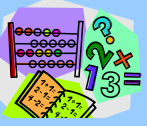


Κεφάλαιο 1ο – Β' μέρος 1.8 - 1.9 - 1.10

Μέρος Α - Θεωρία.

1. Τι λέμε παραγοντοποίηση;
2. Ποιες είναι οι μέθοδοι παραγοντοποίησης; Δώστε από ένα παράδειγμα.
3. Τι λέμε ΕΚΤΠ ακέραιων αλγεβρικών παραστάσεων;
4. Τι λέμε ΜΚΔ ακέραιων αλγεβρικών παραστάσεων;
5. Πως βρίσκω τις τιμές που ορίζετε μια αλγεβρική παράσταση;
6. Πως απλοποιώ αλγεβρικές παραστάσεις;
7. Πως πολλαπλασιάζω ρητές αλγεβρικές παραστάσεις;
8. Πως διαιρώ ρητές αλγεβρικές παραστάσεις;
9. Πως κάνω ένα σύνθετο κλάσμα απλό;
10. Πως προσθέτω ρητές αλγεβρικές παραστάσεις;
11. Πως αφαιρώ ρητές αλγεβρικές παραστάσεις;



Μέρος Β - Ασκήσεις.

1. Να γίνουν γινόμενο οι παραστάσεις:

- i) $3\alpha^2+6\alpha$, ii) x^2-5x , iii) $6x+8$, iv) $12\alpha\beta-18\alpha\gamma$, v) $x^2y^3\omega-xy^2\omega^3$,
vi) $15\alpha^2\beta-25\alpha\beta\gamma+30\alpha\beta x$, vii) $\alpha(2x+3y)-\beta(2x+3y)$, viii) $(2\alpha-1)(x+2)-(1-2\alpha)(x-2)$,
ix) $(\alpha-3\beta)(x+y)-(x-y)(3\beta-\alpha)$, x) $(2+3t)(t+1)-(t-3)(3t+2)-2(3t+2)^2$,
xi) $(2x-y)(x+y-\omega)+(3x+2y)(\omega-x-y)$.

2. Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα:

- i) $x\omega-x\varphi+y\omega-y\varphi$, ii) $\alpha^3-5\alpha^2+2\alpha-10$, iii) $\alpha^2\beta^2+\alpha\beta\delta-\alpha\beta\gamma-\gamma\delta$,
iv) $6x^3+3x^2-26x-13$, v) $15\alpha x^2+75\alpha y^2-9\beta x^2-45\beta y^2$.

3. Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα:

- i) $25-v^2$, ii) $9\alpha^2-49\beta^2$, iii) $\frac{1}{9}x^2-\frac{25}{16}y^2$, iv) $\frac{4}{25}-\frac{1}{4}x^2y^2$,
v) x^4-y^4 , vi) $\frac{\alpha^2}{16}-4\beta^4$, vii) $0,25x^4-0,04y^2$, viii) $(x-y)^2-z^2$.

4. Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα:

- i) $9\alpha^4-\alpha^2+2\alpha-1$, ii) $\alpha^4+2\alpha^3+\alpha^2-1$, iii) x^2-y^2-2y-1 ,
iv) $1+2\alpha\beta-\alpha^2-\beta^2$, v) $x^2-y^2-\omega^2+2y\omega-4x+4$.

5. Να παραγοντοποιηθούν τα πολυώνυμα:

- α) $\alpha^2+2\alpha+1$ β) $\alpha^2+6\alpha+9$ γ) $x^2+4x\psi+4\psi^2$

6. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

- α) x^3-x β) $64\alpha^2\beta-16\beta$ γ) $5x^5\psi^2-80x\psi^6$ στ) $\alpha^2+2\alpha+1-\beta^2$

7. Να απλοποιήσετε τις αλγεβρικές παραστάσεις:

α) $\frac{x^2y-5xy}{x^2y-4xy-5y}$ β) $\frac{\alpha^2-5\alpha+6}{\alpha^2-6\alpha+9}$

γ) $\frac{x^2-4\alpha x-21\alpha^2}{(x^2+3\alpha x)^2}$ δ) $\frac{x^3+y^3}{x^2-xy-2y^2}$

ε) $\frac{x^4-5x^2+4}{x^2-3x+2}$ στ) $\frac{3x^3-24}{2x^2+6x-20}$

ζ) $\frac{9x^2y^2-3xy^3+y^4}{27x^3+y^3}$



8. Να απλοποιήσετε τις αλγεβρικές παραστάσεις:

