ΓΙΑΤΙ ΠΛΗΝ ΕΠΙ ΠΛΗΝ ΚΑΝΕΙ ΣΥΝ;

Ο Νίκος ακολουθεί εδώ και έναν μήνα μια συγκεκριμένη δίαιτα και έχει παρατηρήσει ότι κάθε μέρα χάνει 50 γραμμάρια βάρους.

<u>Ερώτημα 1.</u> Τι βάρος θα έχει χάσει σε 6 ημέρες;

Απάντηση

(6 μέρες) ·(απώλεια 50 γρ./μέρα)= απώλεια 300 γρ.

ή $6\cdot(-50)=-300$

<u>Ερώτημα 2.</u> Πόσο βαρύτερος ήταν πρίν από 7 ημέρες;

Απάντηση

(7 μέρες)·(απώλεια 50γρ./μέρα)=απώλεια 350 γρ. Άρα πρίν από 7 μέρες ήταν βαρύτερος κατά 350 γρ.

ή $(-7)\cdot(-50)=+350$

<u>παραδοχές</u>

α) Αρνητικός χρόνος ερμηνεύεται ως παρελθόν

β) Αρνητική μεταβολή του βάρους ερμηνεύεται ως απώλεια βάρους.

γ) Αρνητικό βάρος σημαίνει ελάττωση του βάρους σε σχέση με το βάρος του Νίκου σε κάποια προηγούμενη χρονική στιγμή, ενώ το θετικό βάρος (ως αποτέλεσμα του παραπάνω πολ/μου) ερμηνεύεται ως αύξηση του βάρους σχετικά με το βάρος του Νίκου σε κάποια προηγούμενη χρονική στιγμή.

ΓΙΑΤΙ ΠΛΗΝ ΕΠΙ ΠΛΗΝ ΚΑΝΕΙ ΣΥΝ;

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΜΕΣΩ ΤΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ

Πρόβλημα1.

Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων: $A=(7-5)\cdot(3-2)$

$B=7\cdot 3+5\cdot 2-5\cdot 3-7\cdot 2$

Λύση

Έχουμε $A=2\cdot 1=2$

$B=21+10-15-14=31-15-14=16-14=2$

Παρατηρούμε ότι Α=Β

Πρόβλημα 2.

Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων: $A=(10-8)\cdot(12-3)$

$B=10\cdot 12+8\cdot 3-8\cdot 12-10\cdot 3$

Λύση

Έχουμε $A=2\cdot 9=18$

$B=120+24-96-30=144-96-30=48-30=18$

Παρατηρούμε ότι Α=Β.

Τα παραπάνω αποτελέσματα μας υποβάλουν την ισχύ του κανόνα

$(\alpha-\beta)\cdot(\gamma-\delta)=\alpha\cdot\gamma+\beta\cdot\delta-\alpha\cdot\delta-\beta\cdot\gamma$ ο οποίος μας υποβάλει στην ιδέα ενός κανόνα πρόσημων.

Συγκεκριμένα $\mathbf{(-\beta)\cdot(-\delta)=+\beta\cdot\delta}$

$\mathbf{(-\beta)\cdot(+\gamma)=-\beta\cdot\gamma}$

Γιατί πλήν επί πλήν κάνει σύν; Μια άλλη προσπάθεια αιτιολόγησης.

Δείτε τα παρακάτω αποτελέσματα

3·4=12	4·3=12
3·3=9	3·3=9
3·2=6	2·3=6
3·1=3	1·3=3
3·0=0	0·3=0

Τι παρατηρείτε;
Όταν είναι σταθερός ο πολλαπλασιαστής (εδώ το 3) και ο πολλαπλασιαστέος ελαττώνεται κατά 1 τότε το γινόμενο ελαττώνεται κατά τον πολλαπλασιαστή (δηλ. κατά 3).
Επίσης το ίδιο συμβαίνει και όταν είναι σταθερός ο πολλαπλασιαστέος και ελαττώνεται κατά ι ο πολλαπλασιαστής.
Ας συνεχίσουμε λοιπόν την μείωση του πολλαπλασιαστέου ή του πολλαπλασιαστή κατά ένα διατηρώντας τον παραπάνω κανόνα.

