Άσκηση 1η:

Αντικείμενο: *Σύνθεση Ταλαντώσεων*

Σώμα m=1 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο, με εξισώσεις:

$$x_1 = \sqrt{3} \cdot \eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (SI)}$$

$$x_2 = 1 \cdot \eta\mu(2\pi t + \frac{2\pi}{3}) \text{(SI)}$$

Να απαντήσετε στα ακόλουθα ζητήματα:

1. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης από τη ΘΙ της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.

2. Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή κατά την οποία η επιτάχυνση του σώματος μηδενίζεται για 1η φορά.

3. Να υπολογιστεί το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη στιγμή που η επιτάχυνση του σώματος μηδενίζεται για 1η φορά.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δεδομένα

m=1 kg

$x_1 = \sqrt{3} \cdot \eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{6})$ (SI) $\quad x_2 = 1 \cdot \eta\mu(2\pi t + \frac{2\pi}{3})$(SI)

1ο Ζήτημα:

Το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας που πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο.

Στην περίπτωση αυτή, η χρονική εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{x = A'\eta\mu(\omega t + \theta)}$$

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$$

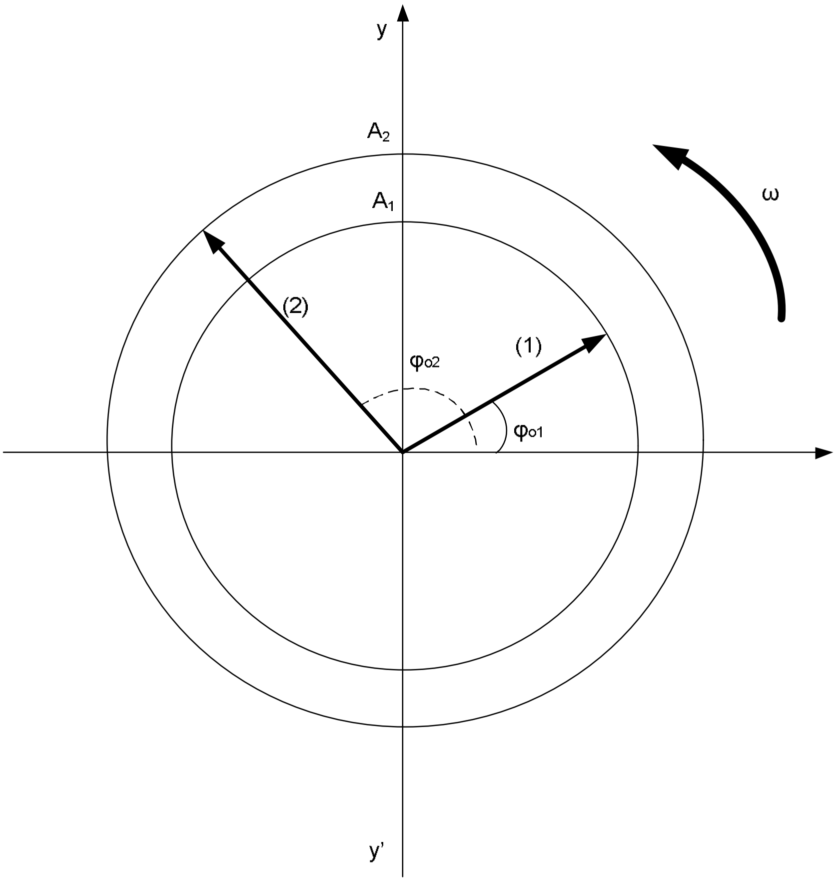
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{A_2\eta\mu\Delta\varphi}{A_1+A_2\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$$

$$\kappa\alpha\iota\ \boxed{\theta=\varphi+\varphi_{o1}}$$

***Παρατήρηση**:* ♪ *Τονίζεται πως Δφ είναι η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων. Η αρχική φάση θ της συνισταμένης ταλάντωσης είναι ίση με την μικρότερη αρχική φάση των δύο ταλαντώσεων και τη γωνία φ, η οποία υπολογίζεται από τη σχέση:* $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{A_2\eta\mu\Delta\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$*. Στην περίπτωση που μία εκ των δύο ταλαντώσεων έχει μηδενική αρχική φάση ($\varphi_o=0$), τότε η Δφ είναι ίση με την αρχική φάση της άλλης ταλάντωσης και θ=φ.*

