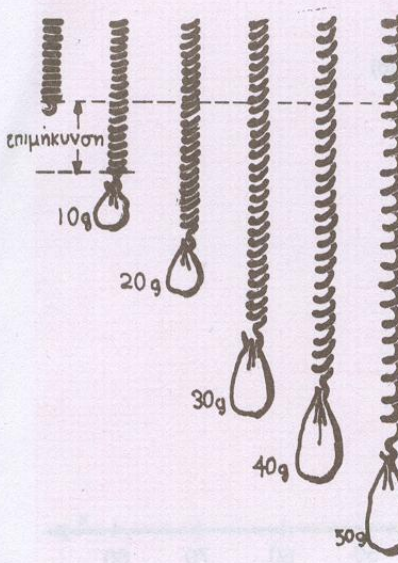


Η γραμμική συνάρτηση $y = ax + \beta$ (π.χ. $y=2x+1$)

Πρόβλημα



Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε ένα ελατήριο που έχει αρχικό μήκος 20 cm. Απ' το άκρο του ελατηρίου κρεμάμε μάζες και μετράμε την επιμήκυνση του ελατηρίου. Οι μετρήσεις μας έδωσαν τον παρακάτω πίνακα αντίστοιχων τιμών:

μάζα σε g	10	20	30	40	50
επιμήκυνση σε cm	14	28	42	56	70

α) Να εξεταστεί αν τα ποσά «επιμήκυνση» σε cm και «μάζα» σε g είναι ανάλογα.
β) Να εκφραστεί το ολικό μήκος του ελατηρίου ως συνάρτηση της μάζας.
γ) Να γίνει γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.

Λύση

α) Για να είναι τα ποσά ανάλογα θα πρέπει «ο λόγος των τιμών του ενός προς τις αντίστοιχες τιμές του άλλου να είναι σταθερός». Απ' τον πίνακα έχουμε:

$$\frac{14}{10} = \frac{28}{20} = \frac{42}{30} = \frac{56}{40} = \frac{70}{50} = 1,4$$

