

## Απαντήσεις θεωρίας Κεφάλαιο 1ο. (α' μέρος)

### 1. Πώς προσθέτουμε δυο πραγματικούς αριθμούς;

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμά τους βάζουμε το κοινό τους πρόσημο.
- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, αφαιρούμε τη μικρότερη από τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά τους βάζουμε το πρόσημο του αριθμού που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

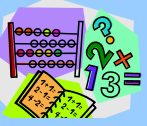
### 2. Πώς πολλαπλασιάζουμε δυο πραγματικούς αριθμούς;

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε θετικό πρόσημο (+).
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε αρνητικό πρόσημο (-).

### 3. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης;

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης είναι τέσσερις όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ιδιότητες	Τύπος
Αντιμεταθετική	$a+\beta = \beta+a$
Προσεταιριστική	$a+(\beta+\gamma) = (a+\beta)+\gamma = (a+\gamma)+\beta$
Ουδέτερο στοιχείο	$a+0 = a$
Αντίθετος	$a+(-a) = 0$



#### 4. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού είναι τέσσερις όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ιδιότητες	Τύπος
Αντιμεταθετική	$αβ = βα$
Προσεταιριστική	$α(βγ) = (αβ)γ = (αγ)β$
Ουδέτερο στοιχείο	$α \cdot 1 = α$
Αντίστροφος	$α \cdot \frac{1}{α} = 1, α \neq 0$

Επίσης:

Μία κοινή ιδιότητα του πολλαπλασιασμού και της πρόσθεσης είναι η επιμεριστική ιδιότητα, σύμφωνα με την οποία ισχύει ότι:

$$α(β+γ) = αβ+αγ \quad \text{ή} \quad α(β-γ) = αβ-αγ.$$

#### 5. Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίθετοι και ποιοι αντίστροφοι;

- Αντίθετοι λέγονται οι αριθμοί των οποίων το άθροισμα ισούται με το 0 (μηδέν).
- Αντίστροφοι λέγονται οι αριθμοί των οποίων το γινόμενο ισούται με τη μονάδα.

#### 6. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων;

Οι ιδιότητες των δυνάμεων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ιδιότητες	Παράδειγμα
$α^μ \cdot α^ν = α^{(μ+ν)}$	$2^3 \cdot 2^5 = 2^{(3+5)} = 2^8$
$α^μ : α^ν = α^{(μ-ν)}$	$2^5 : 2^3 = 2^{(5-3)} = 2^2$
$(αβ)^ν = α^ν β^ν$	$(2γ)^2 = 2^2 γ^2 = 4γ^2$
$\left(\frac{α}{β}\right)^ν = \frac{α^ν}{β^ν}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$
$(α^μ)^ν = α^{(μ \cdot ν)}$	$(2^3)^2 = 2^{(3 \cdot 2)} = 2^6$
$α^{-ν} = \left(\frac{1}{α}\right)^ν$	$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$



### 7. Ποια είναι η προτεραιότητα των πράξεων;

Η προτεραιότητα των πράξεων είναι η εξής:

- Υπολογίζουμε τις δυνάμεις
  - Κάνουμε τις διαιρέσεις και τους πολλαπλασιασμούς.
  - Κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις.
- ♣. Όταν υπάρχουν παρενθέσεις εκτελούμε τις πράξεις που περιέχονται σε αυτές με την παραπάνω σειρά.

### 8. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός πραγματικού αριθμού;

Τετραγωνική ρίζα ενός μη-αρνητικού αριθμού  $a$  (η οποία συμβολίζεται με  $\sqrt{a}$ ) είναι ο μη-αρνητικός αριθμός που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό  $a$ .

Δεν ορίζεται τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού, γιατί δεν υπάρχει αριθμός που όταν υψωθεί στο τετράγωνο να δίνει αρνητικό αριθμό.

### 9. Τι ονομάζονται αριθμητικές και τι αλγεβρικές παραστάσεις;

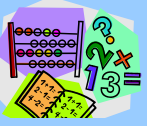
- **Αριθμητική παράσταση** ονομάζουμε κάθε έκφραση που περιέχει μόνο αριθμούς.
- **Αλγεβρική παράσταση** ονομάζουμε κάθε έκφραση που περιέχει αριθμούς και μεταβλητές.

### 10. Τι είναι η αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης;

**Αριθμητική τιμή** (ή απλά **τιμή**) μιας αλγεβρικής παράστασης ονομάζεται ο αριθμός που προκύπτει αν αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές (της αλγεβρικής παράστασης) με αριθμούς και κάνουμε τις πράξεις.

### 11. Τι είναι μονώνυμο; Ποιος είναι ο συντελεστής και ποιο το κύριο μέρος του;

**Μονώνυμο** ονομάζεται μια ακέραια αλγεβρική παράσταση, στην οποία, μεταξύ των μεταβλητών και του αριθμητικού παράγοντα της σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού.



Σε ένα μονώνυμο, ο αριθμητικός παράγοντας λέγεται **συντελεστής**, ενώ **κύριο μέρος** λέγεται το γινόμενο όλων των μεταβλητών του, υψωμένων στους αντίστοιχους εκθέτες τους.

### 12. Ποιά μονώνυμα λέγονται όμοια;

Όμοια λέγονται δύο (ή περισσότερα) μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος.

- Αυτά που έχουν κοινό και τον συντελεστή τους, και ονομάζονται **ίσα**.
- Αυτά που έχουν αντίθετους συντελεστές, και ονομάζονται **αντίθετα**

### 13. Πώς προσθέτουμε δύο μονώνυμα και πώς τα πολλαπλασιάζουμε;

- Για να προσθέσουμε δύο (ή περισσότερα) όμοια μονώνυμα, γράφουμε ένα μονώνυμο όμοιο με αυτά και με συντελεστή το άθροισμα των συντελεστών τους
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο (ή περισσότερα) μονώνυμα, γράφουμε ένα μονώνυμο που έχει:

Συντελεστή το γινόμενο των συντελεστών τους.

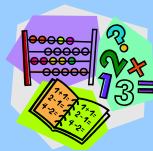
Κύριο μέρος το γινόμενο όλων των μεταβλητών τους με εκθέτη κάθε μεταβλητής το άθροισμα των εκθετών της.

### 14. Τι λέμε πολυώνυμο;

Πολυώνυμο ονομάζεται μια αλγεβρική παράσταση που είναι άθροισμα μονωνύμων, τα οποία δεν είναι όμοια.

### 15. Τι λέμε βαθμό του πολυωνύμου;

Βαθμός ενός πολυωνύμου ως προς μία ή περισσότερες μεταβλητές του, είναι ο μεγαλύτερος από τους βαθμούς των όρων του.



**16. Ποιο είναι το σταθερό και ποιο το μηδενικό πολυώνυμο; Τι βαθμό έχουν:**

Σταθερό πολυώνυμο λέγεται το πολυώνυμο που είναι αριθμός και είναι μηδενικού βαθμού.

Ειδικότερα, το 0 (μηδέν) λέγεται μηδενικό πολυώνυμο και δεν έχει βαθμό.

**17. Τι λέμε αναγωγή όμοιων όρων;**

Αναγωγή όμοιων όρων λέμε τη διαδικασία με την οποία αντικαθιστούμε σε ένα πολυώνυμο τα όμοια μονώνυμα με το άθροισμά τους.

**18. Να συμπληρώσετε και να αποδείξετε τις ταυτότητες:**

- $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab - b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 =$   
 $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)^2 = (a-b)(a^2 - 2ab + b^2) = a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 =$   
 $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$
- $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$
- $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3$