

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΚΕΦ.2 ΚΥΜΑΤΑ & ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

1. Η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση των μορίων του μέσου στο οποίο διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα δίνονται από τις σχέσεις

$$\alpha. y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad v = A\omega\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad a = A\omega^2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\beta. y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad v = -A\omega\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad a = -A\omega^2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\gamma. y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad v = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad a = -A\omega^2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\delta. y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad v = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \quad a = -A\omega^2\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

2. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα.

Τρία σημεία Κ, Λ και Μ του μέσου έχουν φάσεις $\varphi_K = \frac{2\pi}{3}$, $\varphi_\Lambda = \frac{5\pi}{3}$, $\varphi_M = \frac{8\pi}{3}$ και $\varphi_M = \frac{2\pi}{3}$

Η διάταξη των σημείων Κ, Λ και Μ στο γραμμικό ελαστικό μέσο είναι

α. Κ,Λ,Μ β. Κ,Μ,Λ γ. Μ,Κ,Λ δ. Λ,Κ,Μ

3. Η ταχύτητα διάδοσης ενός μηχανικού κύματος σε ένα ελαστικό μέσο είναι

$$\alpha. v = \lambda f$$

$$\beta. v = A\omega\sigma\upsilon\nu\omega t$$

$$\gamma. v = A\omega$$

$$\delta. v = A\omega\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

4. Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Α και Β στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η καθεμία παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους 10cm και μήκους κύματος 2m. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης απέχει από την πηγή Α απόσταση 6m και από την πηγή Β απόσταση 2m.

Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Γ είναι:

Α. 0cm Β. 10cm Γ. 20cm Δ. 40cm

5. Δύο σύμφωνες και σύγχρονες πηγές κυμάτων Α και Β παράγουν αρμονικά κύματα μήκους κύματος λ .

Η πηγή Α παράγει κύμα πλάτους A_1 και η πηγή Β παράγει κύμα πλάτους A_2

Ένα σημείο Σ απέχει από την πηγή Α απόσταση r_1 και από την πηγή Β απόσταση r_2 .

Μπορείτε με αυτά τα δεδομένα να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ μετά την συμβολή των δύο κυμάτων των πηγών;

ΒΑΣΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ !

6. Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με μήκος κύματος λ . Υπολογίστε επί της ευθείας που ενώνει τις δύο πηγές την απόσταση ανάμεσα:

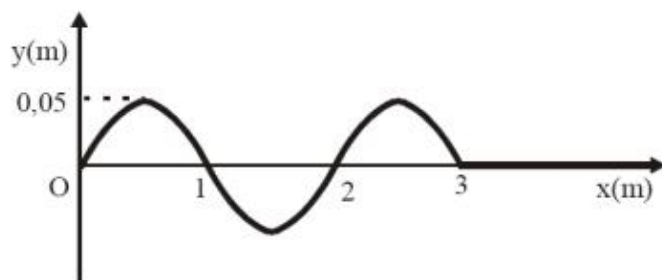
Α. Σε δύο διαδοχικούς κροσσούς ενισχυτικής συμβολής

Β. Την απόσταση ανάμεσα σε ένα κροσσό ενισχυτικής και τον επόμενο αποσβεστικής συμβολής

Γ. Σε δύο διαδοχικούς κροσσούς αποσβεστικής συμβολής

Απ. $\lambda/2$, $\lambda/4$, $\lambda/2$

Η πηγή κύματος Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,05$ m. Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, κατά τον άξονα Οx. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος μετά από χρόνο $t_1 = 0,3$ s, κατά τον οποίο το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση 3m.



α. Να βρείτε την ταχύτητα u διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο.

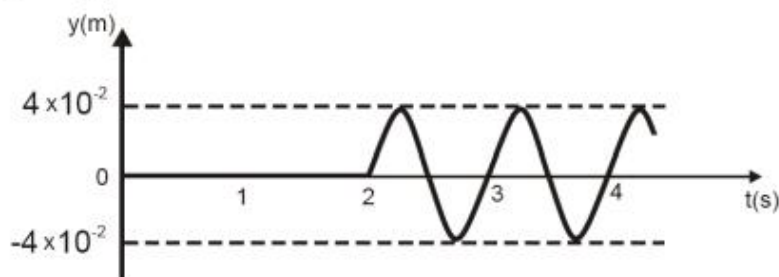
β. Να βρείτε την περίοδο T του αρμονικού κύματος.

