

# ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1<sup>ο</sup> Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

Κασαπίδης Γεώργιος

Να χαρακτηριστούν και να αιτιολογηθούν οι χαρακτηρισμοί σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) των παρακάτω προτάσεων:

1. Αν  $\varphi(x) < \psi(x)$  για κάθε  $x \in \mathfrak{R}$  τότε  $\varphi'(x) < \psi'(x) \forall x \in \mathfrak{R}$  Σ Λ
2. Η παράγωγος μιας περιττής συνάρτησης στο  $\mathfrak{R}$ , είναι άρτια συνάρτηση Σ Λ
3. Αν  $\varphi'(x) = 1 \forall x \in \mathfrak{R}^*$  τότε η  $\varphi$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathfrak{R}^*$  Σ Λ
4. Για όλους τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  ισχύει:  $|\eta\alpha - \eta\beta| \leq |\alpha - \beta|$  Σ Λ

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση στα παρακάτω ερωτήματα (να αιτιολογηθεί σε κάθε περίπτωση η επιλογή σας)

5. Το  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\eta\mu x)}{2x - \pi}$  ισούται με α) 0 β) 2 γ) 1 δ)  $\pi/2$  ε) -1

6. Αν  $\varphi$  δυο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση με  $\varphi'(x) > 0 \forall x \in \mathfrak{R}$  και  $\kappa(x) = \frac{\varphi(x)}{\varphi'(x)}$  τότε η εφαπτομένη της γρ. παράστασης της  $\kappa$ , στο σημείο που αυτή τέμνει τον  $x'x$  άξονα, σχηματίζει γωνία  $\omega$  με τον  $x'x$  που ισούται με  
Α)  $90^\circ$  Β)  $30^\circ$  Γ)  $60^\circ$  Δ)  $45^\circ$  Ε) τίποτα από τα παραπάνω

7. Να αποδειχθεί ότι:  $x^e e^{1/x} \geq 1$  για κάθε  $x > 0$

8. Αν  $\varphi'(x) = 10x e^{5x^1 - \varphi(x)}$  για κάθε  $x \in \mathfrak{R}$  και  $\varphi(0) = 0$ , δείξτε ότι: α)  $\varphi(x) \geq 0 \forall x > 0$  β) να βρεθεί ο τύπος της  $\varphi(x)$ . γ) Να δειχτεί ότι η  $\varphi$  είναι κυρτή στο  $\mathfrak{R}$ .

9. Αν  $\varphi$  συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$  με  $\varphi''(x) > 0 \forall x \in (\alpha, \beta)$ ,  $\varphi(\alpha) = \varphi(\beta) = 0$  να δειχτεί ότι  $\varphi(x) < 0 \forall x \in (\alpha, \beta)$

10. Δίνεται η συνάρτηση  $\varphi$ , με  $\varphi(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + x + 1} & \text{αν } x < 0 \\ \frac{2}{3}x^2 - 3x + 1 & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$

α) Να βρεθεί η συνάρτηση της πρώτης παραγώγου  $\varphi'(x)$

β) Να βρεθούν τα τοπικά ακρότατα της  $\varphi$

γ) Να αποδειχτεί ότι η γραφική παράσταση της  $\varphi$  είναι κυρτή σε καθένα από τα διαστήματα  $(-\infty, 0]$  και  $[0, +\infty)$

δ) Να αποδειχτεί ότι η  $\gamma_\varphi$  έχει μια μόνο ασύμπτωτη, η οποία μάλιστα είναι και εφαπτομένη της.