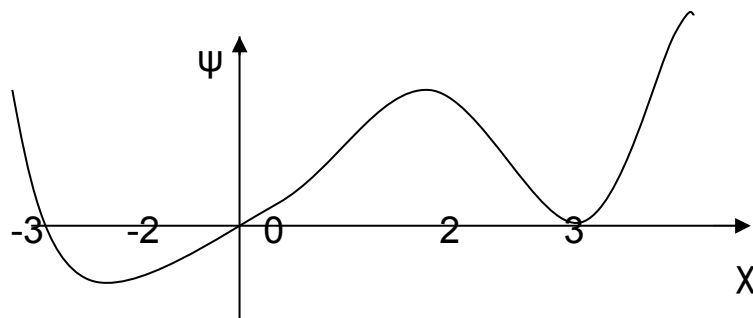


ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ (Γ.Π.)

Μέρος πρώτο

1. Αν $\varphi(x) > \theta(x) \quad \forall x \in \mathfrak{R}$ τότε $\varphi'(x) > \theta'(x) \quad \forall x \in \mathfrak{R}$ Σ Λ
2. Η εφαπτομένη της γ_φ στο x_0 είναι οριζόντια. Τότε το σημείο τομής της με την ευθεία $\psi = 2x + 1$ έχει τετμημένη:
 - α) 0 β) $\varphi(x_0)$ γ) $\varphi(x_0) - 1/2$ δ) $\varphi(x_0) + 1$ ε) $\varphi(x_0) + 1/2$
3. $[\varphi(\theta(x^2))]' = \varphi'(\theta(x^2))\theta'(x)2x$ Σ Λ
4. Αν φ γνησίως φθίνουσα στο $(2, +\infty)$ και $\varphi(3) = 2$ τότε $\Phi(x) < 0 \quad \forall x \in (2, 3)$ Σ Λ
5. Αν η φ είναι συνεχής στο $x=1$ τότε $\lim_{x \rightarrow 1} [x\varphi(x) + 2 - \varphi(x)] = 2$ Σ Λ
6. Αν $\varphi \uparrow$ στο $(-\infty, -1)$, $\varphi \downarrow$ στο $(-1, +1)$, $\varphi \uparrow$ στο $(1, +\infty)$ τότε η τιμή της παράστασης $A = [\varphi(-1)]^{2000} + [\varphi(1)]^{2001}$ είναι
 - α) 1 β) 2 γ) 0 δ) $\varphi(0)$ ε) $\varphi(4002)$
7. Αν η φ είναι παραγωγίσιμη στο $x=0$ και $\varphi(0) = 0$ $\varphi'(0) = 2$ τότε η τιμή του ορίου $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x)}{x}$ είναι:
 - α) 0 β) 1 γ) 2 δ) $+\infty$ ε) $\varphi(0)$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x)) = f(0) + g(0)$ τότε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ και $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = g(0)$ Σ Λ
9. Παρακάτω δίνεται η γραφ. παράσταση της παραγώγου μιάς συνάρτησης που είναι δυο φορές παραγωγίσιμη στο \mathfrak{R} .



- α) η φ δεν έχει τοπ. ακρότατα στις θέσεις $x = -3, -2, 0, 2, 3$
 - β) $\varphi''(2) = 0$ Σ Λ
10. Η εξίσωση της εφαπτομένης της συνάρτησης $\psi = \ln x$ στο $x=1$ είναι:
- α) $\psi = x + 1$ β) $\psi = x - 1$ γ) $\psi = x$ δ) $\psi = x + e$

Μέρος δεύτερο

1. Να υπολογισθούν τα ορια των συναρτήσεων f, g, h στη θέση $x=2$ όταν $f(x)=(x^3-8):(x^2-4)$, $g(x)=(x+3):(\sqrt{x}-\sqrt{2})$ $h(x)=(x-2)^{-1}$
2. να υπολογιστούν οι αριθμοί α, β ώστε η συνάρτηση φ με

$$\varphi(x)=\begin{cases} \alpha\eta\chi+\beta\sigma\eta\chi & \text{αν } \chi<0 \\ 4 & \text{αν } \chi=0 \\ \chi^2+\alpha & \text{αν } \chi>0 \end{cases}$$

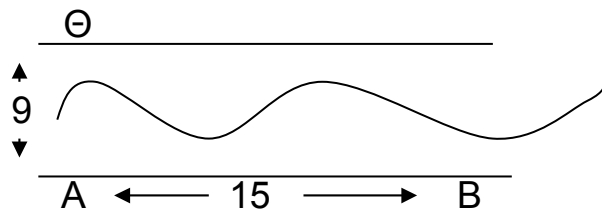
να είναι συνεχής στη θέση $\chi=0$.

3. Έστω η συνάρτηση $\varphi(x)=\alpha x^2+2\alpha x+\alpha^2$ όπου α θετικός αριθμός
Να βρεθεί το ελάχιστο της μικρότερης τιμής της συνάρτησης φ .
4. Ένα φυτό αναπτύσσεται ως προς το χρόνο έτσι ώστε κάθε χρονική στιγμή το ύψος του να δίνεται από τη συνάρτηση

$$h(t)=\frac{2e^{t-10}}{e^{t-10}+e^{-t+10}}, \quad 0 \leq t \leq 20$$

- α) Να βρείτε συνάρτηση του χρόνου που δίνει κάθε χρονική το ρυθμό με τον οποίο ψηλώνει το φυτό.
- β) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του ρυθμού αύξησης του ύψους του φυτού. Πότε λαμβάνεται αυτή η μέγιστη τιμή;

5.



Μια βάρκα βρίσκεται στο σημείο Θ που απέχει από το πλησιέστερο σημείο της απέναντι όχθης 9 χιλιόμετρα. Ένας επιβάτης της βάρκας θέλει να φτάσει στο χωριό B που βρίσκεται στην απέναντι όχθη και απέχει από το A 15 χιλιόμετρα. Η βάρκα κινείται με 4 χιλιόμετρα την ώρα και ο επιβάτης βαδίζει 5 χιλιόμετρα την ώρα. Ποια διαδρομή πρέπει να ακολουθήσει ο επιβάτης για να φτάσει στο χωριό B στο συντομότερο χρόνο;