



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΑΙΤΩΛΟΑΚΑΡΝΑΝΙΑΣ
1984

Θ. Α. Βαρόπουλος (1894 – 1957)

1ος Μαθηματικός Διαγωνισμός «Θ Α Βαρόπουλος» για μαθητές Α' τάξης Γυμνασίου

Θέματα

- Έστω οι αριθμοί : $A = (6^2 - 4^2) : (2 \cdot 7 - 3^2) + 5^2 \cdot 2 - 2^2 \cdot \frac{29}{6} - 1^{2016}$ και $B = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) : \frac{9}{20} - \frac{1}{3} \left(3\frac{1}{4} - 1\right) + \frac{3}{5} : 12$. i) Βρείτε τους αριθμούς Α και Β.
ii) Πόσα κλάσματα με παρονομαστή το 30 υπάρχουν μεταξύ του Β και του Α;
Μονάδες 5=3+2
- Ρωτήθηκαν οι μαθητές της Α' τάξης ενός Γυμνασίου της Αιτωλοακαρνανίας ποια ομάδα υποστηρίζουν. Το 35% απάντησε τον Ολυμπιακό, το 45% απάντησε τον Παναττωλικό και 12 μαθητές απάντησαν τον Παναθηναϊκό. Πόσοι μαθητές υποστηρίζουν τον Ολυμπιακό και πόσοι τον Παναττωλικό ;
Μονάδες 5=2+2+1
- Δίδονται δυο εφεξής γωνίες \hat{xOy} και \hat{yOz} . Αν $\hat{xOz} = 134^\circ$ και η γωνία \hat{yOz} είναι μεγαλύτερη κατά 34° της \hat{xOy} να υπολογιστούν οι γωνίες \hat{xOy} και \hat{yOz} . Πόσο είναι η συμπληρωματική και πόσο η παραπληρωματική γωνία της \hat{yOz} ;
Μονάδες 5=2+1+1+1
- Ένα αυτοκίνητο πωλείται μαζί με φόρο 23% αντί 14.760 ευρώ. Το κατάστημα πώλησης κάνει έκπτωση στο αυτοκίνητο ίση με 12% της αρχικής του τιμής χωρίς φόρο. Ποιά θα είναι η τελική τιμή του αυτοκινήτου μετά την έκπτωση με φόρο 23%;
Μονάδες 5=2+3

Καλή επιτυχία

Παράρτημα Αιτωλοακαρνανίας Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας

• Σαλάκου κα Δαγκλή, Αγρίνιο • ☎ 2641033375, 26410567777, 6973538272

• mail@eme.ait.sch.gr • http://eme.ait.sch.gr

ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

σελίδα: 14

$$\begin{aligned} 1. \text{ i) } A &= (6^2 - 4^2) : (2 \cdot 7 - 3^2) + 5^2 \cdot 2 - 2 \cdot \frac{29}{6} - 1^{2016} \\ &= (36 - 16) : (14 - 9) + 25 \cdot 2 - 4 \cdot \frac{29}{6} - 1 \\ &= 20 : 5 + 50 - \frac{4 \cdot 29}{6} - 1 \\ &= 4 + 50 - \frac{116}{6} - 1 \\ &= 54 - \frac{58}{3} - 1 \\ &= \frac{54 \cdot 3}{3} - \frac{58}{3} - \frac{3}{3} = \frac{162 - 58 - 3}{3} = \frac{104 - 3}{3} = \frac{101}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) : \frac{9}{20} - \frac{1}{3} \cdot \left(3\frac{1}{4} - 1\right) + \frac{3}{5} : 12 \\ &= \left(\frac{5}{20} + \frac{4}{20}\right) : \frac{9}{20} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3 \cdot 4 + 1}{4} - \frac{4}{4}\right) + \frac{3}{5} : 12 \\ &= \frac{9}{20} \cdot \frac{20}{9} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{13}{4} - \frac{4}{4}\right) + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{12} \\ &= 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{12} \\ &= 1 - \frac{9}{12} + \frac{3}{60} \\ &= 1 - \frac{9 \cdot 3}{12 \cdot 3} + \frac{3 \cdot 3}{60 \cdot 3} \\ &= 1 - \frac{3}{4} + \frac{1}{20} = \frac{20}{20} - \frac{15}{20} + \frac{1}{20} = \frac{20 - 15 + 1}{20} = \frac{5 + 1}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

ii) Για να βρούμε πόσα κλάσματα με παρονομαστή το 30 υπάρχουν μεταξύ του $\frac{3}{10}$ και του $\frac{101}{3}$ θα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα με παρονομαστή το 30.

$$\text{Είναι } \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{9}{30} \quad \text{και} \quad \frac{101}{3} = \frac{101 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{1010}{30}$$

Επομένως το πλήθος των κλασμάτων είναι όσο το πλήθος των φυσικών αριθμών που περιέχονται μεταξύ του 9 και του 1010. Οι διαδοχικοί φυσικοί μεταξύ του 9 και του 1010 είναι οι: 10, 11, 12, ..., 1009 και το πλήθος τους είναι $1010 - 9 - 1 = 1.000$.

