

Οι Αριθμοί στο Νηπιαγωγείο

Καταστάσεις προβληματισμού και επικοινωνίας με την αριθμογραμμή και την αριθμοσκάλα

των Γιώργου Κόσουβα
& Δόξας Κωτσαλίδου*

Η πλειονότητα των παιδιών της προσχολικής ηλικίας απαγγέλλουν την ακολουθία των αριθμητικών ή αριθμολέξεων χωρίς να την έχουν διδαχθεί συστηματικά. Συνήθως εκφωνούν την αριθμοακολουθία:

ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά, οκτώ, εννιά, δέκα, ένδεκα, ...

Μολονότι τα μικρά παιδιά μιμούνται τους ενήλικους και η πρακτική τους είναι μηχανική, η εν λόγω δραστηριότητα ασκεί ταυτόχρονα τις γλωσσικές και νοητικές τους ικανότητες. Η απαγγελία της αριθμοακολουθίας λειτουργεί ως εφαλτήριο γνωστικής ανόδου και γεμίζει τα μικρά παιδιά με συναισθηματικά αισιοδοξίας και μαθησιακής επιβεβαίωσης.

Στην παρούσα εργασία εστιάζουμε το ενδιαφέρον στην συμβολική αριθμοακολουθία και την εισαγωγή της στο νηπιαγωγείο. Η αριθμοακολουθία των γραπτών αριθμών περιλαμβάνει τα ινδοαραβικά ψηφία:

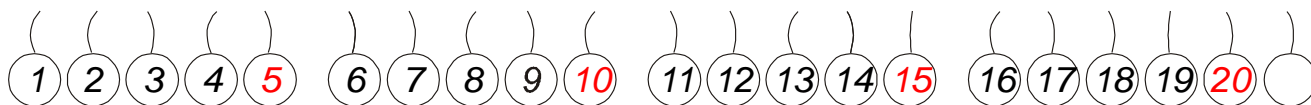
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ...

Η γνώση της προφορικής αριθμοακολουθίας από τα περισσότερα νήπια αποτελεί ένα γόνιμο πρόπλασμα για τη μετάβαση στην ακολουθία των αριθμητικών συμβόλων. Για το νηπιαγωγείο κατάλληλα διδακτικά μέσα που διευκολύνουν αυτή τη μετάβαση είναι **η αριθμογραμμή και η αριθμοσκάλα**. Στη συνέχεια, ακολουθώντας της αρχές της βιωματικής-επικοινωνιακής διδασκαλίας, θα σκιαγραφήσουμε ορισμένες βιωματικές δραστηριότητες προβληματισμού και επικοινωνίας πάνω στην αριθμογραμμή και την αριθμοσκάλα που δοκιμάσαμε σε νηπιαγωγεία των νομών Κορινθίας και Φλώρινας και μπορούν να εισαγάγουν τα νήπια με ευχάριστο τρόπο στην αριθμοακολουθία των γραπτών συμβόλων.

1. Εισαγωγή της διαρθρωμένης αριθμογραμμής

Ήδη τα νήπια έχουν παρατηρήσει τα αριθμητικά ψηφία στα παιχνίδια τους και γενικότερα στον κοινωνικό τους περίγυρο. Αντί να εισαγάγει η ίδια η νηπιαγωγός τα γνωστά αριθμητικά σημεία, αναθέτει στα νήπια να ψάξουν κατά ομάδες (στο σπίτι, σε συσκευασίες έτοιμων προϊόντων και συσκευών, στον κοινωνικό τους περίγυρο γενικότερα) και να βρουν εικόνες, οι οποίες δείχνουν αντικείμενα με τους αριθμούς στο προσκήνιο. Ήδη τα νήπια απαγγέλλουν την αριθμοακολουθία και απαριθμούν μικρές συλλογές αντικειμένων. Έτσι προοδευτικά μπορούν να περάσουν στη γραπτή εκδοχή της προφορικής αριθμοακολουθίας.

Το εποπτικό μέσο, παριστάνει την αριθμοακολουθία των γραπτών ψηφίων ονομάζουμε αριθμογραμμή. Η αριθμογραμμή είναι μια ακολουθία αριθμημένων κυκλικών δίσκων. Η εισαγωγή μπορεί να γίνει με μια σειρά από 20 ανεξάρτητους κυκλικούς δίσκους, όπου μέσα τοποθετούνται τα γραπτά ψηφία των αριθμών από το 1 μέχρι το 20. Αργότερα θα τοποθετηθεί το μηδέν προς τα αριστερά, ενώ προς τα δεξιά μπορούν να υπάρχουν μερικές κενές θέσεις για να δίνεται η εντύπωση της συνέχειας.