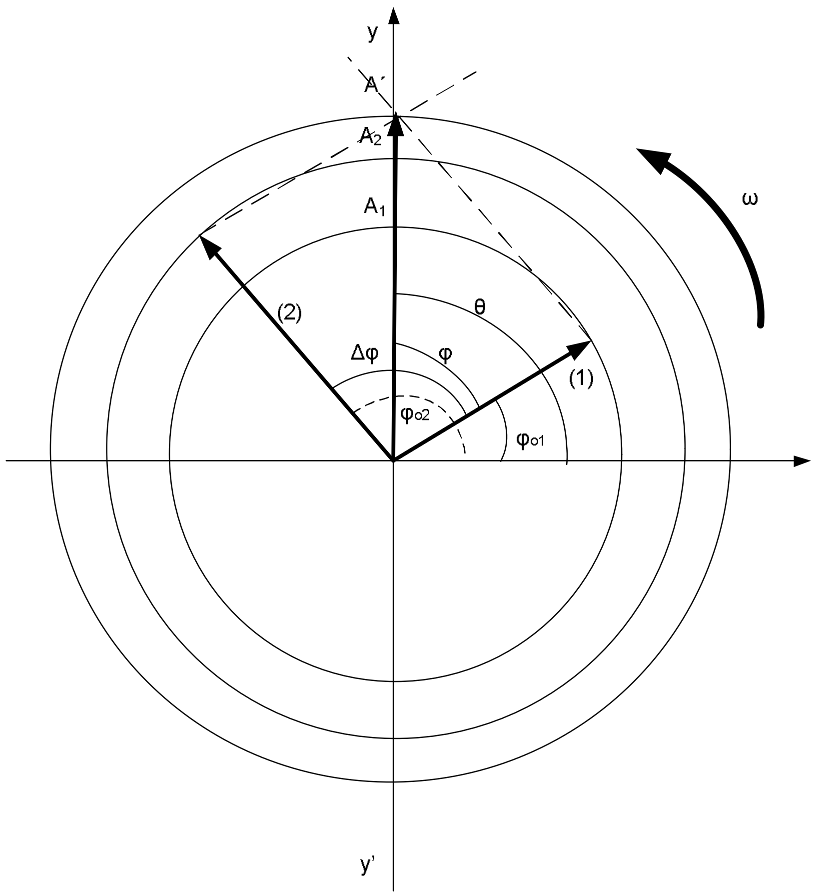
♪ *Για να γίνουν κατανοητά τα ανωτέρω θα αξιοποιήσουμε στρεφόμενα διανύσματα.*

Θεωρούμε δηλαδή στρεφόμενα διανύσματα μέτρου A_1 και A_2 που περιστρέφονται σε ομόκεντρους κύκλους ακτίνας A_1 και A_2 αντίστοιχα (όπως φαίνεται στο Σχήμα 1) με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ίσου με την τιμή της γωνιακής συχνότητας των ταλαντώσεων (ω). Κατά αυτόν τον τρόπο η προβολή του διανυσμάτων στον y'y αντιστοιχεί στην απομάκρυνση του σώματος από τη ΘΙ εφόσον εκτελούσε χωριστά κάθε μία από τις δύο ταλαντώσεις.



Σχήμα 1

Το στρεφόμενο διάνυσμα που αντιστοιχεί στην συνισταμένη ταλάντωση είναι αυτό που βρίσκεται από τον κανόνα του παραλληλογράμμου (βλ. Σχήμα 2). Παρατηρούμε λοιπόν πως η συνισταμένη ταλάντωση θα έχει πλάτος: $A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$. *Η γωνία που σχηματίζει το στρεφόμενο διάνυσμα της συνισταμένης ταλάντωσης με το στρεφόμενο διάνυσμα με τη μικρότερη αρχική φάση (στην περίπτωσή μας το (1)) είναι φ και υπολογίζεται από τη σχέση:* $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{A_2\eta\mu\Delta\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$. *Συνεπώς η αρχική φάση της συνισταμένης ταλάντωσης θα είναι* $\theta=\varphi+\varphi_{o1}$.



Σχήμα 2

Άρα στην περίπτωση της άσκησής μας:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Συνεπώς: $A' = \sqrt{\sqrt{3}^2 + 1^2 + 2\sqrt{3}\cdot 1\cdot \text{συν}\frac{\pi}{2}}$ ή $\boxed{A' = 2 \text{ m}}$

και $\text{εφφ} = \dfrac{1\text{ημ}\frac{\pi}{2}}{\sqrt{3} + 1\text{συν}\frac{\pi}{2}}$ ή $\text{εφφ} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ή $\boxed{\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}}$

Άρα η αρχική φάση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$\boxed{\theta = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}}$$

Συνεπώς η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης από τη ΘΙ της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$\boxed{x = 2\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3})} \ \ (SI)$$

*2ο **Ζήτημα**:*

Ζητείται η χρονική στιγμή κατά την οποία η επιτάχυνση μηδενίζεται για 1η φορά. Δηλαδή, ζητείται η χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα διέρχεται από τη Θέση Ισορροπίας (ΘΙ) του για 1η φορά.