Άρα τα κλάσματα με παρονομαστή το 30 που βρίσκονται μεταξύ του $\frac{3}{10}$ και του $\frac{101}{3}$ είναι 1.000. —

2. Θα βρούμε το ποσοστό των μαθητών που υποστηρίζουν τον Παναθηναϊκό.

$$\text{Είναι } 100\% - (35\% + 45\%) = 100\% - 80\% = 20\%.$$

Άρα $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ των μαθητών υποστηρίζουν τον Παναθηναϊκό και αυτοί είναι 12 μαθητές.

Επομένως όλοι οι μαθητές της Α' τάξης, δηλαδή τα $\frac{5}{5}$ είναι $12 \cdot 5 = 60$.

Οπότε τον Ολυμπιακό τον υποστηρίζουν $35\% \cdot 60 = \frac{35}{100} \cdot 60 = \frac{2.100}{100} = 21$ μαθ.
και τον Παναθηναϊκό $45\% \cdot 60 = \frac{45}{100} \cdot 60 = \frac{2.700}{100} = 27$ μαθητές.

3. Έστω ότι η γωνία $\hat{x}\hat{O}y = \hat{\alpha}$.

Οπότε η γωνία $y\hat{O}z = \hat{\alpha} + 34^\circ$.

Επειδή οι γωνίες $\hat{x}\hat{O}y$ και $y\hat{O}z$

είναι εφ'εξής θα είναι:

$$\hat{x}\hat{O}y + y\hat{O}z = x\hat{O}z \quad \eta$$

$$\hat{\alpha} + \hat{\alpha} + 34^\circ = 134^\circ$$

$$2\hat{\alpha} + 34^\circ = 134^\circ$$

$$2\hat{\alpha} = 134^\circ - 34^\circ$$

$$2\hat{\alpha} = 100^\circ$$

$$\hat{\alpha} = 100^\circ : 2$$

$$\boxed{\hat{\alpha} = 50^\circ}$$

Επομένως $\hat{x}\hat{O}y = \hat{\alpha} = 50^\circ$ και $y\hat{O}z = \hat{\alpha} + 34^\circ = 50^\circ + 34^\circ = 84^\circ$.

Αν ονομάσουμε $\hat{\beta}$ τη συμπληρωματική της $y\hat{O}z$ τότε έχουμε:

$$\hat{\beta} + y\hat{O}z = 90^\circ \quad \eta \quad \hat{\beta} + 84^\circ = 90^\circ \quad \eta \quad \hat{\beta} = 90^\circ - 84^\circ \quad \eta \quad \boxed{\hat{\beta} = 6^\circ}$$

Αν ονομάσουμε $\hat{\gamma}$ την παραπληρωματική της $y\hat{O}z$ τότε έχουμε:

$$\hat{\gamma} + y\hat{O}z = 180^\circ \quad \eta \quad \hat{\gamma} + 84^\circ = 180^\circ \quad \eta \quad \hat{\gamma} = 180^\circ - 84^\circ \quad \eta \quad \boxed{\hat{\gamma} = 96^\circ}$$

4. Έστω x η αρχική τιμή χωρίς φόρο του ααζ/του. Τότε ο ΦΠΑ

είναι $23\% \cdot x$. Και επειδή η τιμή πώλησης του ααζ/του μαζί

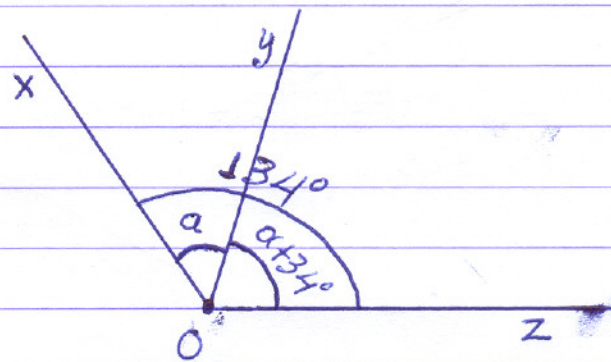
με το φόρο είναι 14.760 € , έχουμε:

$$x + 23\% \cdot x = 14.760 \quad \eta \quad x + \frac{23}{100} \cdot x = 14.760 \quad \eta \quad 1 \cdot x + 0,23 \cdot x = 14.760 \quad \eta$$

$$(1 + 0,23) \cdot x = 14.760 \quad \eta \quad 1,23 \cdot x = 14.760 \quad \eta \quad x = 14.760 : 1,23 \quad \eta$$

$$x = 12.000 \text{ €}.$$

Επομένως η αρχική τιμή του ααζ/του χωρίς φόρο είναι 12.000 € .



Η έκπτωση που γίνεται στην αρχική τιμή είναι:

$$12\% \cdot 12.000 = \frac{12}{100} \cdot 12.000 = \frac{12 \cdot 12.000}{100} = \frac{144000}{100} = 1.440 \text{ €}.$$

Ο φόρος του αυξ/του είναι: $14.760 - 12.000 = 2.760 \text{ €}$

Οπότε η τελική τιμή του αυξ/του μετά την έκπτωση με φόρο 23% είναι: $(12.000 - 1.440) + 2.760 = 10.560 + 2.760 = 13.320 \text{ €}.$

12/3/2016