* Ο Γιώργος Κόσουβας είναι Δρ Διδακτικής Μαθηματικών και διδάσκει (Π.Δ. 407/80) στο Π. Τ. Νηπιαγωγών της Παιδαγωγικής Σχολής Φλώρινας.

* Η Δόξα Κωτσαλίδου είναι Νηπιαγωγός, αποσπασμένη στο Π. Τ. Νηπιαγωγών της Παιδαγωγικής Σχολής Φλώρινας.

Θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι το αριθμητικό όριο 20 είναι προαιρετικό. Ανάλογα με τις δυνατότητες και τα μαθηματικά ενδιαφέροντα των νηπίων μπορεί να είναι μικρότερο ή μεγαλύτερο.

Την προαναφερόμενη αριθμογραμμή ονομάζουμε διαρθρωμένη για να δηλώσουμε ότι η εν λόγω εικοσάδα αριθμημένων κυκλικών δίσκων είναι χωρισμένη σε τέσσερις πεντάδες που έχουν μια απόσταση μεταξύ τους και οι αριθμοί 5, 10, 15, 20 σημειώνονται με κόκκινο χρώμα, παραπέμποντας σε αναλογία με τους δακτυλικούς σχηματισμούς. Οι κυκλικοί δίσκοι κρέμονται με ένα σχοινάκι στην τάξη. Στην πίσω όψη χρωματίζονται με κόκκινο χρώμα.

Η εισαγωγή της αριθμογραμμής στο νηπιαγωγείο αποβλέπει κατά βάση σε τρεις στόχους:

- οπτικοποιεί τόσο αριθμούς που τα νήπια ήδη γνωρίζουν όσο και άλλους που δεν μπορούν ακόμα να διαβάσουν και να γράφουν,
- τα νήπια αρχίζουν να φαντάζονται ότι η αριθμοακολουθία δεν τερματίζεται στον τελευταίο γνωστό αριθμό, αλλά μπορεί να επεκτείνεται όσο θέλουμε,
- τα νήπια δημιουργούν μια παράσταση της αριθμοακολουθίας, της οργάνωσής της και των κανονικοτήτων της (π.χ. διαπιστώνουν ότι το πρώτο ψηφίο των αριθμών από το 13 μέχρι το 19 είναι το 1, αλλά εκφωνείται «δέκα»).

Με την έναρξη της σχολικής χρονιάς από λεπτό χαρτόνι κατασκευάστηκε μια **μεγάλη διαρθρωμένη αριθμογραμμή**, αναρτήθηκε στην αίθουσα διδασκαλίας στο ύψος των ματιών των νηπίων και παρέμεινε στην ίδια θέση για όλη τη διάρκεια του σχολικού έτους. Επιπλέον κάθε νήπιο είχε κατασκευάσει μια δική του **ατομική διαρθρωμένη αριθμογραμμή**, με μορφή πτυσσόμενης χαρτοταινίας. Είναι διπλωμένη από το 1 μέχρι το 10, από 10 μέχρι το 20 κ.ο.κ. Αποτελείται από δύο σειρές τετραγώνων: στην πάνω σειρά είναι γραμμένη η αριθμοακολουθία ενώ στην κάτω υπάρχει κενός χώρος όπου μπορεί το παιδί να ακουμπά το δάκτυλό του.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23

Τα νήπια καθώς χρησιμοποιούσαν την αριθμογραμμή γίνονταν σταδιακά ανεξάρτητα στη μάθηση των σχέσεων ανάμεσα στις αριθμολέξεις και τα γραπτά ψηφία.

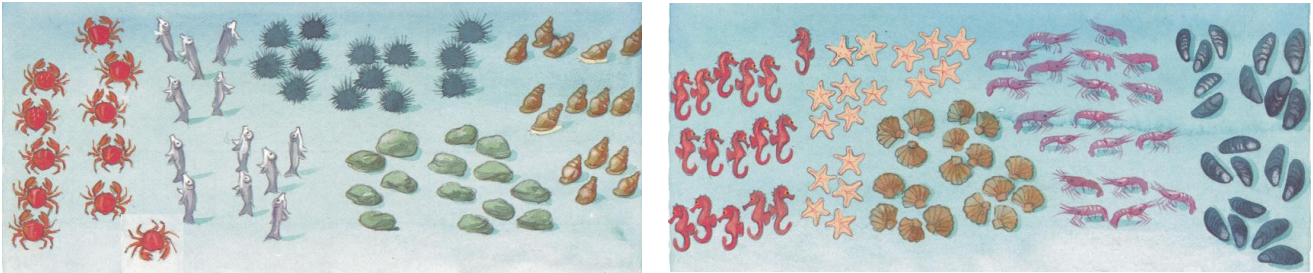


2. Μεταφράσεις των αριθμών της αριθμογραμμής με τη βοήθεια εποπτικών σχηματισμών με ενδιάμεση ομαδοποίηση της πεντάδας και της δεκάδας

