

ΑΡΧΗ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
Τ.Ε.Λ.

ΣΑΒΒΑΤΟ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΑΠΟΦΟΙΤΟΥΣ ΟΛΩΝ
ΤΩΝ ΤΟΜΕΩΝ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΖΗΤΗΜΑ 1ο

A. α) Δίνεται ο πίνακας $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Να υπολογίσετε τον πίνακα $N = M^2 - 4M + I_2$

β) Δίνεται ότι ο πίνακας A έχει διάσταση 3×2 , ο πίνακας B 1×4 , ο πίνακας Γ 4×3 , ο πίνακας Δ 2×1 και ο πίνακας E 2×4 . Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω πράξεις $B \cdot \Gamma$, $B \cdot \Delta$, $\Delta \cdot B + 3E$, A^2 και $A + B$ ορίζουν πίνακες και να βρείτε τις διαστάσεις των πινάκων αυτών.

B. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(0, 1)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης -2

β) Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{e^x - e}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x} + 2004 \right)$$

ΖΗΤΗΜΑ 2ο

A. α) Η γενέτειρα λ ενός κώνου είναι 17 cm και το ύψος του 15 cm. Να βρείτε την ακτίνα της βάσης του και τον όγκο του.

β) Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3}, & x \neq -3 \\ \alpha, & x = -3 \end{cases}$$

Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού α , ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = -3$

B. Να μεταφερθεί στο τετράδιό σας και να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Συνάρτηση f	Πρώτη παράγωγος f'
$\ln x, \quad x > 0$
$\frac{1}{x}, \quad x \neq 0$
$\eta \mu x$
$\sigma \upsilon \nu x$
$\sqrt{x}, \quad x > 0$

ΖΗΤΗΜΑ 3ο

A. Η χωρητικότητα σε λίτρα των πνευμόνων ενός ανθρώπου ηλικίας x ετών δίνεται από τη συνάρτηση

$$f(x) = -\frac{1}{200}x^2 + \frac{1}{5}x + 4, \quad 10 \leq x \leq 35.$$

Σε ποια ηλικία οι πνεύμονες του ανθρώπου έχουν τη μέγιστη χωρητικότητα;

B. Δίνονται οι συναρτήσεις f και g με τύπους $f(x) = 1-x^2$ και $g(x) = x - 1$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τον τύπο και την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f + g, \quad \frac{g}{f}$$

ΖΗΤΗΜΑ 4ο

A. α) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ παριστάνει κύκλο και να προσδιοριστεί το κέντρο και η ακτίνα αυτού του κύκλου.

β) Να βρεθούν τα σημεία τομής του παραπάνω κύκλου με τον άξονα $y' y$.

B. Δέκα κοινότητες ενώθηκαν σε ένα Δήμο σύμφωνα με το σχέδιο "ΙΩΑΝΝΗΣ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΣ". Ο πληθυσμός του Δήμου αυτού t χρόνια μετά την ένωση δίνεται από τη συνάρτηση με τύπο

$$P(t) = 10t e^{\frac{t}{10}} - 100e^{\frac{t}{10}} + 10100, \quad 0 \leq t \leq 22$$

α) Να αποδείξετε ότι $P'(t) = t e^{\frac{t}{10}}$

β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του πληθυσμού 10 χρόνια μετά την ένωση (στο τελικό αποτέλεσμα να λάβετε $e = 2,7$).

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Δεν θα αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο, εκτός από τη μεταφορά του πίνακα του θέματος 2B.
2. Στην πρώτη σελίδα των φωτοαντιγράφων να γράψετε το **ονοματεπώνυμό** σας στο πάνω μέρος αμέσως μόλις σας - παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία καταστρέφονται μετά την παράδοσή τους.
3. Να απαντήσετε σε όλα τα ζητήματα.
4. Να χρησιμοποιηθεί τόσο στις απαντήσεις των θεμάτων όσο και στα σχήματα **ΜΟΝΟ** στυλό διαρκείας χρώματος μπλε ή μαύρου.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού (Blanco) και υπολογιστή τσέπης.
6. Επιτρέπεται η χρήση οργάνων σχεδίασης.
7. **Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.**
8. **Διάρκεια εξέτασης υποψηφίων τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων. Δυνατή αποχώρηση μία (1) ώρα μετά την έναρξη της εξέτασης.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**