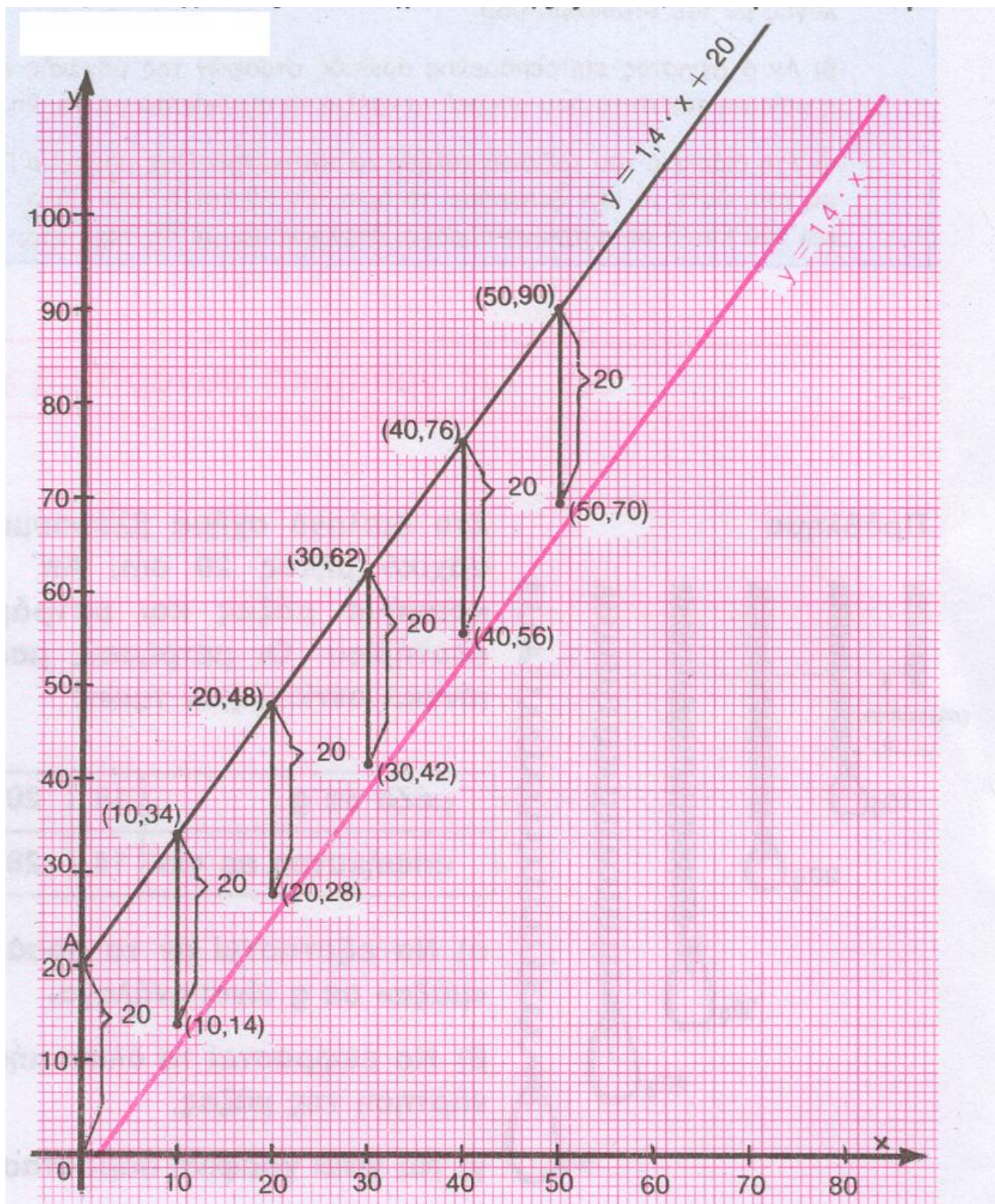
Άρα τα ποσά είναι ανάλογα. Αν y είναι η επιμήκυνση του ελατηρίου σε cm και x η αντίστοιχη μάζα σε g τότε η επιμήκυνση εκφράζεται ως συνάρτηση της μάζας με την ισότητα $y=1,4x$.

β) Το ολικό μήκος του ελατηρίου βρίσκεται αν κάθε φορά στην επιμήκυνση $1,4x$ προσθέτουμε το αρχικό μήκος του ελατηρίου 20 cm. Άρα $y=1,4x+20$.

γ) Η γραφική παράσταση της $y=1,4x$ είναι μία ημιευθεία με αρχή την αρχή των αξόνων.

Η γραφική παράσταση της $y=1,4x+20$ θα βρεθεί αν στις τεταγμένες των σημείων της $y=1,4x$ προσθέσουμε τον αριθμό 20.

Μάζα σε g	10	20	30	40	50
Ολικό μήκος ελ.	$14+20=34$	$28+20=48$	$42+20=62$	$56+20=76$	$70+20=90$



Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=1,4x+20$ είναι μια ημιευθεία παράλληλη προς την γραφική παράσταση της $y=1,4x$ με αρχή το σημείο $A(0,20)$ του άξονα y .

Γενικά ισχύει:

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax+\beta$, με x πραγματικό αριθμό, είναι μια ευθεία που τέμνει τον άξονα y στο σημείο $(0,\beta)$ και είναι παράλληλη προς τη γραφική παράσταση της $y=ax$.

Εφαρμογή

Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -2,5x + 1$ με x πραγματικό αριθμό.