3·(-1)=-3	(-1)·3=-3
3((-2)=-6	(-2)·3=-6
3·(-3)=-9	(-3)·3=-9
3·(-4)=-12	(-4)·3=-12

Τι συμπέρασμα βγαίνει για το πρόσημο του γινόμενου δυο ετερόσημων αριθμών;

Συμπεραίνουμε ότι το γινόμενο δυο ετερόσημων αριθμών έχει πάντα αρνητικό πρόσημο.
Δηλαδή σύν επί πλήν κάνει πλήν.

Δείτε τώρα τα παρακάτω αποτελέσματα

3·(-4)=-12
2·(-4)=-8
1·(-4)=-4
0·(-4)=0

Τι παρατηρείτε;
Τα γινόμενα αυξάνουν κατά 4

Συνεχίστε τώρα με τον ίδιο τρόπο

(-1)·(-4)=+4
(-2)·(-4)=+8
(-3)·(-4)=+12

Τι συμπέρασμα βγάζετε;
Συμπεραίνουμε με βάση τα παραπάνω ότι **πλήν επι πλήν κάνει σύν.**

<u>**παραδοχές**</u>

α) Η φυσική γραμμική διάταξη των αριθμών. …….,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,…..

β) Η διατήρηση των κανόνων που ισχύουν για θετικούς αριθμούς και στην περίπτωση των αρνητικών αριθμών.

ΓΙΑΤΙ ΠΛΗΝ ΕΠΙ ΠΛΗΝ ΚΑΝΕΙ ΣΥΝ;

Η ΘΕΣΗ ΕΝΟΣ ΦΟΡΜΑΛΙΣΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ

Ομολογώ πως δεν γνωρίζω ποια είναι η «φύση» του αριθμού ,όμως ξέρω ότι η χρήση των αριθμών από τους ανθρώπους υπακούει στους παρακάτω κανόνες (Αξιώματα):

$\alpha+\beta=\beta+\alpha$	$\alpha\cdot\beta=\beta\cdot\alpha$
$\alpha+(\beta+\gamma)=(\alpha+\beta)+\gamma$	$\alpha\cdot(\beta\cdot\gamma)=(\alpha\cdot\beta)\cdot\gamma$
$\alpha+0=0+\alpha=\alpha$	$\alpha\cdot 1=1\cdot\alpha=\alpha$
για κάθε α υπάρχει χ ώστε	για κάθε α διάφορο του 0 υπάρχει ψ ώστε
$\alpha+\chi=\chi+\alpha=0$ (ύπαρξη αντίθετου)	$\alpha\cdot\frac{1}{\alpha}=1$ (ύπαρξη αντίστροφου)

$$\alpha\cdot(\beta+\gamma)=\alpha\cdot\beta+\alpha\cdot\gamma$$

Με βάση τα παραπάνω αξιώματα μπορώ να **αποδείξω** με λογική ακρίβεια τον κανόνα των πρόσημων.

<u>Θεώρημα1.</u> Ο αντίθετος του α είναι μοναδικός.

Απόδειξη

Αν ο α έχει δυο αντίθετους έστω χ,ψ τότε
$\alpha+\chi=0$ και $\alpha+\psi=0$
όμως $\chi=\chi+0=\chi+(\alpha+\psi)=(\chi+\alpha)+\psi=0+\psi=\psi$. Άρα ο αντίθετος του α είναι μοναδικός.
Αυτόν τον μοναδικό αντίθετο του α τον συμβολίζουμε με **–α**

<u>Θεώρημα2.</u> Ο αντίθετος του αντίθετου είναι ο ίδιος ο αριθμός. Δηλαδή $-(-\alpha)=\alpha$

Απόδειξη

Αφού $\alpha+(-\alpha)=0$ και λόγω του θ.1. προκύπτει $-(-\alpha)=\alpha$

<u>Θεώρημα 3</u> $(-\alpha)\cdot\beta=-(\alpha\cdot\beta)$ και $\alpha\cdot(-\beta)=-(\alpha\cdot\beta)$

Απόδειξη

$(-\alpha)+\alpha=0$
$[(-\alpha)+\alpha]\cdot\beta=0\cdot\beta$
$(-\alpha)\cdot\beta+\alpha\cdot\beta=0$
η τελευταία σχέση δείχνει ότι $-(\alpha\cdot\beta)=(-\alpha)\cdot\beta$

<u>Θεώρημα 4.</u> $(-\alpha)\cdot(-\beta)=\alpha\cdot\beta$

Απόδειξη

$(-\alpha)\cdot(-\beta)=-[(-\alpha)\cdot\beta]=-[-(\alpha\cdot\beta)]=\alpha\cdot\beta$.