

## Ενότητα 1<sup>η</sup>. Προτεραιότητα των πράξεων.

### Θέμα 1ο

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = \frac{x^2 \cdot y^4 \cdot z^6 \cdot 2^{182}}{3 \cdot (13 \cdot 2^2 \cdot 3^3 + 4^2 \cdot 9^3)^{-1}}, \text{ αν είναι } x = 2^{-10}, y = 4^{-8}, z = 8^{-6}$$

και να αποδείξετε ότι είναι τέλειο τετράγωνο ρητού αριθμού.

### Θέμα 2ο

Αν  $\alpha = 10^{-1} : 10^{-3}$ ,  $\beta = 10^5 : 10^{-7}$  και  $10^{-1} \cdot 1000$  να βρείτε την τιμή της παράστασης:  $A = \left( \frac{\alpha\beta\gamma}{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha} \right)^2$

### Θέμα 3ο

1. Αν  $x + y = 3 \cdot (-2)^2$  και  $y - w = \left[ \left( -\frac{3}{5} \right)^4 \right]^6 \cdot \left[ \left( -\frac{3}{5} \right)^6 \right]^{-4}$ , να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A = 7x + 10y - 3w - 87.$$

### Θέμα 4ο

Αν  $n$  είναι θετικός ακέραιος, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = 4 \cdot (-1)^n + 2 \cdot \frac{(-1)^{2n+1}}{5} - 7 \cdot \frac{(-1)^{3n}}{5}.$$

### Θέμα 5ο

Έστω  $\alpha = \beta + 2005$ . Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = -3[2(\alpha + 2\beta) - 2(3\beta - 2\alpha) - 4\beta] + 19(\alpha - \beta)$$

### Θέμα 6ο

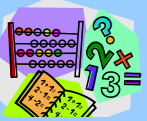
Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = 2003 - \frac{6 - 10x + 2(4x - y - 3)}{3(x - z) + 3(y + z)} - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 2y, \text{ αν } x + y = 2003.$$

### Θέμα 7ο.

Αν  $a = -\frac{3}{2}$  και  $\beta = 3$  να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$K = \alpha^3 - (1 + \alpha)^{-2} + 4\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{1}{2}\right)^{-1} + \left[\left(\frac{\beta}{\alpha} - 2004\right)^{2004}\right]^0.$$



**Θέμα 8ο**

Αν  $\nu$  θετικός ακέραιος, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = [(-1)^{2\nu} + (-1)^{2\nu+1}] \cdot (3^{12} + 2^{10}), B = (-2)^{-3} : (-2)^{-1} + \frac{(-3)^{-2} - (-2)^{-4}}{(-4)^{-2}}$$

**Θέμα 9ο**

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = (-5)^2 - (-2)^{-3} : \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + (-1)^{1000}, B = [(-5)^2 - (-2)^3 - 1] : \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{35}{24}\right]$$

**Θέμα 10ο**

Έστω

$$A = \sqrt{\sqrt{81} + 3\sqrt{8}} : \sqrt{2} + 8\sqrt{3} : \frac{1 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$$

Να υπολογιστεί η τιμή του:  $B = 3(-1)^A + 2(-1)^{A+1}$

**Θέμα 11ο (Ευκλείδης 2014)**

Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = \left(\frac{x^3}{y^3} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{x}{y}\right)^3, B = \frac{243x^2 + 81y^2}{y} \text{ και } \Gamma = x^{-1} + y^{-1}, \text{ όταν } x = 3^{-3}, y = 3^{-4}.$$

**Θέμα 12ο (Ευκλείδης 2013)**

(α) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(\frac{x^3}{y^2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^3 + \frac{81x^2 + 27y}{y}, \text{ όταν } x = 3^{-2}, y = 3^{-3}.$$

(β) Να βρείτε το πλήθος των ψηφίων του αριθμού  $B = 16^{23} \cdot 5^{89}$ , όταν αυτός γραφεί στη δεκαδική αναπαράστασή του.

**Θέμα 13ο (Ευκλείδης 2012)**

(α) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(\frac{\alpha}{\beta^2} + 237\right) \cdot \left(\frac{\alpha}{4\beta^2}\right)^3 + \frac{9\alpha - 20\beta^2}{\beta^2},$$

αν δίνεται ότι  $\alpha = \beta = 2^{-3}$ .

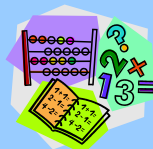
**Μονάδες 2**

(β) Αν τα ποσά  $x, y$  είναι ανάλογα με συντελεστή αναλογίας  $\frac{x}{y} = \alpha > 0$ , να αποδείξετε ότι η

παράσταση  $K = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$  έχει τιμή ανεξάρτητη των τιμών των  $x, y$  και ισχύει ότι  $K \leq 1$ .

Για ποια τιμή του  $\alpha$  η παράσταση  $K$  παίρνει τη μέγιστη τιμή της.

**Μονάδες 3**



**Θέμα 14ο (Ευκλείδης 2009)**

Αν ισχύει ότι  $a + 2b = \frac{1}{2}$ , να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = (16a + 32b)^{-2} - (32a + 64b)^{-3} + \left[ \left( -\frac{2}{3} \right)^{-4} : 3^4 \right]^3.$$

**Θέμα 15ο (Ευκλείδης 2008)**

Αν ισχύει ότι  $12b + 26a = 1$ , να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{5}{12} - (24b + 52a)^{-2} - (72b + 156a)^{-1}.$$

**Θέμα 16ο (Ευκλείδης 2005)**

Αν  $a=1$ ,  $\beta=-1$  να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

$$A = a^3 + \beta^3 + 10a - 7\beta\sqrt{6} \quad \text{και} \quad B = 100(2a + \beta) - (8a^3 - 2)\beta\sqrt{7}$$

και να βρείτε ποιος από τους αριθμούς A και B είναι μεγαλύτερος .

**Θέμα 17ο (Ευκλείδης 2002)**

Να υπολογιστεί η τιμή της αριθμητικής παράστασης

$$A = 2002 \times [(-1)^{2001} + (-1)^{2002}]^2 - [(-2)^{-3}]^2 + \frac{1}{64}.$$

**Θέμα 18ο (Ευκλείδης 1997)**

Έστω  $a \neq \pm \beta$  και ισχύει  $\frac{5a}{a - \beta} + \frac{3\beta}{a + \beta} = 5$ . Να υπολογιστεί η τιμή της

παράστασης  $A = \frac{10a - 4\beta}{a + 6\beta}.$