α) $\frac{2(x+y)^2}{4(x+y)^5}$ β) $\frac{3x(x-y)^2}{z(y-x)}$

γ) $\frac{\alpha\beta}{\alpha^2\beta^2 - \alpha\beta}$ δ) $\frac{x^2 + xy}{xy + y^2}$

ε) $\frac{xy + 2y^2}{x^3 + 2xy}$ στ) $\frac{\gamma^2 - 2\gamma}{4\gamma^3 - 8\gamma^2}$

ζ) $\frac{3\alpha^2 + 3\alpha\beta}{4\alpha\beta + 4\beta^2}$ η) $\frac{2\alpha^3 + 6\alpha^2\beta}{6\alpha^2\beta + 18\alpha\beta^2}$

θ) $\frac{\beta^2 + 3\alpha\beta}{2\alpha\beta^3 + 6\alpha^2\beta^2}$ ι) $\frac{6xy - 3x^2}{4xy^2 - 2x^2y}$

ια) $\frac{\alpha^2 - 4\beta^2}{\alpha^2 - 2\alpha\beta}$ ιβ) $\frac{6x^2 + 3xy}{4x^2 - y^2}$

ιγ) $\frac{(2x+y)^2}{xy^2 - 4x^3}$ ιδ) $\frac{\alpha^3 + \alpha^2}{\alpha^3 + 1}$

ιε) $\frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$ ιστ) $\frac{x^3 + 8}{x^2 - 4}$

ιζ) $\frac{x^3y - xy^3}{x^3 - y^3}$

9. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\frac{2x}{5y^2} \cdot \frac{10xy}{8x^3}$, β) $\frac{x^4(x-1)^3}{4y(x-1)^7} \cdot \frac{yx}{2}$, γ) $\frac{8x(2x+1)^2}{3(2x-1)} \cdot \frac{15(1-2x)^2}{6(1+2x)}$,

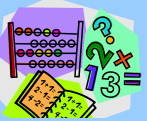
δ) $\frac{24(x+2y)^2}{9(y-x)} \cdot \frac{12(x-y)^2}{18(-x-2y)^3}$.

10. Να γίνουν οι ακόλουθες πράξεις:

α) $\frac{5x^2}{4y^3} \cdot \frac{10x^{-1}y}{y^5}$, β) $\frac{15x^3y}{8xy^2} \cdot \frac{6xy}{9}$, γ) $\frac{3(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{6(x-1)(x+1)^2}{9}$, δ) $\frac{5x-5}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x^2+x-2}$.

11. Να γίνουν οι ακόλουθες πράξεις:

α) $\left(\frac{1}{\alpha x} - \frac{2}{\alpha}\right) \cdot \alpha^2 x$, β) $(2x^2y + 3x) \cdot \frac{1}{y}$, γ) $\left(2 - \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^4}\right) \cdot x^3$, δ) $\left(5 + \frac{x}{y} + \frac{y^2}{x^2}\right) \cdot x^2 y^2$



12. Να γίνουν οι ακόλουθες πράξεις:

α) $\frac{x-1}{x} + \frac{2x+5}{x}$, β) $\frac{3}{x} + 4$, γ) $\frac{ax}{2y} - \frac{2a}{3y^2}$,

δ) $\frac{3x}{ay} - \frac{2}{9y}$, ε) $\frac{x-3}{a^2y} - \frac{2}{3y^3}$.

13. Να γίνουν οι ακόλουθες πράξεις:

α) $\frac{4}{x^2-3x+2} + \frac{3}{x^2+x-2} + \frac{10}{x^2-4}$, β) $\frac{x+y}{x^2+y^2} + \frac{2xy}{x^4-y^4} - \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}$,

γ) $\frac{2y+1}{y^2-y-2} - \frac{2y-1}{y^2-5y-6} + \frac{2y+4}{y^2-8y+12}$.

14. Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα:

A. $3x^3+20x^2+16x-20$ B. $2x^4+9x^3+9x^2-8x-12$

15. Να αποδείξετε ότι:

α. $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ β. $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2012.2013} = \frac{2012}{2013}$

16. Να προσδιορίσετε τα Α και Β ώστε:

α. $\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2}$ β. $\frac{1}{x^2-5x+6} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-2}$

17. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

A. $\alpha(\chi+\psi) - \beta(\chi+\psi)^2 =$ B. $(2\alpha-5)\chi - (5-2\alpha)\psi =$ Γ. $(\alpha+\beta)(2\chi-\psi) + \alpha - \beta =$
Δ. $3\chi^2 - 12\psi^2 =$ Ε. $2(\kappa+1)^3 - 16 =$ ΣΤ. $(\alpha-2\beta)^2 + 5(\alpha-2\beta) + 6 =$
Ζ. $\chi^5 - 4\chi^3\psi + 4\chi\psi^2 =$ Η. $\chi^2(1-\alpha)(\chi+\psi) + \chi^2(\alpha-1) =$ Θ. $16 - (\chi+\psi)^2 =$

18. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $\frac{\alpha^2 + \alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}$ β) $\frac{\chi^4 - \psi^4}{\chi^3\psi - \chi\psi^3}$
γ) $\frac{\chi^3 + 1 - \chi^2 - \chi^5}{1 - \chi^3 + \chi - \chi^2}$ δ) $\frac{4\chi^2 + 4\chi + 1}{2\chi^2 - 5\chi - 3}$

19. Να απλοποιηθεί το κλάσμα:

$$\frac{\chi^2 - 14\chi + 13}{4(\chi + 2)^2 - 9(3 - \chi)^2}$$



20. Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \frac{\chi^2 - 6\chi + 9}{\chi^2 - 9} : \frac{2\chi - 6}{\chi + 3} \quad \beta) \frac{\chi^2 - \chi}{2\chi - \chi^2} \cdot \frac{\chi^2 - 3\chi + 2}{\chi^2 - 2\chi + 1}$$

$$\gamma) \frac{\chi^2 - 4\chi + 4}{\chi^2 - 5\chi + 6} : \frac{2\chi^2 - 8}{\chi^2 - 9}$$

21. Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \frac{2\chi - 3}{1 - \chi} + \frac{\chi - 2}{\chi + 1} - \frac{1}{2 - 2\chi^2}$$

$$\beta) \frac{4\chi}{\chi^2 - 25} + \frac{3}{2\chi + 10} - \frac{2}{5 - \chi}$$

$$\gamma) \frac{1}{\chi + 2} - \frac{2}{\chi^2 - 4\chi + 4} + 1$$

22. Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A = \left[\left(\frac{1}{\psi} - \frac{1}{\chi} \right)^2 : \left(\frac{\chi}{\psi} - \frac{\psi}{\chi} \right) \right] \left(\frac{\chi\psi^2 + \psi\chi^2}{\chi^3 + \psi^3} \right) \left[(\chi - \psi)^2 + \chi\psi \right]$$

23. Να βρείτε το Μ.Κ.Δ και το Ε.Κ.Π των αλγεβρικών παραστάσεων

$$\chi^2 - \chi, \quad \chi^2 - 1, \quad (\chi - 1)^3 + (\chi - 1)^2$$

24. Να αποδείξετε ότι:

$$\left(x - \frac{1 - 2x^2}{1 - x} + 1 \right) : \left(1 - \frac{1}{1 - x} \right) = -x$$

25. Έστω $A = \chi^3 - 4\chi$ και $B = \chi^2 - 2\chi$

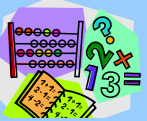
A. Να γίνουν γινόμενα τα A και B .

B. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\Gamma = \frac{A}{B}$

Γ. Να δείξετε ότι η παράσταση $K = \Gamma - \chi + 2002$ είναι ανεξάρτητη του χ .

26. Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα:

A. $5a + 5$, B. $a\chi + \beta\chi$, Γ. $3\chi - 42$ Δ. $7a^2 + 21a$, Ε. $\kappa\lambda\mu + \lambda^3$



27. Ομοίως τα πολυώνυμα:

A. $14\alpha - 7\beta$, B. $8\chi - 8$, Γ. $5\chi - \sqrt{3}\chi$, Δ. $2\alpha + 16$, E. $8\chi^2 - 32\chi$,
ΣΤ. $-\omega^2\chi + \chi\psi\omega$

28. Να μετατρέψετε σε γινόμενο παραγόντων τα πολυώνυμα:

A. $5\alpha(\chi + \gamma) + \beta(\chi + \gamma) - 8(\chi + \gamma)$ B. $\chi(\gamma - 1) - 3(\gamma - 1) - (\gamma - 1)^2$ Γ. $6\chi^2(\chi - \gamma) + \chi(\chi - \gamma)^2$
Δ. $(\alpha + 1)^3 + 2(-1 - \alpha) + \alpha^2(\alpha + 1)$ E. $(\alpha\beta + \alpha)^2 + (\beta + 1)^2$ ΣΤ. $(1 - \kappa + \lambda)^2 + \kappa - \lambda - 1$

29. Να μετατρέψετε σε γινόμενα τις παραστάσεις:

