

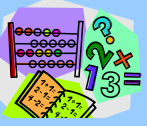
## Κεφ 4<sup>ο</sup>: Συναρτήσεις.

### Μέρος Α Θεωρία.

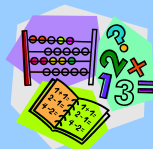
1. Πως ονομάζετε η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y=ax^2$  .
2. Ποια είναι η κορυφή της παραβολής;
3. Ποιος είναι ο άξονας συμμετρίας της παραβολής  $y=ax^2$ ;
4. Πότε μια παραβολή παίρνει την ελάχιστη και πότε τη μέγιστη τιμή της;
5. Τι λέμε τετραγωνική συνάρτηση;
6. Ποια είναι η κορυφή μιας τετραγωνικής συνάρτησης;
7. Ποιος είναι ο άξονας συμμετρίας μιας τετραγωνικής συνάρτησης;
8. Πότε μια τετραγωνική συνάρτηση έχει ελάχιστο και πότε μέγιστο?

### Μέρος Β Ασκήσεις

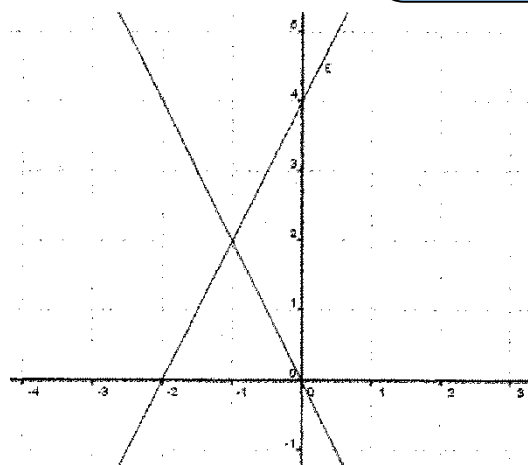
1. Δίνεται η συνάρτηση  $y=\frac{a}{x}$ . Αν το σημείο  $A(1, 20)$  ανήκει στην γραφική παράσταση της συνάρτησης, να γίνει η γραφική παράσταση.
2. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να γίνει το διάγραμμα των συναρτήσεων  $\psi=3x^2$  και  $\psi=-3x^2$ . Το διάγραμμα της δεύτερης να γίνει με την βοήθεια του διαγράμματος της πρώτης, δηλ. χωρίς να βρείτε πίνακα τιμών της  $\psi=-3x^2$ .
3. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των παραβολών  $\psi=4x^2$  και  $\psi=\frac{1}{4}x^2$ . Ποια από τις δύο παραβολές βρίσκεται μέσα στην άλλη;
4. Το σημείο  $M(1, \frac{5}{2})$  βρίσκεται στο διάγραμμα της  $\psi=ax^2$ . Να γίνει το διάγραμμα της  $\psi=-ax^2$ .
5. Να γίνει το διάγραμμα των  $\psi=ax^2$  και  $\psi=\beta x^2$  όπου  $a$  η μικρότερη ρίζα και  $\beta$  η μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης  $6x^2+11x+3=0$  .



6. Δίνεται η συνάρτηση  $\psi=2x^2$ . Να γίνουν σε ξεχωριστά σχήματα τα διαγράμματα στις παρακάτω περιπτώσεις:  
α) Όταν  $x \leq 0$     β) Όταν  $-2 \leq x \leq 2$     γ) Όταν  $1 \leq x \leq 4$
7. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y=x^2-ax+b$  αν ξέρουμε ότι διέρχεται από τα σημεία  $A(0, 5)$  και  $B(1, 0)$ .
8. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:  
α)  $y=x^2-x-6$      $-2 \leq x \leq 3$     β)  $y=2x^2-8x-6$      $-1 \leq x \leq 5$
9. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων στο ίδιο σύστημα αξόνων, όταν  $-3 \leq x \leq 3$  των: α)  $y=-3x^2+2$ ,    β)  $y=-3x^2+3$ ,    γ)  $y=-3x^2-2$
10. Δίνετε η συνάρτηση  $y=0,25x^2+\beta$ . Να γίνει η γραφική παράσταση όταν το διάγραμμά της διέρχεται α) Από το σημείο  $(0,2)$ .    β) Από το σημείο  $(0,-2)$ .
11. Δίνεται η συνάρτηση  $y=a(x-2)^2$ . Να γίνει η γραφική παράστασή της αν ξέρουμε ότι το σημείο  $(3,-2)$  ανήκει στη γραφική της παράσταση.
12. Δίνεται η συνάρτηση  $y=ax^2+2x-1$ . Να κάνετε την γραφική της παράσταση αν το διάγραμμα διέρχεται από το σημείο  $(2,5)$ .
13. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y=x^2-ax+b$  αν ξέρουμε ότι διέρχεται από τα σημεία  $(0,5)$  και  $(1,0)$ .
14. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:  
 $y=x^2-5x$ ,     $y=-2x^2+4x$ ,     $y=x^2+x$   
 $y=-5x^2+10$ ,     $y=3x^2-6x$ ,     $y=-2x^2-2x$
15. Α. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας  $\epsilon$ , που διέρχεται από τα σημεία  $A(1, 3)$  και  $B(-1,5)$ .  
Β. Να βρεθούν τα σημεία τομής της  $\epsilon$  και της παραβολής  $\psi=x^2+2$ .
16. Δίνεται η παραβολή  $\psi=\lambda x^2+(\kappa-1)x+6$ . Να προσδιοριστούν τα  $\kappa, \lambda$  αν γνωρίζετε πως η παραβολή για  $x=\frac{5}{2}$  παίρνει ελάχιστη τιμή  $\psi=-\frac{1}{4}$ .