γ. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος.

δ. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$.

(ΕΣΠΕΡΙΝΟ 2003)

Η πηγή Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή $t=0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση $y=A\eta\mu\omega t$. Το κύμα που δημιουργεί, διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά. Ένα σημείο Σ απέχει από την πηγή Ο απόσταση 10m. Στη γραφική παράσταση που ακολουθεί φαίνεται η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.



A. Να υπολογίσετε:

1. Τη συχνότητα του κύματος.
2. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
3. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ.

B. Να γράψετε την εξίσωση αυτού του κύματος.

(Ομογενείς 2004)

Σε ένα σημείο μιας λίμνης, μια μέρα χωρίς αέρα, ένα σκάφος ρίχνει άγκυρα. Από το σημείο της επιφάνειας της λίμνης που πέφτει η άγκυρα ξεκινά εγκάρσιο κύμα. Ένας άνθρωπος που βρίσκεται σε βάρκα παρατηρεί ότι το κύμα φτάνει σ' αυτόν 50 s μετά την πτώση της άγκυρας. Το κύμα έχει ύψος 10 cm πάνω από την επιφάνεια της λίμνης, η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κορυφές του κύματος είναι 1 m, ενώ μέσα σε χρόνο 5 s το κύμα φτάνει στη βάρκα 10 φορές. Να υπολογίσετε:

- α. Την περίοδο του κύματος που φτάνει στη βάρκα.
- β. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- γ. Την απόσταση της βάρκας από το σημείο πτώσης της άγκυρας.
- δ. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του ανθρώπου στη βάρκα.

Κατά μήκος ομογενούς γραμμικού ελαστικού μέσου που έχει τη διεύθυνση του άξονα x , όπως φαίνεται στο σχήμα, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση:



$$y = 0,05 \eta\mu 2\pi (2t - 5x) \text{ (S.I.)}$$

Να υπολογίσετε:

α. τη συχνότητα και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β. τη μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα.

γ. την απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται στον θετικό ημιάξονα Ox και παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή διαφορά φάσης $\frac{5\pi}{2}$ rad.

δ. την ταχύτητα ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή $t = 1,5$ s ενός σημείου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα Ox και απέχει από την αρχή O ($x=0$) απόσταση $0,3$ m.

Δίνονται: $\pi = 3,14$ και $\pi^2=10$.

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 , που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου M , που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M=0,2\eta\mu 2\pi(5t-10).$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $u=2$ m/s. Έστω O το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και $d=1$ m η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

Γ1. Την απόσταση $M\Pi_1$.

Γ2. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων O και M .

Γ3. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου M σε συνάρτηση με τον χρόνο t για $0 \leq t \leq 2,5$ s

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

Κατά μήκος του άξονα $X'X$ εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_1 της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_1 = A \eta \mu 30\pi t \text{ (SI)}$$

ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_2 , που βρίσκεται 6 cm δεξιά του σημείου Π_1 , περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = A \eta \mu \left(30\pi t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ (SI)}$$

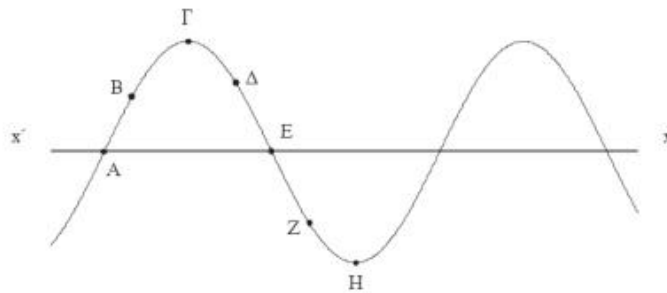
Η απόσταση μεταξύ των σημείων Π_1 και Π_2 είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

α. Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

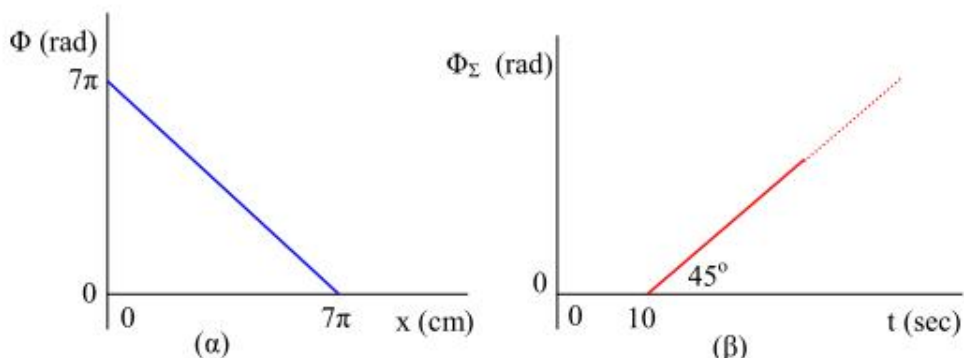
β. Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.

δ. Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος.



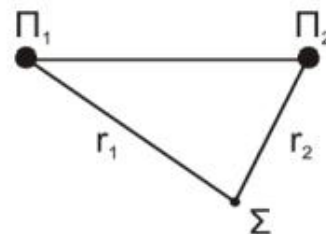
Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία A, B, Γ, Δ, E, Z και H η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων B, Δ και Z;



Στο στιγμιότυπο της στιγμής t_1 ενός αρμονικού κύματος, που διαδίδεται κατά μήκος μιας χορδής και περιγράφεται από την εξίσωση $\psi = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$, η φάση μεταβάλλεται σε σχέση με την απόσταση από την αρχή αξόνων όπως δείχνει το διάγραμμα (α), ενώ η φάση της ταλάντωσης ενός υλικού σημείου Σ της χορδής σε συνάρτηση με το χρόνο μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα (β).

- α) Προσδιορίστε την απόσταση του υλικού σημείου Σ από την αρχή αξόνων καθώς και τη χρονική στιγμή t_1 .
- β) Αν η μέγιστη επιτάχυνση των μορίων του ελαστικού μέσου διάδοσης είναι 2 cm/sec^2 , ποια είναι η εξίσωση του κύματος;
- γ) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 5\pi \text{ sec}$.
- δ) Παραστήστε γραφικά την απομάκρυνση του Σ σε συνάρτηση με το χρόνο.
- ε) Πόσο απέχουν μεταξύ τους οι θέσεις ισορροπίας δύο σημείων της χορδής που το καθένα παρουσιάζει διαφορά φάσης $\pi/3$ σε σχέση με τη φάση του Σ;
- στ) Πόση γίνεται η παραπάνω απόσταση αν διπλασιάσουμε τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής;

Δύο αρμονικά εγκάρσια κύματα, που διαδίδονται σε επιφάνεια νερού, έχουν την ίδια συχνότητα και το ίδιο πλάτος. Τα κύματα βρίσκονται σε φάση και ξεκινούν ταυτόχρονα από τις πηγές Π_1 και Π_2 . Τα κύματα φτάνουν σε σημείο Σ που απέχει απόσταση r_1 από την πηγή Π_1 και απόσταση r_2 από την πηγή Π_2 , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



- α. Τί εννοούμε με τον όρο ενίσχυση του κύματος στο σημείο Σ;
- β. Ποια σχέση καθορίζει τη θέση των σημείων στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή;
- γ. Τί εννοούμε με τον όρο απόσβεση του κύματος σε σημείο Σ;
- δ. Ποια σχέση καθορίζει τη θέση των σημείων στα οποία έχουμε απόσβεση;

Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με πλάτος 0,1 m και μήκος κύματος 1,8 m. Υπολογίστε το πλάτος του κύματος, μετά την συμβολή, σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις 1,6 m και 1 m αντίστοιχα.

Απ. $A' = 0,1 \text{ m}$.

Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με πλάτος 0,3 m και μήκος κύματος 1,8 m. Υπολογίστε το πλάτος του κύματος, μετά την συμβολή, σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις 1,6 m και 1,3 m αντίστοιχα.

Απ. $A' = 0,15\sqrt{3} \text{ m}$.

Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με πλάτος 0,15 m και μήκος κύματος 0,4 m. α) Υπολογίστε το πλάτος του κύματος, μετά την συμβολή, σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις 4,2 m και 2,6 m αντίστοιχα.

* β) Αν η περίοδος είναι 2 s γράψτε την εξίσωση που περιγράφει την ταλάντωση του σημείου Σ σε σχέση με τον χρόνο.