A. $\alpha\chi + \alpha\gamma + 5\chi + 5\gamma$, B. $\chi + \gamma - \chi^2 - \chi\gamma$, Γ. $10\alpha - \alpha^2 + 10\beta - \alpha\beta$,
Δ. $\chi^2 - \alpha\chi - \alpha^2\gamma + \alpha\chi\gamma$, E. $\chi\gamma^3 - 24\gamma^2 - 7\alpha\chi\gamma + 21\alpha$ ΣΤ. $(\chi + 1)(\chi - 2) - 5(\chi - 2)$

30. Να μετατρέψετε σε γινόμενα τις παραστάσεις:

A. $81\rho^2 - 169\varphi^2$ B. $4 - \chi^2$, Γ. $100 - \alpha^4$,
Δ. $\alpha^2\beta^4 - \gamma^2$, E. $21(\gamma - 6) + (2\gamma^2 + 5)(6 - \gamma)$ ΣΤ. $16\kappa^2 - 36$,

31. Να βρείτε τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες δεν ορίζονται οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

A. $\frac{2}{\chi + 1}$ B. $\frac{\chi + 1}{\chi}$ Γ. $\frac{\alpha + 1}{2\alpha - 5}$ Δ. $\frac{\omega^2 - 5}{\omega - 7}$

32. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

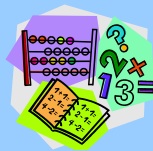
i) $\frac{(x + 1)(x + 2)}{x + 2}$, ii) $\frac{x(2x - 5)}{x}$,
iii) $\frac{x^3(2x - 1)y}{y^2x^2(2x - 1)^2}$

33. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}$, ii) $\frac{x^2 - 12x + 36}{x^2 - 5x - 6}$,
iii) $\frac{3x^2 + 7x - 10}{2x^2 - 11x + 9}$

34. Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς:

i) $\frac{2x}{3y} \cdot \frac{6y^2}{4x^2}$, ii) $\frac{3\alpha}{2\beta} \cdot \frac{6\alpha}{5\beta}$, iii) $\frac{7}{2x} \left(-\frac{6y^2}{14x} \right)$



35. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\text{i) } \frac{x^2 + xy}{3y} \cdot \frac{6y}{x^2}, \text{ ii) } \frac{x + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{3x^2 - 3}{2(x + 1)^2}$$

36. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\text{i) } \frac{x^2 - 49}{x + 6} \cdot \frac{x^2 - 36}{x + 7}$$

$$\text{ii) } \frac{2\alpha - 5\beta}{25\alpha^2 - 4\beta^2} \cdot \frac{(5\alpha - 2\beta)^2}{4\alpha^2 - 25\beta^2}$$

37. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\text{(i) } \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 6x + 9} \cdot \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4}$$

$$\text{ii) } \frac{\alpha^2 - \beta^2}{(\alpha + \beta)4} \cdot \frac{(\alpha + \beta)^3}{(\alpha - \beta)^2}$$

$$\text{iii) } \frac{32x^2 - 8x}{x^2 - 16x^4} \cdot \frac{x^2 - x}{x^3 + x^2}$$

38. Να κάνετε τις διαιρέσεις:

$$\text{i) } (7x^2 + 35xy + 21x) : (7x)$$

$$\text{ii) } (x^2yz + y^2zx + z^2xy) : (xyz)$$

39. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\text{i) } \frac{x^2 - 1}{x + 1}, \text{ ii) } \frac{x^2 + 3x + 2}{\alpha x + 2\alpha}$$

$$\frac{x + 3}{x^2 - 9}, \frac{\alpha x + 5\alpha}{x^2 + 6x + 5}$$

40. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\text{i) } \frac{xy + xz + ay + az}{\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta x + \gamma x}, \text{ ii) } \frac{\alpha^3 - \beta^3}{\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2}$$

$$\text{iii) } \frac{x^4 - y^4}{(x^2 + y^2)(x + y)}$$

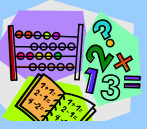
41. Να βρείτε το Μ.Κ.Δ. και το Ε.Κ.Π. των παραστάσεων:

$$\text{A. } A=2\alpha^3\beta, B=\alpha^2\beta+\beta^2\alpha,$$

$$\text{B. } A=x^2-1, B=(x+1)^2$$

42. Να βρείτε το Μ.Κ.Δ. και Ε.Κ.Π. των παραστάσεων:

$$\text{A. } A=3x^2y, B=6xy, \Gamma=5y\chi^3$$



B. $A=a+\beta$, $B=a^2+2a\beta+\beta^2$

43. Να κάνετε τις πράξεις:

i) $\frac{1}{x-y} + \frac{x}{x^2-y^2}$, ii) $\frac{\beta}{a^2+a\beta} + \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)^2}$,

iii) $\frac{5}{a^2\beta + \beta^2\alpha} - \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$