Παρατήρηση: *Υπενθυμίζεται πως η επιτάχυνση και η απομάκρυνση από τη ΘΙ συνδέονται με τη σχέση:* $\alpha = -\omega^2 x$

Όπως έχει τονιστεί και άλλες φορές, για να βρούμε το χρόνο που απαιτείται για να μεταβεί ένα σώμα που εκτελεί ΑΑΤ σε μία συγκεκριμένη θέση μπορούμε να εργαστούμε με 2 τρόπους:

1**ος τρόπος**: Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης τη θέση την οποία αφορά η χρονική στιγμή και τη λύνουμε προσέχοντας στην επιλογή της «σωστής» χρονικής στιγμής.

Συνεπώς για x=0 η εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης γίνεται:

$$0 = 2 \cdot \eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3})$$

Άρα $\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow \eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = \eta\mu 0$

Οι λύσεις αυτής της τριγωνομετρικής εξίσωσης βρίσκονται ως εξής:

$2\pi t + \frac{\pi}{3} = k\pi$ με k=0,1,2,...

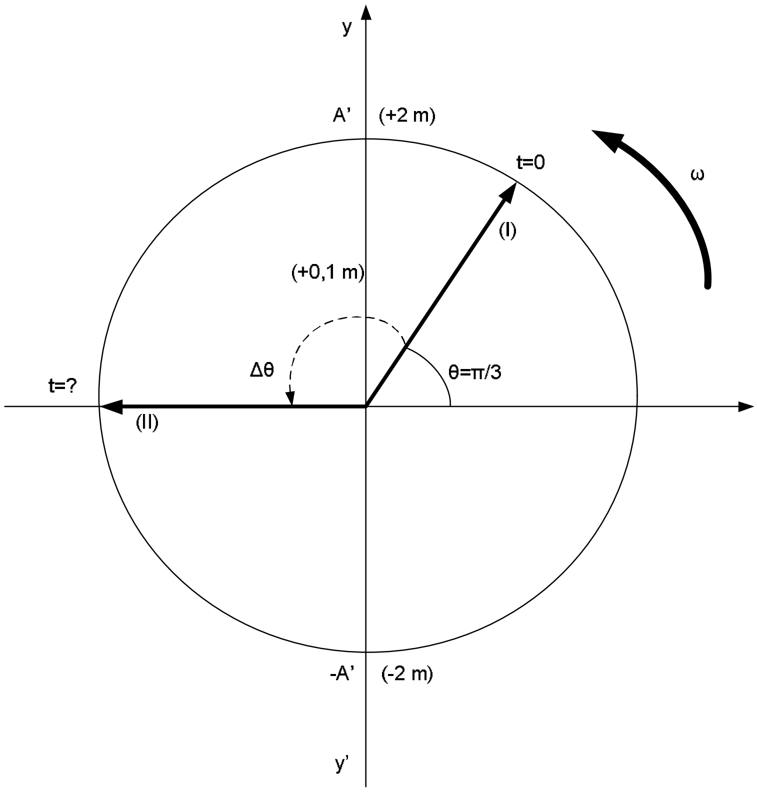
Για k=0 έχουμε $2\pi t_1 + \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow 2\pi t_1 = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 < 0$ απορρίπτεται

Για κ=1 έχουμε $2\pi t_2 + \frac{\pi}{3} = \pi \Rightarrow t_2 = \frac{1}{3}$ s δεκτή

Γίνεται αντιληπτό πως αν συνεχίζαμε και θέταμε κ=2, κ=3 κοκ θα βρίσκαμε τις χρονικές στιγμές που το συσσωμάτωμα θα βρισκόταν στη ΘΙ για 2η φορά, 3η φορά κοκ.

Συνεπώς, η ζητούμενη χρονική στιγμή είναι η $\boxed{t=\frac{1}{3}\ \mathrm{s}}$

2ος **τρόπος**: Χρησιμοποιούμε το «εργαλείο» του στρεφόμενου διανύσματος.



Σχήμα 3

Κατά τα γνωστά πια, θεωρούμε στρεφόμενο διάνυσμα μέτρου Α' που περιστρέφεται σε κύκλο ακτίνας Α' (όπως φαίνεται στο Σχήμα 1) με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ίσου με τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης (ω). Κατά αυτόν τον τρόπο η προβολή του διανύσματος στον y'y αντιστοιχεί στην απομάκρυνση του σώματος από τη ΘΙ. Βάσει αυτού του στρεφόμενου διανύσματος μπορούμε να προσεγγίσουμε πολύ εύκολα την ΑΑΤ.

