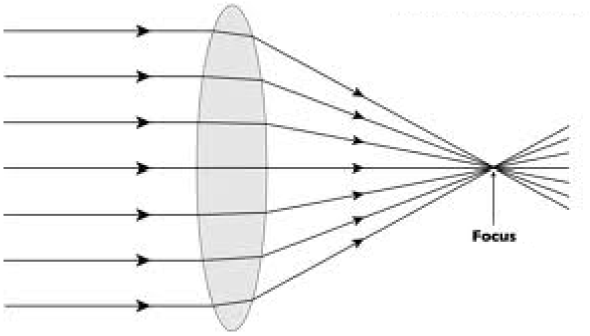
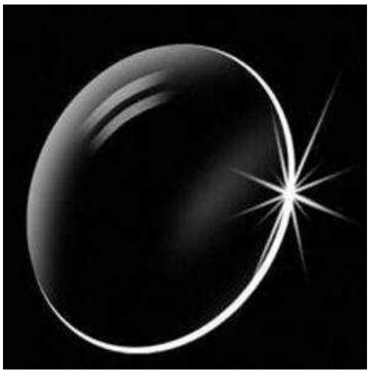
Πειραματική μελέτη λεπτών σφαιρικών φακών





Τάξη - Τμήμα: ………………………………………………………….

Ονόματα μαθητών ομάδας:

1) ***…………………………………………………………………….***
2) ***……………………………………………………………………***
3) ***…………………………………………………………………….***
4) ***…………………………………………………………………….***

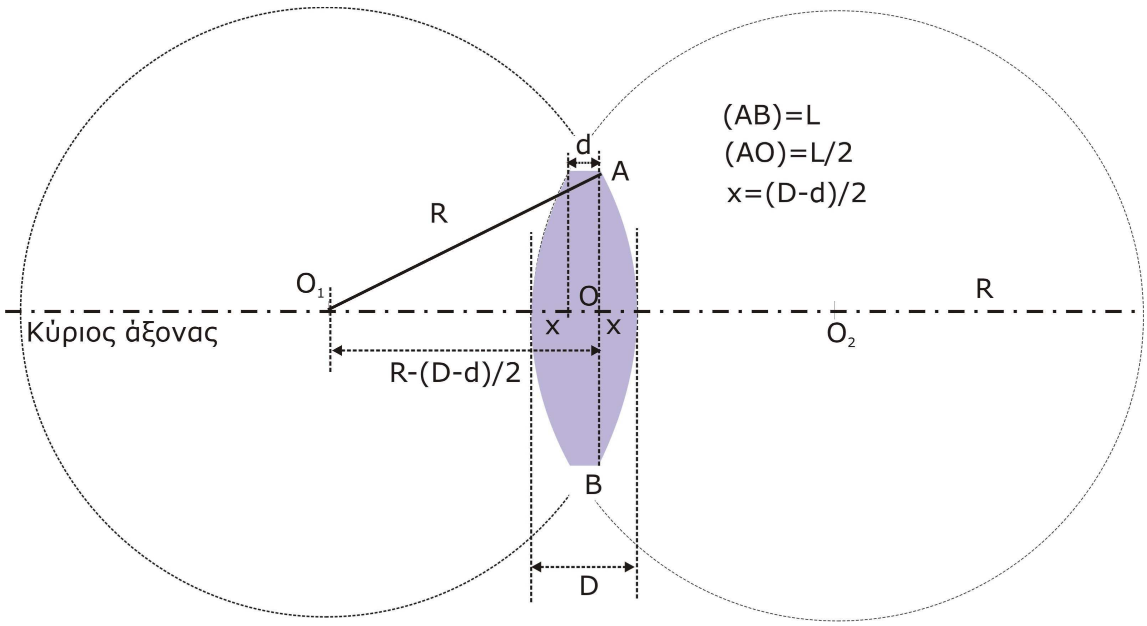
Πειραματική μελέτη λεπτών σφαιρικών φακών