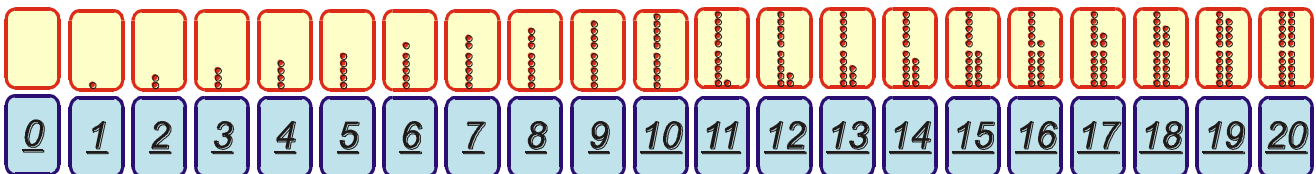
Το αρχικό στάδιο συνίσταται στους χειρισμούς που διενεργούν τα νήπια με τα ίδια τα πράγματα, καθώς χειρίζονται πολλές φορές χειροπιαστά τρισδιάστατα αντικείμενα για απαρίθμηση ή σχηματισμούς για άμεση εκτίμηση και βυθίζονται στην πραγματική εμπειρία. Οι αριθμητικές έννοιες προκύπτουν

από τις ενέργειες των παιδιών με αντικείμενα οποιουδήποτε σχήματος, χρώματος ή εμφάνισης, με οποιαδήποτε αντικείμενα συναντά το παιδί στον κοινωνικό του περίγυρο. Στη συνέχεια ακολουθεί η παράσταση των αντικειμένων σε δισδιάστατες εικόνες.

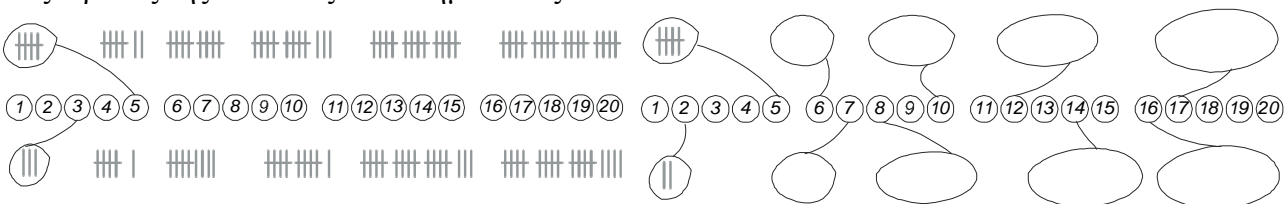
Η ακόλουθη δραστηριότητα με τα ζωάκια της θάλασσας αποσκοπεί στην εισαγωγή των νηπίων στην απαρίθμηση συλλογών που έχουν από 11 μέχρι 20 αντικείμενα. Η παρακάτω εικόνα δεν είναι η πραγματικότητα, αλλά απλώς την «παριστάνει», αφού παραλείπονται πολλές σημαντικές λεπτομέρειες. Οι διάφορες συλλογές ζώων είναι οργανωμένες σε πεντάδες για να διευκολύνουν την αρίθμηση. Στο εν λόγω παράδειγμα, εκτός από την προοδευτική αφαίρεση, εμπεριέχονται το στοιχείο της βιωματικότητας, η συνάντηση των άτυπων «γνώσεων» με την προσέγγιση του αριθμού καθώς και η εξάσκηση της παρατήρησης-ενεργητικής ανακάλυψης-απομόνωσης ομοειδών συλλογών.



Στην πρώτη σειρά του παρακάτω σχήματος εικονίζονται κάρτες σχηματισμών της **διαρθρωμένης εικοσάδας**. Η παραπάνω βιωματική κατάσταση σχηματοποιείται με τη χρησιμοποίηση ανεικονικού υλικού. Το ανεικονικό υλικό είναι λιτό και απλώς «παριστάνει» τα πραγματικά αντικείμενα. Οι κόκκινοι κυκλικοί δίσκοι μέσα στο κίτρινο πλαίσιο εξομοιώνουν εντελώς τα αντικείμενα της πρώτης εικόνας. Για παράδειγμα οι 11 κυκλικοί δίσκοι παριστάνουν τα 11 καβουράκια. Μετά από αυτή την αφαίρεση τα αντικείμενα της εικόνας είναι τρόπον τινά παρόντα, αλλά δεν έχουν ιδιότητες. Τα παριστάνουν απλώς οι κυκλικοί δίσκοι, και μάλιστα μόνο από ποσοτική άποψη, αυτή ακριβώς που μας ενδιαφέρει (αφαίρεση). Αντί για κυκλικούς δίσκους θα μπορούσαμε να έχουμε δάκτυλα, γραμμούλες κλπ.