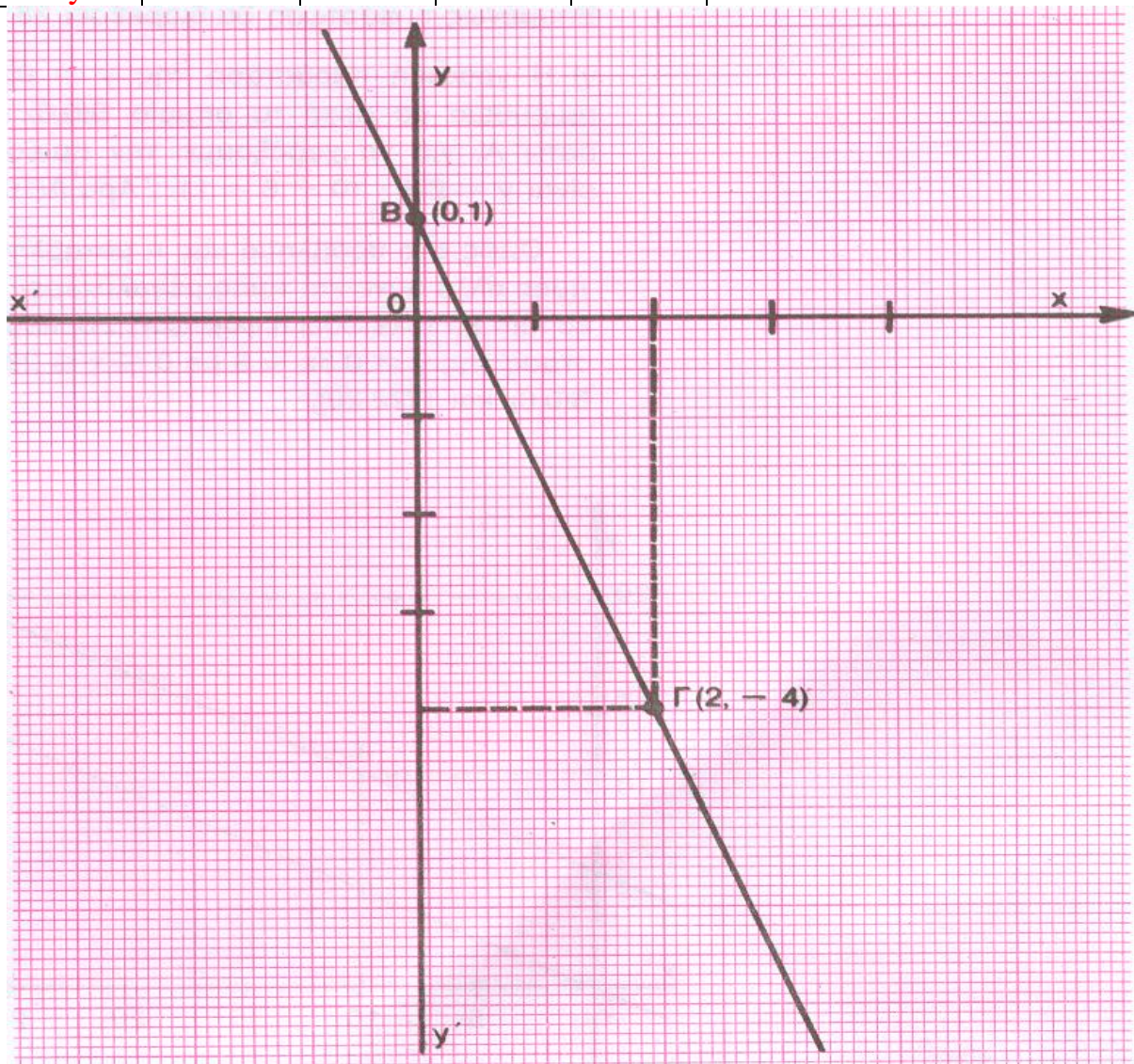
Λύση

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης είναι μια ευθεία γραμμή. Για να την σχεδιάσουμε χρειαζόμαστε δυο σημεία της. Μπορούμε να βρούμε δυο οποιαδήποτε σημεία της γραφικής παράστασης δίνοντας δυο οιοσδήποτε τιμές στο x και βρίσκοντας τις αντίστοιχες τιμές του y . (π.χ. για $x=1$, $y=-2,5 \cdot 1 + 1 = -1,5$ πρώτο σημείο $A(1, -1,5)$, για $x=-2$, $y=-2,5 \cdot (-2) + 1 = 5 + 1 = 6$ δεύτερο σημείο $B(-2, 6)$). Κάνουμε πίνακα:

x	1	-1,5
y	-1,5	6

Συνήθως βρίσκουμε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση τέμνει τους δυο άξονες. Γι' αυτό δίνουμε στο x την τιμή μηδέν και βρίσκουμε το y , έτσι βρίσκουμε το σημείο στο οποίο τέμνει τον άξονα $y'y$ ($x=0$, $y=-2,5 \cdot 0 + 1 = 1$, σημείο $B(0, 1)$) στη συνέχεια δίνουμε στο y την τιμή μηδέν και βρίσκουμε το x , έτσι βρίσκουμε το σημείο στο οποίο τέμνει τον άξονα $x'x$ ($y=0$, $0 = -2,5x + 1$ ή $2,5x = 1$ ή $x = 1 : 2,5 = 0,4$, σημείο $\Delta(0,4, 0)$). Κάνουμε πίνακα:

x	0	0,4		2
y	1	0		-4





Η έννοια της συνάρτησης-Ασκήσεις

1. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=(\lambda+1)x + 2$ διέρχεται από το σημείο $A(1,4)$.

ι) Να υπολογίσετε το λ .

ιι) Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

x			0		2	3
y	-2	0		4		

iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση όταν $-2 \leq x \leq 3$ και x πραγματικός.

2. Με 21 κιλά αλεύρι γίνονται 28 κιλά ψωμί. Πόσα κιλά αλεύρι χρειάζονται για να γίνουν 360 κιλά ψωμί;

(Απάντηση: 270 κιλά)

3. Η περίμετρος ενός τριγώνου με πλευρές ανάλογες προς τους αριθμούς 3, 4 και 5 είναι 24 cm. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του.

(Απάντηση: 6 cm, 8 cm, 10 cm)

4. Ένα λουλούδι έχει διάμετρο 47 mm. Αν το σχεδιάσουμε με μεγέθυνση 3:1 να βρείτε τη διάμετρο που θα έχει το λουλούδι.

(Απάντηση: 141 mm)

5. Οι τρεις γωνίες ενός τριγώνου είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 5, 6, 7. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.

(Απάντηση: 50° , 60° , 70°)

6. Ένας πωλητής εγκυκλοπαιδειών έχει μηνιαίο μισθό 80.000 και παίρνει επιπλέον 5.000 από κάθε εγκυκλοπαίδεια που πουλάει.

ι) Να εκφράσετε τις μηνιαίες αποδοχές y του πωλητή ως συνάρτηση των εγκυκλοπαιδειών x που πουλάει.

ιι) Να βρείτε πόσες εγκυκλοπαίδειες πρέπει να πουλάει ώστε οι αποδοχές του να γίνονται 200.000 μηνιαίως.

{Απάντηση: ι)..... ιι) 24 εγκυκλοπαίδειες}

7. Οι 24 εργάτες μπορούν να τελειώσουν ένα έργο σε 25 ημέρες. Αν θέλουμε να τελειώσει το έργο 5 ημέρες νωρίτερα πόσους εργάτες με την ίδια απόδοση πρέπει να προσλάβουμε ακόμη;

(Απάντηση: 6 εργάτες)

8. Δίνεται η συνάρτηση $y = \frac{\alpha}{x}$. Αν το σημείο $A(5, -1)$ είναι σημείο της γραφικής παράστασης, να βρείτε τη συνάρτηση και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.