Στόχοι της εργαστηριακής άσκησης

1) *Μέτρηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών λεπτού αμφίκυρτου συμμετρικού σφαιρικού φακού. Υπολογισμός της εστιακής απόστασης (f) και του δείκτη διάθλασης (n) του υλικού του φακού.*
2) *Πειραματικός έλεγχος της εξίσωσης* $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}$*: Σχεδιασμός της πειραματικής ευθείας*

   $y=ax+b$*, όπου* $x=\frac{1}{p}$ *και* $y=\frac{1}{q}$*. Υπολογισμός του f από το πειραματικό γράφημα.*

Θεωρητικό υπόβαθρο της άσκησης - Σχεδιασμός της πειραματικής διαδικασίας



Σχήμα 1*: Το πάχος του φακού είναι D. Η διάμετρος του δίσκου του φακού είναι (AB)=L. Ο φακός στην περίμετρό του έχει πάχος d.*

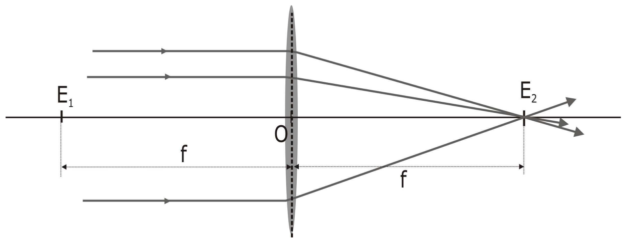
A. Λεπτός σφαιρικός φακός

Στην άσκηση θα μελετήσουμε τις ιδιότητες ενός λεπτού συμμετρικού σφαιρικού φακού. Ο φακός μας αποτελείται από ένα κομμάτι γυαλιού που περιορίζεται από δύο σφαιρικές επιφάνειες ίσης ακτίνας R. Ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού είναι n. Τα βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά του φακού φαίνονται στο σχήμα 1. Με την λέξη «λεπτός» εννοούμε ότι το πάχος D του φακού είναι πολύ μικρότερο της ακτίνας του R: D<<R. Στην περίμετρο του φακού το πάχος του γυαλιού είναι d. Από το ορθογώνιο τρίγωνο AOO_1 *προκύπτει η σχέση:*

$$R^2=\frac{L^2}{4}+\left(R-\frac{D-d}{2}\right)^2 \quad ή \quad \boxed{R=\frac{L^2}{4(D-d)}+\frac{D-d}{4}} \qquad (1)$$

Από τη σχέση (1) μπορούμε να υπολογίσουμε πειραματικά την ακτίνα R του φακού, εφόσον μετρήσουμε το πάχος του D, το πάχος d στην περίμετρο και τη διάμετρο του δίσκου του φακού L.

*Κάθε λεπτή φωτεινή δέσμη που έχει διεύθυνση παράλληλη με τον κύριο άξονα του φακού, αφού διαθλασθεί, διέρχεται από ένα συγκεκριμένο σημείο του κύριου άξονα που ονομάζεται **κύρια εστία** του φακού (σχήμα 2). Ο φακός έχει δύο κύριες εστίες που βρίσκονται σε συμμετρικές θέσεις ως προς το κέντρο Ο του φακού. Η απόσταση κάθε κύριας εστίας από το Ο ονομάζεται **εστιακή απόσταση** (**f**) του φακού και αποτελεί χαρακτηριστικό του γνώρισμα.*



***Σχήμα 2**: Οι δύο κύριες εστίες E_1 και E_2 του*

Η εστιακή απόσταση του λεπτού φακού σχετίζεται με την ακτίνα R και το δείκτη διάθλασης n. Μπορεί να αποδειχθεί θεωρητικά ότι ισχύει η σχέση:

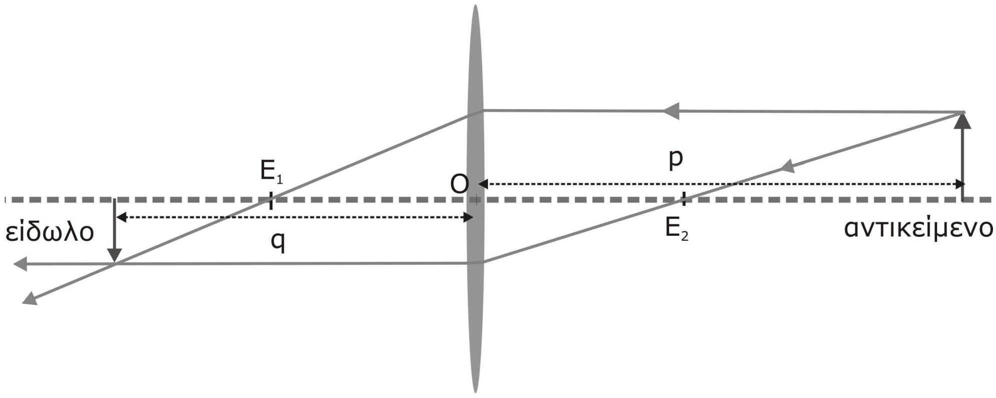
$$\boxed{n = 1 + \frac{R}{2f}} \qquad (2)$$

Η (2) ονομάζεται «εξίσωση του κατασκευαστή» του φακού. Παρατηρούμε ότι αν μετρήσουμε την ακτίνα R των σφαιρικών επιφανειών του φακού και την εστιακή απόσταση f, τότε από την «εξίσωση του κατασκευαστή» μπορούμε να υπολογίσουμε πειραματικά το δείκτη διάθλασης n του γυαλιού από το οποίο έχει κατασκευαστεί ο φακός.

Β. Σχηματισμός ειδώλου, σχετική θέση αντικειμένου-ειδώλου.

*Η εικόνα ενός φωτεινού αντικειμένου που σχηματίζεται από ένα φακό ονομάζεται **είδωλο**. Αν είναι δυνατό να προβάλλουμε το είδωλο πάνω σε μια οθόνη, τότε το ονομάζουμε **πραγματικό**. Αντίθετα, αν είναι αδύνατη η προβολή του σε οθόνη, τότε λέγεται **φανταστικό**.*

Για να σχηματιστεί από το φακό μας πραγματικό είδωλο, πρέπει να τοποθετήσουμε το φωτεινό αντικείμενο σε σημείο του κύριου άξονα που απέχει από το κέντρο Ο του φακού απόσταση p μεγαλύτερη της εστιακής (p>f). Τότε μπορούμε να δούμε με ευκρίνεια το ανεστραμμένο είδωλο



***Σχήμα 3:** Γεωμετρικός σχηματισμός ειδώλου: α) Κάθε ακτίνα παράλληλη στον κύριο άξονα, διέρχεται από την εστία E_1. β) Κάθε ακτίνα που διέρχεται από την εστία E_2, εξέρχεται από το φακό με διεύθυνση παράλληλη στον κύριο άξονα.*

πάνω σε μία οθόνη που τοποθετούμε σε κατάλληλη θέση από την άλλη πλευρά του φακού. Με *μια μετροταινία μπορούμε να μετρήσουμε την απόσταση q του ειδώλου από το κέντρο Ο του φακού. Αν το αντικείμενο βρίσκεται σε πολύ μεγάλη απόσταση από το φακό ($p \to \infty$), τότε το αντικείμενο σχηματίζεται πάνω στην κύρια εστία του φακού. Για παράδειγμα, το είδωλο του ηλιακού δίσκου σχηματίζεται πάνω στην κύρια εστία του φακού.*

Αν τοποθετήσουμε ένα μικρό φωτεινό αντικείμενο -για παράδειγμα ένα κεράκι- πάνω στον κύριο άξονα του φακού, σε απόσταση p από το κέντρο του Ο (p>f), τότε σε ποια απόσταση q από το Ο, από την άλλη πλευρά του φακού, πρέπει να τοποθετήσουμε μια οθόνη για να δούμε με ευκρίνεια το είδωλο της φλόγας του κεριού;

Αποδεικνύεται θεωρητικά ότι μεταξύ των q, p και f ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\boxed{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}} \qquad (3)$$

