

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α ΤΑΞΗΣ

ΔΕΥΤΕΡΑ 15 ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1°

Α. Ναδειχθεί ότι αν $\theta > 0$ τότε $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$. Μονάδες 13

Β. Σημειώστε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) τις παρακάτω προτάσεις :

ι) $\sqrt[m]{\sqrt[m]{\alpha}} = \sqrt{\alpha^m}$

ιι) αν $|x| > \theta$ οπωσδήποτε $x > \theta$

ιιι) Αν $\varepsilon_1 : y = \alpha_1 x + \beta_1$

$\varepsilon_2 : y = \alpha_2 x + \beta_2$ και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ τότε $\alpha_1 \cdot \alpha_2 = -1$.

ιiv) Αν x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$, τότε

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}.$$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 2°

α) Να δείξετε ότι το τριώνυμο $P(x) = x^2 - (\lambda + 1)x + \frac{1}{4}(\lambda^2 + 5\lambda - 8)$

έχει διακρίνουσα $\Delta = -3(\lambda - 3)$.

Μονάδες 12

β) Αν $\lambda > 3$ να βρεθεί το πλήθος των ριζών της εξίσωσης

$$x^2 - (\lambda + 1)x + \frac{1}{4}(\lambda^2 + 5\lambda - 8) = 0$$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3°

α. Να λυθεί η εξίσωση:

$$|3x - 6| - 2|x - 2| + 3|2 - x| - 12 = 0. \quad \text{Μονάδες 10}$$

β. Αν $A = \sqrt{11 + \sqrt{18 + \sqrt{49}}}$, $B = \sqrt[3]{2\sqrt{2^4}}$.

i) Να βρείτε τα A και B. Μονάδες 5

ii) Αν $A = 4$ και $B = 2$ να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων

$$Bx - 2 \leq Ax + 6 \quad \text{και} \quad |x - 2| < 3.$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} (\lambda + 1)x - y = \lambda + 1 \\ x + (\lambda - 1)y = 2 \end{cases}$$

α. Βρείτε τις οριζουσες του συστήματος D, D_x, D_y . **Μονάδες 8**

β. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, το σύστημα έχει μοναδική λύση την οποία και να βρείτε. **Μονάδες 7**

γ. Αν (x_0, y_0) είναι η μοναδική λύση του συστήματος, να βρείτε τις τιμές του λ έτσι ώστε να ισχύει η σχέση $x_0 - 3y_0 + 1 > 0$. **Μονάδες 10**

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές

Ευαγγελόπουλος Αναστάσιος

Κούτλας Γιώργος

Σιδηροπούλου Ελένη

Τόσκας Ιωάννης