Απ. $A' = 0,3 \text{ m}$, $y=0$ $0 \leq t < 13 \text{ s}$, $y=0,15\eta\mu 2\pi(t/2-6,5)$ $13 \leq t < 21 \text{ s}$, $y=0,3\eta\mu 2\pi(t/2-8,5)$ $21 \leq t$.

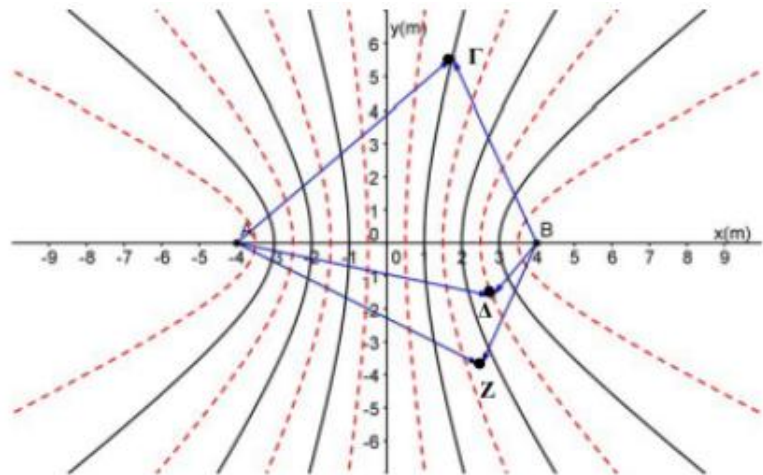
Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 που απέχουν 18 m δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με μήκος κύματος 4 m. Υπολογίστε τον αριθμό των κροσσών της ενισχυτικής και αποσβεστικής συμβολής που υπάρχουν ανάμεσα στις δύο πηγές.

Απ. Ενισχ. 9, Αποσβ. 8.

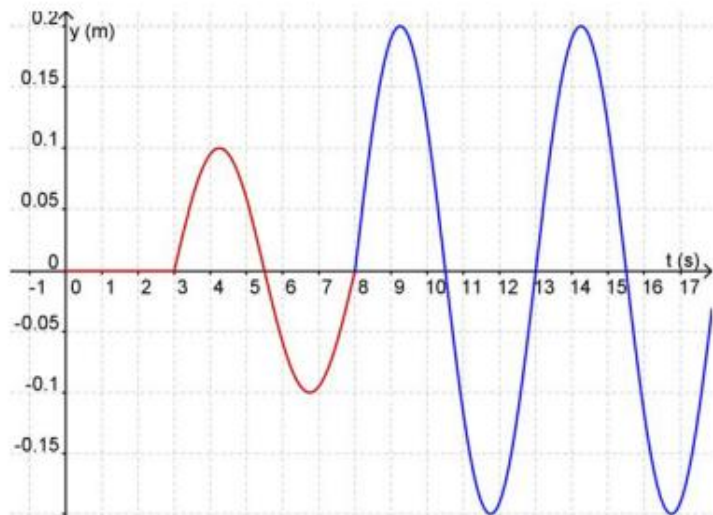
Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 βρίσκονται αντίστοιχα στις θέσεις A και B. Οι πηγές δημιουργούν στο ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα πλάτους 0,1 m που διαδίδονται με ταχύτητα 10 m/s. Η εικόνα συμβολής που δημιουργείται είναι η πιο δίπλα Σε αυτήν η απόσταση $AG=8m$, η $BD=2m$, η $AZ=7,5m$ και η $BZ=4 m$. Υπολογίστε

- α) Το μήκος κύματος και την περίοδο β) Τις αποστάσεις $B\Gamma$ και $A\Delta$. γ) Το πλάτος στην θέση Z. δ) Την διαφορά φάσης $\theta_A - \theta_B$ που έχουν τα κύματα από τις πηγές στις θέσεις Γ, Δ, Z .

Απ. $\lambda=2m, T=0,2 s, BF=6 m, AD=7 m, A'=0,1\sqrt{2} m, \Gamma: \Delta\theta=\pi, \Delta: \Delta\theta=2,5\pi, Z: \Delta\theta=1,75\pi$.



