

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΕΜΠΤΗ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.1.** Να γράψετε τον τύπο που δίνει το νιοστό όρο  $a_n$  μιας αριθμητικής προόδου  $(a_n)$ , που έχει πρώτο όρο  $a_1$  και διαφορά  $\omega$ .

Μονάδες 3

**A.2.** Να γράψετε τη σχέση μεταξύ των πραγματικών αριθμών  $\alpha, \beta, \gamma$  έτσι, ώστε οι αριθμοί αυτοί, με τη σειρά που σας δίνονται, να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 3

**A.3.** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα  $S_n$  των πρώτων  $n$  όρων μιας γεωμετρικής προόδου  $(a_n)$ , που έχει πρώτο όρο  $a_1$  και λόγο  $\lambda \neq 1$ , είναι:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$$

Μονάδες 6,5

**B.1.** Στη **Στήλη Α** δίνεται ο πρώτος όρος  $a_1$  και η διαφορά  $\omega$  τριών αριθμητικών προόδων και στη **Στήλη Β** ο νιοστός όρος  $a_n$  τεσσάρων αριθμητικών προόδων. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β** που αντιστοιχεί στο σωστό νιοστό όρο.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $a_1=1, \omega=-2$	1. $a_n=-n$
β. $a_1=0, \omega=3$	2. $a_n=4n-3$

γ. $\alpha_1 = -1, \omega = -1$	3. $\alpha_n = 3 - 2n$
	4. $\alpha_n = 3n - 3$

Μονάδες 6

**B.2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Οι αριθμοί  $-5, 5, 15$ , με τη σειρά που σας δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
- β. Ο εικοστός όρος της αριθμητικής προόδου  $10, 7, 4, \dots$  είναι ίσος με 20.
- γ. Σε κάθε αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_n)$  για τους όρους της  $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6$  ισχύει η σχέση  $2\alpha_4 = \alpha_2 + \alpha_6$ .

Μονάδες 4,5

**B.3.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν σε μια γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι ίσος με 1 και ο λόγος ίσος με 2, τότε το άθροισμα των πρώτων  $n$  όρων της είναι ίσο με:

- A.  $\frac{2^n - 1}{2}$ ,    B.  $2^n - 1$ ,    Γ.  $2^{n-1}$ ,  
Δ.  $1 - 2^n$ ,    E. Κανένα από τα προηγούμενα.

Μονάδες 2

### ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x)=ax^3+(\beta-1)x^2-3x-2\beta+6$ , όπου  $\alpha, \beta$  πραγματικοί αριθμοί.

α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x+1$  είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι  $\alpha=2$  και  $\beta=4$ .

Μονάδες 15

β) Για τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  του ερωτήματος α), να λύσετε την εξίσωση  $P(x)=0$ .

Μονάδες 10

### ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x - 2\eta\mu^2 x - 4\sigma\upsilon\nu^2 x$ , όπου  $x$  πραγματικός αριθμός.

α) Να μετατρέψετε τη συνάρτηση  $f$  στη μορφή  $f(x)=\rho\eta\mu(2x+\varphi)+k$ , όπου  $\rho, \varphi, k$  πραγματικοί αριθμοί και  $\rho>0$ .

Μονάδες 9

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  η συνάρτηση  $f$  παίρνει τη μέγιστη τιμή και ποια είναι αυτή.

Μονάδες 6

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) - f\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$  στο διάστημα  $[0, \pi]$ .

Μονάδες 10

### ΘΕΜΑ 4ο

Ένας πληθυσμός βακτηριδίων τριπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μια ώρα.

Α. Αν αρχικά υπάρχουν 10 βακτηρίδια, να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων ύστερα από 6 ώρες.

Μονάδες 9

**B.** Στο τέλος της έκτης ώρας ο πληθυσμός των βακτηριδίων ψεκάζεται με μια ουσία, η οποία σταματά τον πολλαπλασιασμό τους και συγχρόνως προκαλεί την καταστροφή  $3^3 \cdot 10$  βακτηριδίων κάθε ώρα.

**B.1.** Να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων που απομένουν 20 ώρες μετά τον ψεκασμό.

Μονάδες 8

**B.2.** Μετά από πόσες ώρες από τη στιγμή του ψεκασμού θα καταστραφούν όλα τα βακτηρίδια;

Μονάδες 8