Η περίπτωση μας αντιστοιχεί στη μετάβαση του διανύσματος από τη θέση (Ι) στη θέση (ΙΙ) (βλ. Σχήμα 3). Η γωνία που πρέπει να διαγράψει το διάνυσμα είναι $\Delta\theta=\pi-\frac{\pi}{3}$ ή $\Delta\theta=\frac{2\pi}{3}$.

Εξ ορισμού η γωνιακή ταχύτητα είναι $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$. Συνεπώς, το χρονικό διάστημα που χρειάζεται για τη μετάβαση από τη θέση (Ι) στη θέση (ΙΙ) είναι $\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega}$.

Άρα: $\Delta t = \frac{2\pi/3}{2\pi}$ s ή $\boxed{\Delta t = \frac{1}{3}\ \text{s}}$

Εν τέλει, λοιπόν, η χρονική στιγμή που το σώμα θα βρεθεί στη ΘΙ για 1η φορά είναι η $\boxed{t = \frac{1}{3}\ \text{s}}$

<u>3ο Ζήτημα</u>:

Το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα ισούται με το έργο της δύναμης επαναφοράς. Όπως έχει αναφερθεί ξανά το έργο μίας δύναμης μπορεί να υπολογιστεί με διάφορους τρόπους, αναλόγως του είδους της δύναμης (σταθερή ή μεταβαλλόμενη, συντηρητική ή μη συντηρητική) και των δεδομένων της άσκησης.

Στην περίπτωση της δύναμης επαναφοράς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους εξής τρόπους:

1ος **τρόπος**:

Εφαρμογή <u>ΘΜΚΕ (Ι)→(ΙΙ)</u>

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F_{επαν}} \Rightarrow \frac{1}{2}mu_{max}^2 - \frac{1}{2}mu^2 = W_{F_{επαν}} \quad (☺)$$

Για να λυθεί η σχέση (☺) θα πρέπει να υπολογιστεί η u_{max} και η ταχύτητα του σώματος στην αρχική θέση (t=0).

Υπολογισμός u_{max}: $u_{max} = A'\omega \Rightarrow u_{max} = 2 \cdot 2\pi\ m/s$ ή $u_{max} = 4\pi\ m/s$

Υπολογισμός αρχικής u: Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας στην περίπτωση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι: $u = 4\pi \cdot συν(2\pi t + \frac{\pi}{3})$ (SI).

Συνεπώς τη χρονική στιγμή t=0 θα έχουμε u=2π m/s.

Άρα (☺) $\frac{1}{2}1 \cdot (4\pi)^2 - \frac{1}{2}1 \cdot (2\pi)^2 = W_{F_{επαν}} \Rightarrow 80 - 20 = W_{F_{επαν}}$

Τελικά: $\boxed{W_{F_{επαν}} = 60\ J}$

2^{ος} **τρόπος**:

Το έργο της δύναμης επαναφοράς μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση: $W_{F_{επαν}} = U_{αρχ} - U_{τελ}$, με $U_{αρχ}$ και $U_{τελ}$ η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στην αρχική και τελική θέση της μελετηθείσας κίνησης, αντίστοιχα.

Συνεπώς: $W_{F_{επαν}} = \frac{1}{2}D \cdot x_{αρχ}^2 - \frac{1}{2}D \cdot x_{τελ}^2$ (☺☺)

Η αρχική θέση (t=0) της κίνησης είναι:

$$x_{αρχ} = 2ημ(2π \cdot 0 + \frac{π}{3}) \Rightarrow x_{αρχ} = \sqrt{3}\ m$$

Η τελική θέση της κίνησης είναι $x_{τελ}$=0 (ΘΙ).

Άρα (☺☺): $W_{F_{επαν}} = \frac{1}{2}4π^2 \cdot \sqrt{3}^2 - \frac{1}{2}4π^2 \cdot 0^2 \Rightarrow W_{F_{επαν}} = 2π^2 \cdot 3\ J$

Τελικά: $\boxed{W_{F_{επαν}} = 60\ J}$

3^{ος} **τρόπος**:

Το έργο της δύναμης επαναφοράς μπορεί να υπολογιστεί και από το εμβαδόν στο διάγραμμα $F_{επαν}$-x.

