

Απαντήσεις θεωρίας Κεφάλαιο 1ο. (β' μέρος)

1. Τι λέμε παραγοντοποίηση;

Παραγοντοποίηση λέγεται η διαδικασία με την οποία μια παράσταση, που είναι άθροισμα, μετατρέπεται σε γινόμενο παραγόντων.

2. Ποιες είναι οι μέθοδοι παραγοντοποίησης; Δώστε από ένα παράδειγμα.

Οι μέθοδοι παραγοντοποίησης είναι οι εξής:

- Η μέθοδος του κοινού παράγοντα

$$\text{π.χ. } 12x^2y - 30xy^2 + 6x^2y^2 = 6xy \cdot 2x - 6xy \cdot 5y + 6xy \cdot xy = 6xy(2x - 5y + xy)$$

- Η μέθοδος της ομαδοποίησης (κοινού παράγοντα κατά ομάδες)

$$\text{π.χ. } ax + ay + 2x + 2y = a(x+y) + 2(x+y) = (a+2)(x+y)$$

- Η μέθοδος της διαφοράς τετραγώνων, η οποία είναι βασισμένη στην ταυτότητα

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

$$\text{π.χ. } 4\beta^2 - 25 = (2\beta)^2 - 5^2 = (2\beta - 5)(2\beta + 5)$$

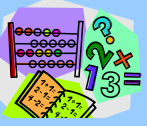
- Η μέθοδος της διαφοράς - αθροίσματος κύβων, η οποία είναι βασισμένη στις ταυτότητες

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3 \text{ και } (a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3.$$

$$\text{π.χ. } x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2 + 3x + 3^2) = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$$

- Η μέθοδος του αναπτύγματος τετραγώνου, η οποία είναι βασισμένη στην ταυτότητα

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ και } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$



π.χ. $4a^2+12a+9 = (2a)^2+2\cdot 2a\cdot 3+3^2=(2a+3)^2$.

- Η μέθοδος της παραγοντοποίησης τριώνυμου της μορφής $x^2+(a+b)x+ab$,
 $x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$

π.χ. $x^2+8x+12 = x^2+(6+2)x+6\cdot 2=(x+6)(x+2)$

3. Τι λέμε ΕΚΤΠ ακέραιων αλγεβρικών παραστάσεων;

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο παραγόντων ονομάζεται, το γινόμενο των κοινών και μη κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μεγαλύτερο από τους εκθέτες του.

4. Τι λέμε ΜΚΔ ακέραιων αλγεβρικών παραστάσεων;

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.) δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο παραγόντων ονομάζεται, το γινόμενο των κοινών παραγόντων τους με εκθέτη καθενός το μικρότερο από τους εκθέτες του.

5. Πως βρίσκω τις τιμές που ορίζεται μια αλγεβρική παράσταση;

Για να βρούμε τις τιμές των μεταβλητών ώστε να ορίζεται μια αλγεβρική παράσταση, πρέπει ο παρονομαστής της να είναι διαφορετικός του μηδενός, αφού δεν ορίζεται κλάσμα με παρονομαστή μηδέν.

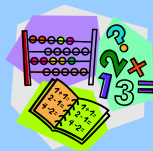
6. Πως απλοποιώ (ρητές) αλγεβρικές παραστάσεις;

Αν σε μια ρητή παράσταση ο αριθμητής και ο παρονομαστής της είναι γινόμενα, το μόνο που έχουμε να κάνουμε είναι να διαγράψουμε τους κοινούς παράγοντες των όρων της.

$$\frac{6xy}{3x} = \frac{6xy:3x}{3x:3x} = \frac{2y}{1} = 2y \quad \text{ή} \quad \frac{6xy}{3x} = \frac{\cancel{3x} \cdot 2y}{\cancel{3x}} = 2y$$

Αν σε μια ρητή παράσταση ο αριθμητής ή ο παρονομαστής δεν είναι γινόμενο, τότε για να την απλοποιήσουμε πρώτα παραγοντοποιούμε και τους δύο όρους της και μετά διαγράφουμε τους κοινούς παράγοντες τους.

$$\frac{5x-10}{x^2-4} = \frac{5(x-2)}{x^2-2^2} = \frac{5\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+2)} = \frac{5}{x+2}$$



7. Πως πολλαπλασιάζω ρητές αλγεβρικές παραστάσεις:

Για να πολλαπλασιάσω δύο ρητές παραστάσεις $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ στηριζόμαστε στον κανόνα:

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}$$

Για παράδειγμα:

$$\frac{x^2 - 1}{3x + 3} \cdot \frac{2x}{x - 1} = \frac{(x^2 - 1)2x}{(3x + 3)(x - 1)} = \frac{2x(x+1)(x-1)}{3(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{3}$$

8. Πως διαιρώ ρητές αλγεβρικές παραστάσεις:

Για να διαιρέσουμε δύο ρητές παραστάσεις $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ στηριζόμαστε στον κανόνα

$$\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\alpha\delta}{\beta\gamma}$$

Για παράδειγμα:

$$\frac{x}{x+1} : \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x^2 - 1}{2x^2} = \frac{x(x^2 - 1)}{(x+1)2x^2} = \frac{x(x-1)(x+1)}{2x^2(x+1)} = \frac{x-1}{2x}$$

9. Πώς κάνω ένα σύνθετο κλάσμα απλό:

Τα σύνθετα κλάσματα μετατρέπονται σε απλά σύμφωνα με τον κανόνα:

$$\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}} = \frac{\alpha\delta}{\beta\gamma} \text{ και με βάση αυτόν έχουμε ότι } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{1}{1} = \frac{\alpha\gamma}{\beta\gamma} \text{ και } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{1}{1} = \frac{\alpha}{\beta\gamma}$$

10. Πώς προσθέτω ρητές αλγεβρικές παραστάσεις:

Για να προσθέσουμε ρητές παραστάσεις που έχουν τον ίδιο παρονομαστή χρησιμοποιούμε τον εξής κανόνα:

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta}$$

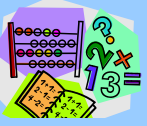
Για παράδειγμα:

$$\frac{3x}{x-2} + \frac{x-8}{x-2} = \frac{3x+x-8}{x-2} = \frac{4x-8}{x-2} = \frac{4(x-2)}{x-2} = 4$$

Αν όμως οι ρητές παραστάσεις δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή, τότε βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών και τις μετατρέπουμε σε ρητές παραστάσεις με τον ίδιο παρονομαστή, όπως και στα αριθμητικά κλάσματα.

Για παράδειγμα:

$$\frac{2}{3x^2 - 3x} + \frac{2}{3x - 3} = \frac{2}{3x(x-1)} + \frac{2}{3(x-1)} = \frac{2}{3x(x-1)} + \frac{2 \cdot x}{3(x-1) \cdot x} = \frac{2 + 2x}{3x(x-1)}$$



Όπου,

α. Παραγοντοποιήσαμε τους παρονομαστές: $3x^2 - 3x = 3x(x-1)$ και $3x - 3 = 3(x-1)$

β. Βρήκαμε ότι ΕΚΠ = $3x(x-1)$.

γ. Μετατρέψαμε τα κλάσματα σε ομώνυμα και κάναμε τις πράξεις και τις απλοποιήσεις.

11. Πώς αφαιρώ ρητές αλγεβρικές παραστάσεις:

Για να αφαιρέσουμε ρητές παραστάσεις που έχουν τον ίδιο παρονομαστή χρησιμοποιούμε τον εξής κανόνα:

$$\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha - \gamma}{\beta}$$

Για παράδειγμα:

$$\frac{5x}{x-2} - \frac{x-8}{x-2} = \frac{5x - x - 8}{x-2} = \frac{4x-8}{x-2} = \frac{4(\cancel{x-2})}{(\cancel{x-2})} = 4$$

Αν όμως οι ρητές παραστάσεις δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή, τότε βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών και τις μετατρέπουμε σε ρητές παραστάσεις με τον ίδιο παρονομαστή, όπως και στα αριθμητικά κλάσματα.

Για παράδειγμα:

$$\frac{2}{3x^2 - 3x} - \frac{2}{3x - 3} = \frac{2}{3x(x-1)} - \frac{2x}{3x(x-1)} = \frac{2 - 2x}{3x(x-1)} = \frac{-2(\cancel{x-1})}{3x(\cancel{x-1})} = -\frac{2}{3x}$$

Όπου,

α. παραγοντοποιήσαμε τους παρονομαστές: $3x^2 - 3x = 3x(x-1)$ και $3x - 3 = 3(x-1)$

β. Βρήκαμε ότι ΕΚΠ = $3x(x-1)$.

γ. Μετατρέψαμε τα κλάσματα σε ομώνυμα και κάναμε τις πράξεις και τις απλοποιήσεις.