Δύο σύγχρονες πηγές Π1 και Π2 δημιουργούν σε ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα 0,1 m/s. Σε σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα ($r_1 < r_2$) η γραφική παράσταση απομάκρυνσης χρόνου είναι η πιο δίπλα. Υπολογίστε



- α) Την περίοδο και το μήκος κύματος του κύματος. β) Τις αποστάσεις r_1 και r_2 . γ) Πόσοι κροσσοί ενισχυτικής συμβολής υπάρχουν συνολικά από τον κροσσό της μεσοκάθετου στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ μέχρι και το σημείο Σ; δ) Πόσοι κροσσοί αποσβεστικής συμβολής υπάρχουν ανάμεσα στο σημείο Σ και στην μεσοκάθετο στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$;

Απ. $T=5s, \lambda=0,5 m, r_1=0,3 m, r_2=0,8 m, 2, 1$.

ΚΑΛΕΣ ΓΙΟΡΤΕΣ

ΚΑΙ ΔΥΟ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΓΕΡΟΥΣ ΛΥΤΕΣ !!!

Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 που απέχουν απόσταση $d = 12\text{m}$, παράγουν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα που έχουν ταχύτητα διάδοσης $v = 10\text{m/s}$. Η εξίσωση της απομάκρυνσης των πηγών σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y = 0,2\eta\mu 10\pi t$ (S.I.). Σε ένα σημείο P της επιφάνειας του υγρού που απέχει απόσταση $r_1 = 6\text{m}$ από την πηγή Π_1 και απόσταση r_2 από την πηγή Π_2 με $r_2 > r_1$, τα δύο κύματα φτάνουν με χρονική διαφορά $\Delta t = 0,8\text{s}$.

α) Να βρεθεί η απόσταση r_2 .

β) Να διερευνήσετε αν στο σημείο P έχουμε ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή.

γ) Να βρεθεί η υπερβολή ενίσχυσης ή απόσβεσης στην οποία βρίσκεται το σημείο P.

δ) Να υπολογίσετε το πλήθος των σημείων ενίσχυσης που υπάρχουν στο ευθύγραμμο τμήμα των πηγών.

ε) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου P σε συνάρτηση με το χρόνο.

στ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σημείου P σε συνάρτηση με το χρόνο.

ζ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σημείου P σε συνάρτηση με το χρόνο.

η) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης του σημείου P σε συνάρτηση με το χρόνο.

θ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης ταλάντωσης του σημείου P σε συνάρτηση με το χρόνο.

ι) Να υπολογίσετε τη δύναμη επαναφοράς που δέχεται στο σημείο P ένας μικρός φελλός μάζας $m = 2 \cdot 10^{-4}\text{Kg}$ τις χρονικές στιγμές $t = 0,5\text{s}$, $t = 1,25\text{s}$ και $t = 1,45\text{s}$.

Θεωρούμε μια οριζόντια ελαστική χορδή μεγάλου μήκους. Έστω $\Sigma_1\Sigma_2$ ένα τμήμα της χορδής μήκους $d=2\text{m}$. Την στιγμή $t=0$ ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους $A=5\text{cm}$ γωνιακής συχνότητας $\omega_1=21\pi \text{ rad/s}$ και ταχύτητα διάδοσης $u=1 \text{ m/s}$ φτάνει στο σημείο Σ_1 με φορά διάδοσης από το Σ_1 προς το Σ_2 . Την ίδια χρονική στιγμή στο σημείο Σ_2 φτάνει ένα δεύτερο κύμα με το ίδιο πλάτος, την ίδια ταχύτητα διάδοσης και γωνιακή ταχύτητα $\omega_2=19\pi \text{ rad/s}$ διαδιδόμενο από το Σ_2 προς το Σ_1 .

Υποθέτουμε ότι τα σημεία Σ_1 και Σ_2 την χρονική στιγμή $t=0$ έχουν ταχύτητες παράλληλες και ομόρροπες

α) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του, συναρτήσει του χρόνου, ενός σημείου Σ του ευθύγραμμου τμήματος $\Sigma_1\Sigma_2$ που απέχει απόσταση x από το σημείο Σ_1 από τη στιγμή 2s και μετά

β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος $\Sigma_1\Sigma_2$ από τη στιγμή 0 έως τη στιγμή 4s (κυματομορφή)

γ) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος $\Sigma_1\Sigma_2$ συναρτήσει της απόστασης τους από το σημείο Σ_1 την χρονική στιγμή $t=4\text{s}$