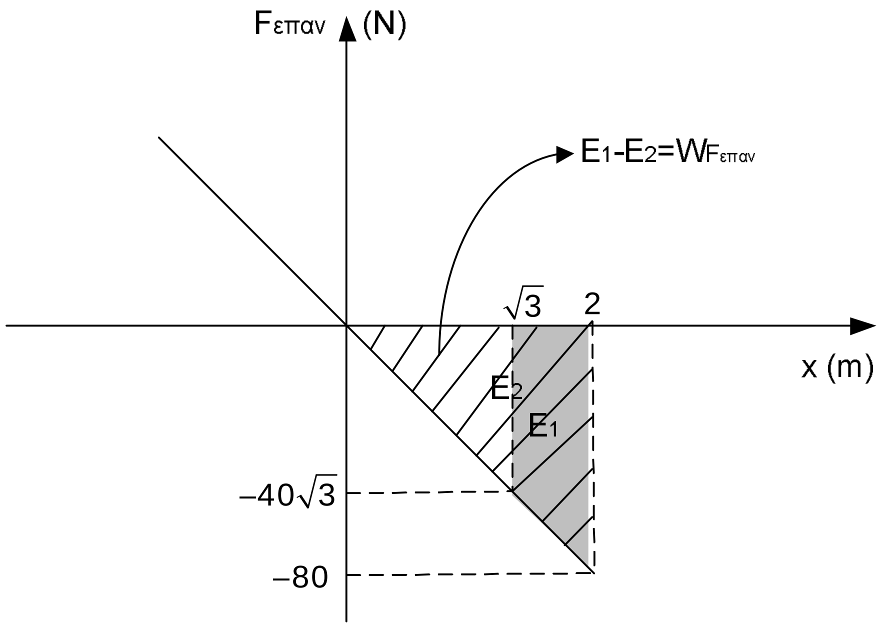
Την t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση $x = \sqrt{3}\ m$ και η δύναμη επαναφοράς είναι $F = -4π^2\sqrt{3}\ N \Rightarrow F = -40\sqrt{3}\ N$.

Το έργο της δύναμης επαναφοράς μπορεί να υπολογιστεί αν από το εμβαδόν $Ε_1$ (μετάβαση από την αρχική θέση στη θέση x=+A) αφαιρέσουμε το εμβαδόν $Ε_2$ (μετάβαση από τη θέση x=+A στη ΘΙ).

Άρα: $W_{F_{επαν}} = \frac{-80 - 40\sqrt{3}}{2} \cdot (2 - \sqrt{3}) - \frac{-80 \cdot 2}{2} = (-40 - 20\sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) + 80\ J$

$$W_{F_{επαν}} = -80 + 40\sqrt{3} - 40\sqrt{3} + 20\sqrt{3}\sqrt{3} + 80\ J$$

Τελικά: $\boxed{W_{F_{επαν}} = 60\ J}$



Σχήμα 4

<u>Μία ακόμα άσκηση</u>:

Άσκηση 2η:

Άσκηση 2η:

Αντικείμενο: *<u>Σύνθεση ταλαντώσεων</u>*

Σώμα m=2,5 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις $x_1 = f(t)$ και $x_2 = f(t)$, που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η συχνότητα και των δύο ταλαντώσεων είναι 1 Hz και η φάση της $x_2 = f(t)$ είναι κατά $\pi/2$ μεγαλύτερη από την $x_1 = f(t)$. Η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης είναι 8 J και το πηλίκο της ενέργειας της ταλάντωσης $x_2 = f(t)$ προς την ενέργεια της ταλάντωσης $x_1 = f(t)$ είναι $\frac{E_2}{E_1} = 3$.

Τη χρονική στιγμή t=0, αν το σώμα εκτελούσε μόνο την ταλάντωση $x_1 = f(t)$, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής θα ήταν μέγιστος αρνητικός.

Δίνεται: $\pi^2=10$

Να απαντήσετε στα ακόλουθα ζητήματα:

1. Να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή της ταχύτητας της συνισταμένης ταλάντωσης.

2. Να γραφεί η εξίσωση $x_1 = f(t)$.

3. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης.

4. Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της συνισταμένης ταλάντωσης από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη χρονική στιγμή που η δύναμη επαναφοράς γίνεται μέγιστη για δεύτερη φορά.

<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>:

1. u_{max}=0,8π m/s 2. $x_1 = 0,2\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{2})$ (SI)

3. $x = 0,4\eta\mu(2\pi t + \frac{5\pi}{6})$(SI) 4. W=-6 J.

Άσκηση 3η:

Αντικείμενο: *Σύνθεση Ταλαντώσεων - Διακρότημα*

Ένα σώμα m=0,01 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, που πραγματοποιούνται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με το ίδιο πλάτος και διαφορετική συχνότητα. Η κίνηση του σώματος περιγράφεται από την εξίσωση: $x = 0,4\text{συν}\pi t \cdot \text{ημ}400\pi t$ (SI).

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

1. Να διερευνήσετε αν η περιοδική κίνηση παρουσιάζει διακροτήματα και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Πόσο είναι το πλάτος των επιμέρους ταλαντώσεων;

2. Αν είναι γνωστό πως $f_1>f_2$, όπου f_1, f_2 οι συχνότητες των επιμέρους ταλαντώσεων, να υπολογιστούν οι f_1 και f_2.

