

1. Να λυθεί ως προς x η εξίσωση (E): $\frac{3a+1}{a+x} - \frac{a-1}{a-x} = \frac{2a(a^2-1)}{x^2-a^2}$, $a \in P$.

Για ποιες θετικές ακέραιες τιμές του a οι ρίζες της (E) είναι αριθμοί πρώτοι;

2. α) Έστω a είναι πραγματική παράμετρος και ισχύει $\frac{2a}{x^2-a^2} = \frac{A}{x-a} - \frac{B}{x+a}$, για κάθε $x \in P - \{-a, a\}$.

Να βρείτε τους αριθμούς A και B .

β) Αν $x \neq \mu$, όπου $\mu \in \{-10, -9, \dots, -1, 0, 1, \dots, 9, 10\}$, να δειχτεί ότι:

$$\frac{2}{x^2-1} + \frac{4}{x^2-4} + \frac{6}{x^2-9} + \dots + \frac{20}{x^2-100} = 11 \left[\frac{1}{(x-1)(x+10)} + \frac{1}{(x-2)(x+9)} + \dots + \frac{1}{(x-10)(x+1)} \right].$$

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 120^\circ$. Οι $A\Delta$, BE , ΔZ είναι διχοτόμοι των γωνιών του.

Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}EZ$.

4. Αν $x, y, z > 0$ να δειχτεί ότι $\frac{1}{x^3+y^3+xyz} + \frac{1}{y^3+z^3+xyz} + \frac{1}{z^3+x^3+xyz} \leq \frac{1}{xyz}$.