Ενέργεια στην Σύνθεση Ταλαντώσεων

Έστω ότι έχουμε έναν ταλαντωτή με σταθερά k=100 N/m που ταλαντώνεται υπό την επίδραση δύο ταλαντώσεων πλάτους A=0.1 m που βρίσκονται σε φάση και έχουν ενέργεια U=1 J η κάθε μία. Πόσο είναι το πλάτος της συνολικής ταλάντωσης;

Η ερώτηση αυτή χωρίς βέβαια τα ενεργειακά δεδομένα αποτελεί μια συνηθισμένη ερώτηση σε όλα τα φροντιστηριακά βιβλία της Γ Λυκείου. Η απάντηση που δίνεται στηρίζεται συνήθως στη σχέση του σχολικού βιβλίου

$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2\mathrm{A}_1 A_2\,\sigma\upsilon\nu\left(\theta\right)}$ όπου θ είναι η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων. Εδώ όπου τα δύο επιμέρους πλάτη είναι ίσα και οι ταλαντώσεις αυτές είναι σε φάση θ=0 άρα συν(θ)=1 το ολικό πλάτος θα είναι $A=2\mathrm{A}_1$ Το αποτέλεσμα αυτό δημιουργεί ένα σοβαρό ενεργειακό πρόβλημα. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους. Το γεγονός πως το πλάτος διπλασιάστηκε σημαίνει ότι η ενέργεια της ταλάντωσης τετραπλασιάστηκε, συνεπώς η ενέργεια της ολικής ταλάντωσης είναι πια 4 J και όχι 2 J όπως θα περιμέναμε. Μάλιστα κάποια φροντιστηριακά βοηθήματα προχωρούν παρακάτω ρωτόντας τους μαθητές ποια θα έπρεπε να είναι η διαφορά φάσης ανάμεσα στις δύο επιμέρους ταλαντώσεις για να είναι η τελική ενέργεια ίση με την αρχική. Η απάντηση προφανώς θα είναι ότι $A_1^2+A_2^2=A2+A_{12}^2+2\mathrm{A}_1 A_2\sigma\upsilon\nu\theta$ Η απάντηση προφανώς είναι για συν(θ)=0 δηλαδή θ =π/2.

Το ερώτημα όμως παραμένει: Που βρέθηκε η επιπλέον ενέργεια; Πως αφού οι αρχικές ταλαντώσεις είχαν μόνο 2 J ενέργεια η τελική έχει 4 J; Αυτό το πρόβλημα δεν δείχνει να απασχολεί ιδιαίτερα ούτε το σχολικό αλλά ούτε και τα φροντιστηριακά βιβλία. Η απάντηση βρίσκεται στην ίδια τη διατύπωση του προβλήματος. Πως στο σημείο αυτό θα φτάσουν οι δύο ταλαντώσεις; Ο πιο κοινός τρόπος είναι μέσω δύο κυμάτων. Σε αυτή την περίπτωση το πρόβλημα λύνεται καθώς θα παρουσιαστούν φαινόμενα συμβολής. Θα υπάρχουν περιοχές ενίσχυσης όπου η ενέργεια θα έχει συσσωρευθεί και περιοχές απόσβεσης οι οποίες θα έχουν απογυμνωθεί ενεργειακά. Το συνολικό όμως ποσό της ενέργειας θα είναι αυτό το οποίο θα έχει απελευθερώσει η πηγή. Σε αυτή την περίπτωση δεν έχει ιδιαίτερο νόημα να μελετάμε ενεργειακά την σύνθεση των ταλαντώσεων σε ένα σημείο και όλη η μεθοδολογία του σχολικού βιβλίου ισχύει μια χαρά. Μπορεί όμως να έχουμε σύνθεση όμοιων ταλαντώσεων σε ένα σημείο όπως περιγράφεται από το σχολικό βιβλίο χωρίς να υπάρχουν κύματα; Η απάντηση σε αυτό είναι αρνητική. Ας πούμε ότι το σημείο αυτό ταλαντώνεται εκτελώντας την πρώτη από τις δύο ταλαντώσεις. Πως θα αλλάξουμε την κίνηση του; Προσφέροντας την απαραίτητη ενέργεια. Ας πούμε ότι βρίσκεται στην ακραία θέση. Θα του προσφέρουμε μια ώθηση ίση με $m\omega A_1\sqrt{3}$ έτσι ώστε το σώμα να αποκτήσει την απαραίτητη ενέργεια για να εκτελέσει την νέα ταλάντωση. Αν το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας τότε διπλασιάζοντας την ταχύτητα του του προσφέρουμε πάλι την απαραίτητη ενέργεια.

Συμπέρασμα. Οι σχέσεις που αναφέρονται στην παράγραφο της σύνθεσης κίνησης στο σχολικό βιβλίο αναφέρονται στην διάδοση ταλαντώσεων μέσα από κύματα. Σε αυτή την περίπτωση η ενέργεια ανακατανέμεται στο χώρο και εστιάζοντας σε ξεχωριστά εμφανίζεται η εικόνα της παραβίασης της Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας.