



Όνοματεπώνυμο Εξεταζόμενου: .....

## Θ Ε Μ Α Τ Α

### Γραπτών Προαγωγικών Εξετάσεων

#### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**A.** Έστω  $(\varepsilon)$  η εφαπτομένη του κύκλου  $C: x^2 + y^2 = \rho^2$  σε ένα σημείο του  $A(x_1, y_1)$ . Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης  $\varepsilon$  είναι  $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ .

(Μονάδες 13)

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα απαντήσεων τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$  τότε  $\vec{\alpha} = \vec{0}$  ή  $\vec{\beta} = \vec{0}$

2.  $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

3. Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει ευθεία για κάθε  $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$ .

4. Η απόσταση του σημείου  $M(x_0, y_0)$  από την ευθεία  $\varepsilon$  με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  δίνεται από τον τύπο  $d(M, \varepsilon) = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

5. Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{\delta} = (B, -A)$

6. Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{\delta} = (A, B)$ .

(Μονάδες 6X2=12)

#### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (k, 1)$  και  $\vec{\beta} = (k, 3-4k)$  με  $k \in \mathbb{R}$ . Να βρείτε για ποια τιμή του  $k \in \mathbb{R}$  ισχύει:

i.  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$  (Μονάδες 8)

ii.  $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$  (Μονάδες 9)

iii.  $|\vec{\alpha} - \vec{\beta}| = 10$  (Μονάδες 8)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Έστω (ε) η ευθεία η οποία διέρχεται από τα σημεία P(1,1) και Σ(2,-3), και (η) η ευθεία η οποία διέρχεται από το σημείο T(-1,2) και είναι παράλληλη προς την ευθεία (ε) .

- α.** να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) (Μονάδες 10)
- β.** να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (η) (Μονάδες 7)
- γ.** να αποδείξετε ότι :  $d(T, \varepsilon) = \frac{7\sqrt{17}}{17}$  (Μονάδες 8)

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5\lambda = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  και το σημείο A(4,2) .

- α.** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο. (Μονάδες 15)
- β.** Για  $\lambda = 4$
- i.** Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του παραπάνω κύκλου. (Μονάδες 3)
- ii.** Να αποδείξετε ότι το σημείο A(4,2) ανήκει στον κύκλο. (Μονάδες 3)
- iii.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο A(4,2).. (Μονάδες 4)

Ο Διευθυντής

Οι καθηγητές:

1.

2.