3. Να υπολογίσετε την περίοδο της περιοδικής κίνησης και το χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους.

4. Πόσα μέγιστα του πλάτος έχουμε μέχρι τη χρονική στιγμή t=2 s, αν θεωρήσουμε ότι τη χρονική στιγμή t=0 έχουμε μέγιστο πλάτος.

5. Να υπολογιστεί ο αριθμός των ταλαντώσεων μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους.

6. Να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο επιμέρους ταλαντώσεων σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

7. Να βρεθούν η χρονική στιγμή t_1 που η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων παίρνει την τιμή $\Delta\varphi_1=6\pi$ rad.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δεδομένα

$x = 0,4\text{συν}\pi t \cdot \text{ημ}400\pi t$ (SI)

1ο Ζήτημα:

Η κίνηση του σώματος παρουσιάζει διακροτήματα, γιατί στην εξίσωση που περιγράφει την περιοδική κίνηση του σώματος ο όρος συνπt μεταβάλλεται πολύ πιο αργά από τον όρο ημ400πt.

<u>Παρατήρηση</u>: ♪ *Συνεπώς, ο όρος που καθορίζει το πλάτος της περιοδικής κίνησης (0,4 συνπt) μεταβάλλεται πολύ πιο αργά από τον όρο που καθορίζει την απομάκρυνση από τη ΘΙ (ημ400πt). Το φαινόμενο αυτό αποτελεί μία περιοδική κίνηση που ονομάζεται διακρότημα.*

Η εξίσωση της σύνθεσης δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιους πλάτους και διαφορετικής συχνότητας, που πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο, δίνεται από τη σχέση:

$$x = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)\eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$$

Συγκρίνοντας με την εξίσωση που δίνεται στην εκφώνηση της άσκησης:

$$x = 0,4\sigma\upsilon\nu\pi t \cdot \eta\mu 400\pi t \ \ (SI)$$

συμπεραίνουμε πως:

- ✓ 2A=0,4 m (1)
- ✓ $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} = \pi \ rad/s$ (2)
- ✓ $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = 400\pi \ rad/s$ (3)

Συνεπώς και λόγω της (1) το πλάτος των επιμέρους ταλαντώσεων είναι $\boxed{A=0,2 \ m.}$

<u>2ο Ζήτημα</u>:

Από τη (2) έχουμε: $\omega_1 - \omega_2 = 2\pi \ rad/s$ (2.α)

Από την (3) έχουμε: $\omega_1 + \omega_2 = 800\pi \ rad/s$ (3.α)

Προσθέτοντας τη (2.α) και την (3.α) κατά μέλη έχουμε:

$2\omega_1 = 802\pi \ rad/s$ και, ως εκ τούτου, $\omega_1 = 401\pi \ rad/s$.

Τέλος από την (2.α) βρίσκουμε την $\omega_2 = 399\pi \ rad/s$

Η συχνότητα της ταλάντωσης συνδέεται με τη γωνιακή συχνότητα μέσω της σχέσης: ω=2πf

Άρα $f_1 = \dfrac{\omega_1}{2\pi}$ ή $\boxed{f_1 = 200,5\ \text{Hz}}$

και $f_2 = \dfrac{\omega_2}{2\pi}$ ή $\boxed{f_2 = 199,5\ \text{Hz}}$

3ο Ζήτημα:

Η περίοδος της περιοδικής κίνησης δίνεται από τη σχέση: $T = \dfrac{2\pi}{\bar{\omega}}$, όπου

$\bar{\omega} = \dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2} = 400\pi\ \text{rad/s}$.

Συνεπώς: $T = \dfrac{1}{200}\ \text{s}$ ή $\boxed{T=0,05\ \text{s}}$

Παρατήρηση: *Η περίοδος και, ως εκ τούτου, η συχνότητα και η γωνιακή συχνότητα της περιοδικής κίνησης αφορούν τον όρο* ημ$\bar{\omega}t$ *(ή, αλλιώς,* ημ$\left(\dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$*. Αντίθετα ο όρος* συν$\left(\dfrac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$ *αφορά τη μεταβολή του πλάτους της περιοδικής κίνησης. Συνεπώς, αφορά τα διακροτήματα (συχνότητα, περίοδος διακροτήματος κλπ).*

Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους ισούται με την περίοδο του διακροτήματος.

Η περίοδος του διακροτήματος δίνεται από τη σχέση:

$$T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$$

Συνεπώς: $T_\delta = \dfrac{1}{|200,5 - 199,5|}\ \text{s}$ ή $\boxed{T_\delta = 1\ \text{s}}$

4ο Ζήτημα:

Ζητείται ο αριθμός των μεγίστων του πλάτους μέχρι τη στιγμή t=2s, θεωρώντας πως την t=0 έχουμε μέγιστο πλάτος.

