την περίμετρο αυτού του ορθογωνίου είναι μονώνυμο και να βρείτε το συντελεστή και το κύριο μέρος του.

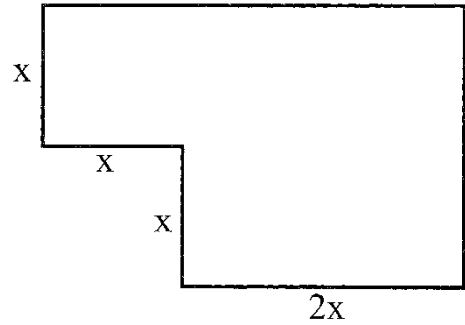


B. Να βρεθεί το x αν είναι γνωστό ότι το εμβαδόν του διπλανού ορθογωνίου είναι 40cm^2



33. Για ποιες τιμές του κ η αλγεβρική παράσταση $(\kappa - 3)x^3y^2 - (\kappa - 8)xy$ είναι μονώνυμο.

34. Να βρείτε τα μονώνυμα που παριστάνουν την περίμετρο και το εμβαδόν του διπλανού σχήματος. Κατόπιν να βρείτε τις αριθμητικές τιμές της περιμέτρου και το εμβαδόν όταν $x=2$.



35. Δίνεται το πολυώνυμο $2x^{k-1}y^{l+2} + 3x^4y^2 - 3x^m y^n$. Να βρείτε τους ακέραιους αριθμούς κ , λ , μ , ν ώστε να μπορεί να γίνει αναγωγή ομοίων όρων στους όρους του πολυωνύμου και κατόπιν να κάνετε την αναγωγή ομοίων όρων.

36. Στα παρακάτω σχήματα η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 18cm και του ισοπλεύρου τριγώνου 12cm. Να υπολογίσετε την παράσταση $\Sigma = 4(\alpha - \gamma) + 2(\beta - \alpha) + \gamma$