17. α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ε) με γραφική παράσταση του σχήματος, β) Να βρεθεί το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ του άξονα  $x'x$ , της (ε) και των ευθειών  $x=-1$  και  $x=1$ .  
 γ) Να βρεθεί το σημείο τομής  $B(x_0, \psi_0)$  (ε) με τη γραφική παράσταση της  $y=2x$  το εμβαδόν του τριγώνου  $ABO$ , όπου το σημείο τομής της (ε) με τον  $x'x$ .

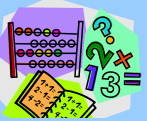


την  
της  
και  
Α

18. Δίνεται η παραβολή  $\psi=(2\mu+1)x^2$ .  
 Α. i. Να βρεθούν οι τιμές του  $\mu$  για τις οποίες η παραβολή βρίσκεται κάτω από το άξονα  $x'x$ .  
 ii. Να βρεθούν οι τιμές του  $\mu$  για τις οποίες η παραβολή παρουσιάζει ελάχιστο.  
 Β. Να βρείτε την τιμή του  $\mu$ , ώστε η παραβολή να διέρχεται από το σημείο  $A(-2,12)$ .  
 Γ. Για την τιμή του  $\mu$  που υπολογίσατε στο ερώτημα Β, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της παραβολής :

$x$	$-\sqrt{2}$	$-1$	$5\sqrt{3}$		
$\psi$				2	4

19. Δίνεται η παραβολή  $\psi=3x^2-5x-2$ . Να βρεθούν:  
 Α. Οι συντεταγμένες της κορυφής Κ.  
 Β. Η μέγιστη ή η ελάχιστη τιμή της.  
 Γ. Ο άξονας συμμετρίας της.  
 Δ. Τα σημεία τομής της με τους άξονες.
20. Να βρείτε την εξίσωση παραβολής με κορυφή το  $O(0,0)$  που περνά από το σημείο  $A(2, \frac{4}{3})$ . Κατόπιν να σχεδιάσετε την παραβολή που θα προκύψει.
21. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $k$  η συνάρτηση  $y=(k-4)x^2$  με  $k \neq 4$  έχει ελάχιστο και για ποιες μέγιστο.



22. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο  $y=x^2+ax+\beta$ , αν είναι γνωστό ότι η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $(0, 8)$  και η κορυφή της παραβολής είναι το σημείο  $K\left(\frac{3}{2}, \frac{23}{4}\right)$ .
23. Α. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνάει από το σημείο τομής των ευθειών  $x=4$ ,  $y=4$  και την αρχή των αξόνων.  
Β. Να βρείτε τον αριθμό  $\kappa$  ώστε η ευθεία  $\epsilon_1: y=(\kappa^2 - 2\kappa + 2)x + 4$  να είναι παράλληλη προς την ευθεία  $y=x$ .  
Γ. Αν  $\kappa=1$  να σχεδιάσετε την  $\epsilon_1$  και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει (η  $\epsilon_1$ ) με τους άξονες.
24. Δίνονται οι συναρτήσεις:  $\psi=2x^2+ax+\beta$  και  $\psi = ax-\beta$ . Αν το σημείο  $A(1, 2)$  είναι κοινό σημείο των γραφικών τους παραστάσεων τότε:  
Α. Να βρεθούν τα  $a, \beta$   
Β. Να βρεθεί το άλλο κοινό σημείο των γραφικών τους παραστάσεων.
25. Δίνεται η συνάρτηση:  $y=f(x)=ax^2+\beta x-6$   
Α. Αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία  $A(-2, 8)$  και  $B(1, -10)$  να βρεθούν οι τιμές των  $a$  και  $\beta$ .  
Β. Για τις τιμές των  $a$  και  $\beta$  που θα βρείτε να λυθεί η εξίσωση:  $f(x)=0$ .  
Γ. Αν  $\rho$  είναι η μικρότερη ρίζα της εξίσωσης  $f(x)=0$  να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:  $A=\rho^{2004}+\rho^{2005}$ .
26. Να αποδείξετε ότι:  
Α. Από όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα που έχουν την ίδια περίμετρο, μεγαλύτερο εμβαδό έχει το τετράγωνο.  
Β. Από όλα τα ορθογώνια που έχουν το ίδιο εμβαδό, μικρότερη περίμετρο έχει το τετράγωνο.
27. Ένα ορθογώνιο έχει περίμετρο 200cm.  
Α. Αν  $x$  είναι το πλάτος του ορθογωνίου να εκφράσετε το εμβαδόν του ως συνάρτηση του  $x$ .  
Β. Να βρείτε τις τιμές  $E(4)$ ,  $E(10)$ . και  
Γ. Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης.  
Δ. Στη συνέχεια από την γραφική παράσταση της συνάρτησης να βρείτε το ορθογώνιο που έχει το μέγιστο εμβαδόν.