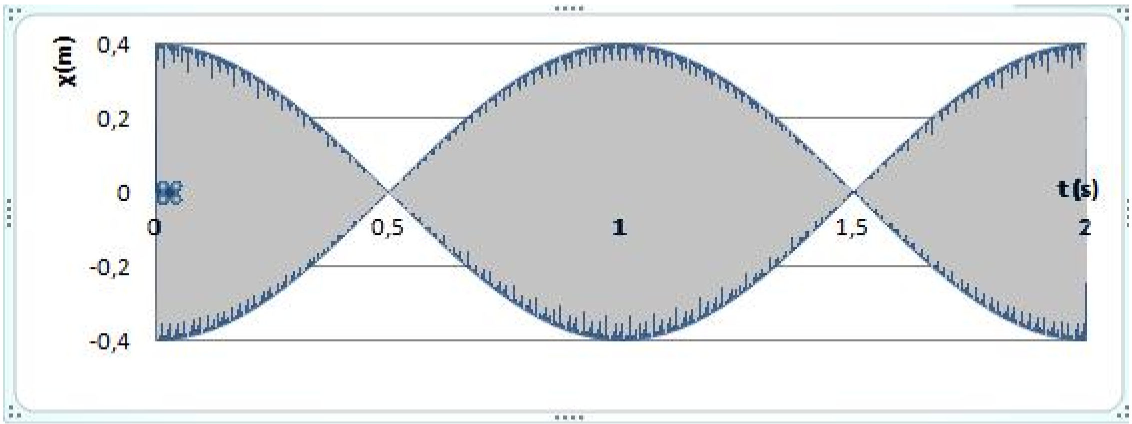
Αφού την t=0 έχουμε μέγιστο πλάτος (2Α) συμπεραίνουμε πως τη χρονική στιγμή $t_1=T_\delta=1$ s θα παρατηρείται η επόμενη μεγιστοποίηση του πλάτους, την $t_2=2T_\delta=2$ s θα παρατηρείται η μεθεπόμενη μεγιστοποίηση του πλάτους κοκ.

Συνεπώς, έως και τη χρονική στιγμή t=2 s το πλάτος θα έχει μεγιστοποιηθεί 3 (τρεις) φορές.

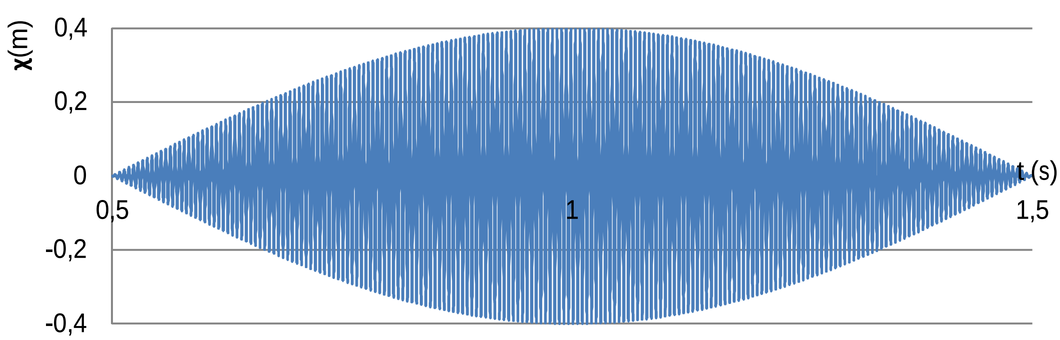
*5ο **Ζήτημα**:*

Ο αριθμός των ταλαντώσεων μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι $N=\frac{T_\delta}{T}$. Άρα $N=\frac{1}{\frac{1}{200}}$ ή $\boxed{N=200}$ ταλαντώσεις λαμβάνουν χώρα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους.

***Παρατήρηση**: Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος από τη ΘΙ για την περίπτωση της άσκησης που μελετάμε δίνεται στο ακόλουθο σχήμα (Σχήμα 1). Στο Σχήμα 2 δίνεται η ίδια γραφική παράσταση από τη χρονική στιγμή t=0,5 s έως την t=1,5 s, ώστε να φανεί πιο «καθαρά» η χρονική μεταβολή της απομάκρυνσης από τη ΘΙ.*