Η σχέση 3 μπορεί να ελεγχθεί πειραματικά: Αν θέσουμε $x=\frac{1}{p}$ *και* $y=\frac{1}{q}$*, τότε από την 3 προκύπτει η εξίσωση:*

$$x+y=\frac{1}{f} \qquad (4)$$

ή

$$y=-x+\frac{1}{f}$$

Η εξίσωση 4 μας λέει ότι καθώς μεταβάλλουμε την απόσταση p του φωτεινού αντικειμένου από το φακό, μεταβάλλεται και η απόσταση του ειδώλου του q, έτσι ώστε το άθροισμα των μεταβλητών x και y να διατηρείται σταθερό και ίσο με το αντίστροφο της εστιακής απόστασης f του φακού. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι για x=0, το y=1/f και για y=0, το x=1/f. Δηλαδή η ευθεία 4 τέμνει τους άξονες Οx και Οy αντίστοιχα, στα σημεία x=1/f και y=1/f.

Ώστε αν για διαφορετικές τιμές της απόστασης p του κεριού από το φακό, μετρήσουμε τις αντίστοιχες αποστάσεις q, του ειδώλου της φλόγας και σχεδιάσουμε την ευθεία που διέρχεται από τα πειραματικά σημεία (x,y), όπου $x=\frac{1}{p}$ *και* $y=\frac{1}{q}$*, μπορούμε να ελέγξουμε πειραματικά τη θεωρητική σχέση 4 και να υπολογίσουμε την εστιακή απόσταση f του φακού.*

Πειραματική διαδικασία
Φύλλο εργασίας

Σημείωση: *Για να προλάβετε να ολοκληρώσετε την άσκηση στο διαθέσιμο χρόνο, πρέπει να γίνει* ***καταμερισμός των εργασιών****.*

Όργανα και υλικά

1) *Λεπτός σφαιρικός συμμετρικός φακός*
2) *Διαστημόμετρο*
3) *Μετροταινία*
4) *Κεράκι σε αλουμινένιο δοχείο και βάση ύψους 1-2cm*
5) *Χαρτονένια οθόνη*
6) *Χαρτί*
7) *Χάρακας 30cm, τρίγωνο*
8) *Χαρτί μιλιμετρέ*
9) *Αριθμομηχανή*

Πείραμα 1:

Μέτρηση του πάχους D του φακού και του πάχους d του γυαλιού στην περίμετρο του φακού. Μέτρηση της διαμέτρου L του δίσκου του φακού. Υπολογισμός της ακτίνας R των σφαιρικών επιφανειών του φακού. Εκτίμηση της τιμής της εστιακής απόστασης f του φακού.

1. *Μετρήστε το πάχος D του φακού και το πάχος d του γυαλιού στην περίμετρό του. Μετρήστε τη διάμετρο L του δίσκου του φακού. Χρησιμοποιήστε χαρτί, για να μη γδάρετε την επιφάνεια του φακού. Υπολογίστε την ακτίνα R των σφαιρικών επιφανειών του φακού. Οι μετρήσεις σας να γίνουν σε cm, με προσέγγιση 2ου δεκαδικού ψηφίου.*

   D=________cm

   d=________cm

   L=________cm

   R=________cm Τοποθετήστε το φακό σε απόσταση 50cm από το αναμμένο κεράκι. Βρείτε τη θέση που πρέπει να τοποθετήσετε την οθόνη, ώστε να σχηματιστεί ευκρινές (ανεστραμμένο) είδωλο της φλόγας και μετρήστε την αντίστοιχη απόσταση q του ειδώλου από το φακό (σχήμα 4). Στη συνέχεια απομακρύνατε το φακό από το κεράκι, στα 70, 90, 110, 130cm σχηματίζοντας κάθε φορά το είδωλο της φλόγας στην οθόνη και μετρήστε το αντίστοιχο q. Καταγράψτε τις τιμές του q στον πίνακα μετρήσεων Α.

