



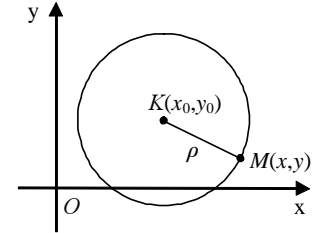
Όνοματεπώνυμο Εξεταζόμενου:

Θ Ε Μ Α Τ Α

Γραπτών Προαγωγικών Εξετάσεων

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Να δείξετε ότι σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Oxy ο κύκλος με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση την: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$.



(Μονάδες 13)

- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα απαντήσεων τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Το διάνυσμα $\vec{d} = (A, B)$ παράλληλο στην ευθεία $(\varepsilon): Ax + By + \Gamma = 0$
2. Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση την: $x_1x + y_1y = \rho^2$.
3. Αν δυο διανύσματα έχουν το ίδιο μέτρο τότε είναι παράλληλα.
4. Οι εστίες της έλλειψης $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ με $|\alpha| > |\beta|$ είναι σημεία του άξονα $x'x$
5. Η παραβολή $y^2 = 2px$ έχει εστία το σημείο $E(p, 0)$ και διευθετούσα την ευθεία $(\delta): x = -p$.
6. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι δυο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και $M(x, y)$ το μέσο του τμήματος AB τότε ισχύουν οι σχέσεις: $x = \frac{x_2 - x_1}{2}$ και

$$y = \frac{y_2 - y_1}{2}$$

(Μονάδες $6 \times 2 = 12$)

ΘΕΜΑ 2^ο

Τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ έχουν μέτρα $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 1$ και σχηματίζουν γωνία $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{\pi}{3}$.

Να υπολογίσετε:

- α)** το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ (μονάδες 6)
- β)** τα μέτρα $|\vec{\alpha} - \vec{\beta}|$, $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}|$ (μονάδες 8)
- γ)** το εσωτερικό γινόμενο $(\vec{\alpha} - \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} + \vec{\beta})$ (μονάδες 6)
- δ)** το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$. (μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται τα σημεία $A(1,2)$ και $B(3,4)$ να βρείτε :

- α) την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από τα παραπάνω σημεία. (μονάδες 6)
- β) τις συντεταγμένες του μέσου M του τμήματος AB (μονάδες 4)
- γ) την εξίσωση της ευθείας (ζ) που διέρχεται από το παραπάνω σημείο M και είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (-2,1)$ (μονάδες 8)
- δ) την απόσταση του σημείου B από την ευθεία (ζ) . (μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται οι κύκλοι: $(c_1): x^2 + y^2 = 2$ και $(c_2): x^2 + y^2 - 6x - 10y + 50 - t = 0$, $t \in \mathbb{R}$. Να βρείτε :

- α) Τις τιμές του t . (μονάδες 8)
- β) Το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου (c_2) . (μονάδες 6)
- γ) Την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) του κύκλου (c_1) στο σημείο του $A(1,1)$. (μονάδες 4)
- δ) Την τιμή του $t \in \mathbb{R}$ ώστε ο κύκλος (c_2) να εφάπτεται στην ευθεία (ε), του προηγούμενου ερωτήματος. (μονάδες 7)

Ο Διευθυντής

Οι καθηγητές:

1.

2.

Οδηγίες:

1. Να απαντήσετε και στα τέσσερα (4) θέματα.
2. Να μην αντιγράψετε. τις εκφωνήσεις των θεμάτων στην κόλλα απαντήσεων.
3. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