Σχήμα 1



Σχήμα 2

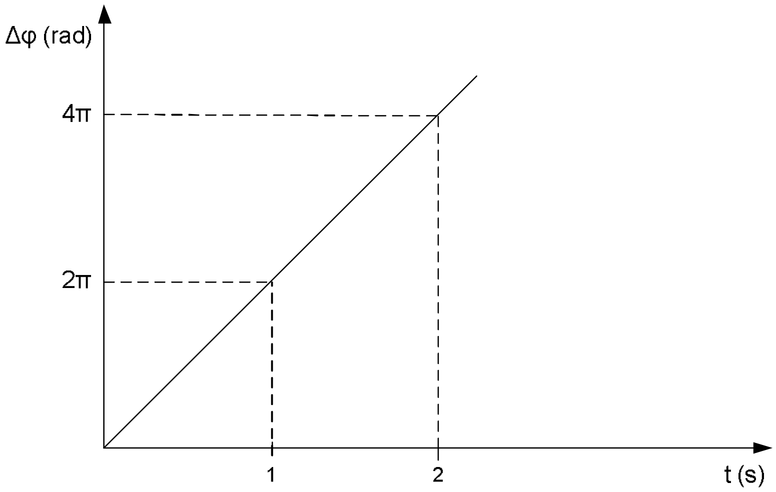
*6ο **Ζήτημα**:*

Οι χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης από τη ΘΙ των επιμέρους ταλαντώσεων είναι:

$x_1 = 0,2\eta\mu 401\pi t$ (SI) και $x_2 = 0,2\eta\mu 399\pi t$ (SI)

Συνεπώς οι φάσεις των επιμέρους ταλαντώσεων είναι:

$\varphi_1 = 401\pi t$ και $\varphi_2 = 399\pi t$



Σχήμα 3

Ως εκ τούτου, η διαφορά φάσης των επιμέρους ταλαντώσεων είναι:

$\boxed{\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi t}$

Το διάγραμμα της διαφοράς φάσης σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται στο Σχήμα 3.

*6ο **Ζήτημα**:*

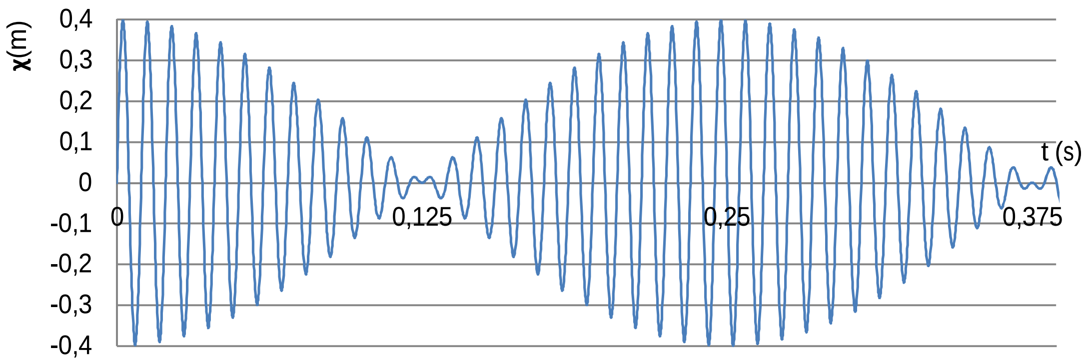
Η διαφορά φάσης των επιμέρους ταλαντώσεων θα λάβει την τιμή $\Delta\varphi_1 = 6\pi$ rad τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\Delta\varphi_1}{2\pi} = \frac{6\pi}{2\pi}$ s ή $\boxed{t_1 = 3\ s}$

<u>Μία ακόμη άσκηση</u>:

Άσκηση 4η:

Αντικείμενο: *<u>Σύνθεση Ταλαντώσεων-Διακρότημα</u>*

Ένα σώμα m=0,01 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, που πραγματοποιούνται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με το ίδιο πλάτος και διαφορετική συχνότητα ($f_1 > f_2$). Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσής του σώματος από τη ΘΙ δίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Αν είναι γνωστό πως και οι δύο επιμέρους ταλαντώσεις έχουν μηδενική αρχική φάση και πως $\pi^2=10$ να απαντήσετε στα ακόλουθα ζητήματα:

1. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της σύνθετης κίνησης.
2. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις των επιμέρους ταλαντώσεων.
3. Να υπολογιστεί ο αριθμός των μεγιστοποιήσεων του πλάτους μέχρι και τη χρονική στιγμή t=1 s.
4. Πόσες φορές διέρχεται το σώμα από τη ΘΙ ισορροπίας του στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους.

<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>:

1. $x = 0,4\sigma\upsilon\nu 4\pi t \cdot \eta\mu 200\pi t$ (SI) 2. $x_1 = 0,2\eta\mu 204\pi t$ (SI) και $x_2 = 0,2\eta\mu 196\pi t$ (SI 3. N=5 μεγιστοποιήσεις 4. N=25 φορές