2. *Όσο απομακρύνουμε το κεράκι από το φακό, το είδωλό του πλησιάζει στην κύρια εστία και το q τείνει στο f. Για μεταβολή του p από p=110cm στο p=130cm, υπολογίστε την αντίστοιχη μεταβολή Δq του q, καθώς και την επί τοις εκατό μεταβολή του (σ), ως προς το q:* $\sigma = \frac{\Delta q}{q'}$ *(όπου q' η τιμή του q που αντιστοιχεί στο p=130cm). Εφόσον το σ είναι μικρότερο του 5% μπορούμε να* ***κάνουμε την υπόθεση*** *ότι η τιμή του q' προσεγγίζει ικανοποιητικά το f. Με βάση αυτό το συλλογισμό, κάντε μια εκτίμηση της τιμής της εστιακής απόστασης του φακού.*

   Δq=_______cm $\sigma = \frac{\Delta q}{q'}$ =________=______%

   f≈q'=_______cm

Πείραμα 2:

Πειραματικός έλεγχος της εξίσωσης 4. Υπολογισμός της εστιακής απόστασης του φακού και του δείκτη διάθλασης του γυαλιού.

1. *Τοποθετήστε το φακό σε απόσταση p=30cm ως προς το κεράκι, όπως δείχνει το σχήμα 4. Βρείτε τη θέση της οθόνης, όπου το είδωλο της φλόγας σχηματίζεται με ευκρίνεια. Μετρήστε την αντίστοιχη απόσταση της οθόνης από το φακό και καταγράψτε τη στον πίνακα Β.*

*Επαναλάβατε την ίδια διαδικασία για όλες τις τιμές του p που αναγράφονται στην πρώτη στήλη του πίνακα Β. [**Οι μετρήσεις των p και q να γίνουν σε cm με προσέγγιση ενός δεκαδικού ψηφίου**]*

2. *Συμπληρώστε όλα τα κελιά του πίνακα Β. [**Οι υπολογισμοί των x και y να γίνουν σε cm^{-1} με προσέγγιση τριών δεκαδικών ψηφίων**]*

3. *Σε χαρτί μιλιμετρέ σχεδιάστε σύστημα ορθογωνίων αξόνων (O,x,y), επιλέγοντας την ίδια κλίμακα για τους δύο άξονες. Στο σύστημα αξόνων (O,x,y) τοποθετήστε τα σημεία (x,y), σύμφωνα με τις πειραματικές τιμές του πίνακα Β. Σχεδιάστε την ευθεία που διέρχεται πλησιέστερα στο σύνολο των πειραματικών σημείων.*

4. *Προεκτείνατε την πειραματική ευθεία έτσι ώστε να προσδιορίσετε τα σημεία τομής της με τους άξονες Ox και Oy. Βρείτε τις αλγεβρικές τιμές των σημείων τομής σε κάθε άξονα.*

   Το σημείο τομής της πειραματικής ευθείας με τον άξονα x αντιστοιχεί στην τιμή:

   α=________cm^{-1}

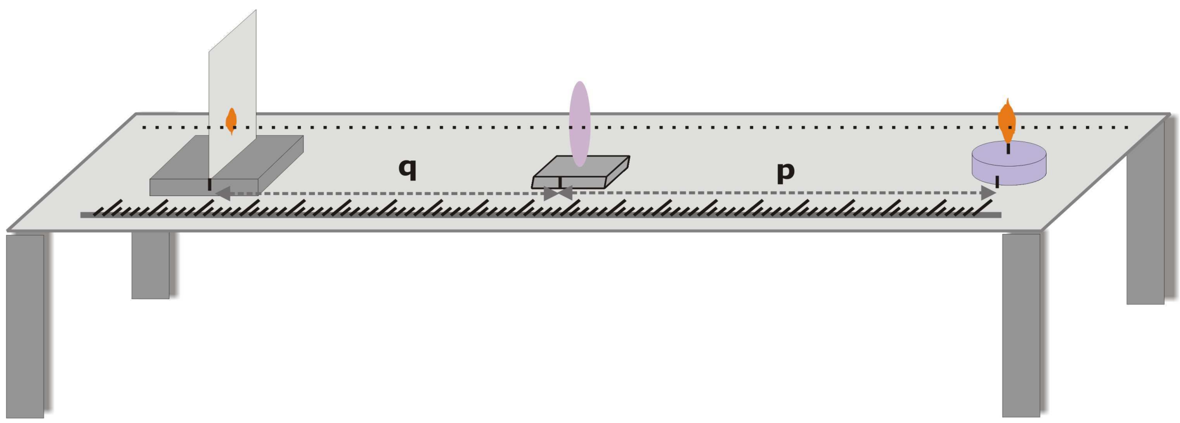
   Το σημείο τομής της πειραματικής ευθείας με τον άξονα y αντιστοιχεί στην τιμή:

   β=________cm^{-1}

5. *Σύμφωνα με τη θεωρητική εξίσωση 4, οι τιμές α και β πρέπει να είναι ίσες και το αντίστροφο τους ίσο με την εστιακή απόσταση του φακού.*

   a. *Υπολογίστε τη μέση τιμή $α_μ$ των α και β:* $\alpha_\mu = \dfrac{\alpha+\beta}{2}$

   b. *Υπολογίστε τη σχετική απόκλιση λ των πειραματικών τιμών σας, με βάση τη σχέση:* $\lambda = \dfrac{|\alpha-\beta|}{\alpha_\mu}$. *Εκφράστε το λ επί τοις εκατό.*



Σχήμα 4.

   c. *Υπολογίστε την τιμή της εστιακής απόστασης $f_μ$ από τη σχέση $α_μ=1/f_μ$.*

Απαντήσεις:

a_μ=_______cm^{-1}

λ=_______=____%

f_μ=_______cm

6. *Υπολογίστε το δείκτη διάθλασης του γυαλιού από το οποίο έχει κατασκευαστεί ο φακός.*

   n= _______

7. *Ταυτίζεται η τιμή f_μ που υπολογίσατε για την εστιακή απόσταση του φακού από το πείραμα 2 με την τιμή της εστιακής απόστασης που βρήκατε στο πείραμα 1;*

*(**ΝΑΙ - ΟΧΙ**).*

Υπολογίστε τη σχετική απόκλιση λ′ των δύο πειραματικών τιμών και εκφράστε την επί τοις εκατό:

$\lambda' = \dfrac{|f - f_\mu|}{\bar{f}}$, *όπου* $\bar{f} = \dfrac{f + f_\mu}{2}$ *η μέση τιμή των δύο πειραματικών τιμών.*

Απαντήσεις:

λ′=_______=______%

Ποιο τρόπο πειραματικού υπολογισμού θεωρείτε περισσότερο αξιόπιστο, και γιατί; [Επιλέξτε τις σωστές (Σ) και τις λανθασμένες (Λ) απαντήσεις]

a. *Το πρώτο πείραμα είναι πιο αξιόπιστο γιατί η απόσταση των 130cm του φακού από το κεράκι (αντικείμενο) είναι αρκετά μεγάλη, ώστε το είδωλο να σχηματιστεί στην κύρια εστία.*

Σ - Λ

b. *Η εκτίμηση που κάναμε για το f στο πρώτο πείραμα δεν είναι αρκετά αξιόπιστη γιατί η υπόθεσή μας ότι η προσέγγιση Δq/q<5% είναι «**καλή**» είναι υποκειμενική και δεν στηρίζεται σε μαθηματικά επιχειρήματα.*

Σ - Λ

c. *Το δεύτερο πείραμα είναι αξιόπιστο διότι επικυρώνει τη θεωρητική εξίσωση 3 και από το πειραματικό γράφημα προέκυψε η τιμή του f.*

Σ - Λ

d. *Το δεύτερο πείραμα δεν είναι αξιόπιστο διότι η πειραματική ευθεία τέμνει τους άξονες στα σημεία (0,α) και (β,0), αλλά δεν ισχύει **ακριβώς** η σχέση α=β, όπως προβλέπεται από τη θεωρία.*

Σ - Λ

e. *Κανένα πείραμα δεν είναι αξιόπιστο διότι η εξίσωση 3 δεν περιγράφει **ικανοποιητικά** τους φακούς του εμπορίου, που χρησιμοποιήσαμε.*

ΠΙΝΑΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ Α					
p cm	*50*	*70*	*90*	*110*	*130*
q cm					

ΠΙΝΑΚΑΣ Β			
p cm	***q cm***	***x=1/p cm^{-1}***	***y=1/q cm^{-1}***
30			
35			
40			
45			
50			
60			
70			