

Θεώρημα Ρομπριου

Θεωρούμε ισόπλευρο τρίγωνο $ΑΒΓ$ και σημείο P του επιπέδου του. Αν το P δεν ανήκει στον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου, τότε τα τμήματα PA, PB, PG αποτελούν πλευρές τριγώνου. Αν το P ανήκει στον περιγεγραμμένο κύκλο, τότε το μεγαλύτερο από τα τμήματα αυτά είναι ίσο με το άθροισμα των άλλων.



Απόδειξη

Θεωρούμε τη στροφή 60° γύρω από το σημείο $Γ$ κατά τη θετική φορά περιστροφής. Κατά τη στροφή αυτή το A αντιστοιχίζεται στο B ενώ το σημείο P στο P' . Επομένως θα έχουμε $PA=BP'$ και $PG=GP'$ και το τρίγωνο BPP' έχει μήκη πλευρών PA, PB, PG (Τρίγωνο Ρομπριου).



Αν τα σημεία P, P', B είναι συνευθειακά τότε θα έχουμε $\angle P'PB = 60^\circ$ και $\angle PPA = 120^\circ$ είτε $\angle P'PB = 60^\circ$ και $\angle PPB = 120^\circ$ πράγμα που σημαίνει ότι το τετράπλευρο $ABGP$ είναι εγγράψιμο κι έτσι το P θα ανήκει στον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου $ΑΒΓ$ και προφανώς το μεγαλύτερο των τμημάτων PA, PB, PG θα ισούται με το άθροισμα των άλλων δυο.