Το επόμενο και τελευταίο βήμα αυτής της αφαιρετικής διαδικασίας είναι η εισαγωγή των αντίστοιχων αριθμητικών συμβόλων (**αριθμοκάρτες**). Αν παγιωθούν τα προηγούμενα, μπορούμε να περάσουμε στη συμβολική μετάφραση του αριθμού. Το παιδί βρίσκεται μπροστά σε μια εκπληκτική βραχυγραφία: ο πληθάρηθος 11. Οι αναπαραστάσεις που προαναφέρθηκαν (καβούρια, κυκλίσκοι, γραμμούλες, σημείο 11) συνοδεύονται με την επικοινωνιακή δύναμη της καθημερινής γλώσσας καθώς και από μεταφράσεις από το εικονιστικό, ανεικονικό ή συμβολικό επίπεδο στο επίπεδο του χειρισμού υλικών αντικειμένων. Ακολουθούν δραστηριότητες μετάφρασης από το συμβολικό στο αντιληπτικό επίπεδο. Τα παρακάτω σχήματα παρουσιάζουν δύο γραπτές ασκήσεις συνδυασμού της απόλυτης και της τακτικής όψης των αριθμών. Τα νήπια συνδέουν σύμβολα της αριθμογραμμής με έτοιμες συλλογές από γραμμούλες ή σημειώνουν τις γραμμούλες (γραφοκινητική δραστηριότητα). Σε αυτές τις ομαδοποιήσεις ο ρόλος της πεντάδας είναι σημαντικός.



Στις ακόλουθες δραστηριότητες εντοπίζουν αριθμούς στην αριθμογραμμή και τους μεταφράζουν σε σχηματισμούς της διαθρωμένης εικοσάδας.



Η αριθμογραμμή ήταν ένα θαυμάσιο εργαλείο που βοηθούσε τα νήπια να διαβάζουν και να γράφουν αριθμούς βασιζόμενα στην προϋπάρχουσα γνώση της προφορικής αρίθμησης. Η διαρθρωμένη αριθμογραμμή αποτελούσε ένα λεξικό των αριθμών, όπως το ημερολόγιο, και βοηθούσε τα νήπια στην αρίθμηση, την ανάγνωση και τη γραφή των αριθμών.

3. Καταστάσεις προβληματισμού και επικοινωνίας στην αριθμογραμμή

Μετά την πρώτη γνωριμία των νηπίων με την αριθμογραμμή μπορούν να περάσουν σε άλλες καταστάσεις προβληματισμού και επικοινωνίας πάνω σε αυτήν. Θα περιγράψουμε ενδεικτικά τρεις από αυτές:

Η **πρώτη δραστηριότητα** έγινε στην πλήρως συμπληρωμένη αριθμογραμμή. Σύμφωνα με αυτήν ζητήθηκε από τα νήπια να διαβάσουν διάφορα τμήματα της αριθμοακολουθίας:

- «Διάβασέ μου τρεις αριθμούς που είναι μετά το 5» (δηλαδή έξι, επτά, οκτώ).
- «Διάβασέ μου ανάποδα δύο αριθμούς που είναι πριν από το 9» (δηλαδή οκτώ, επτά),
- «Μέτρησέ μου πόσοι αριθμοί είναι από το 6 μέχρι και το 9» (δηλαδή 7-ένας, 8-δύο, 9- τρία ή ένας, δύο, τρεις),
- «Μέτρησέ μου ανάποδα πόσοι αριθμοί είναι από το 8 μέχρι και το 5» (δηλαδή 7-ένας, 6-δύο 5- τρία ή ένας, δύο, τρεις).

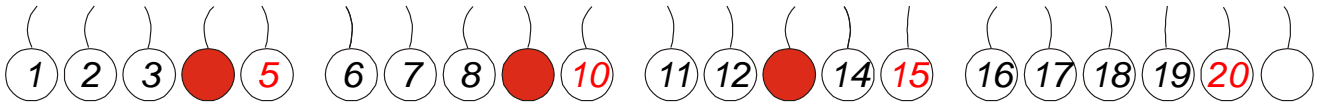
Η διδακτική προσέγγιση ξεκίνησε με αριθμούς μέχρι το 10 και αργότερα συνεχίστηκε με αριθμούς μέχρι το 20. Η εμπειρία έδειξε ότι οι παραπάνω δραστηριότητες δεν ήταν δύσκολες για τα νήπια. Επειδή οι αριθμημένοι κυκλικόι δίσκοι είχαν μια υλική υπόσταση πάνω στην αριθμογραμμή, η πλειονότητα των νηπίων ήταν σε θέση να αναγνωρίζει τα ψηφία και να απαντά στις παραπάνω εντολές.



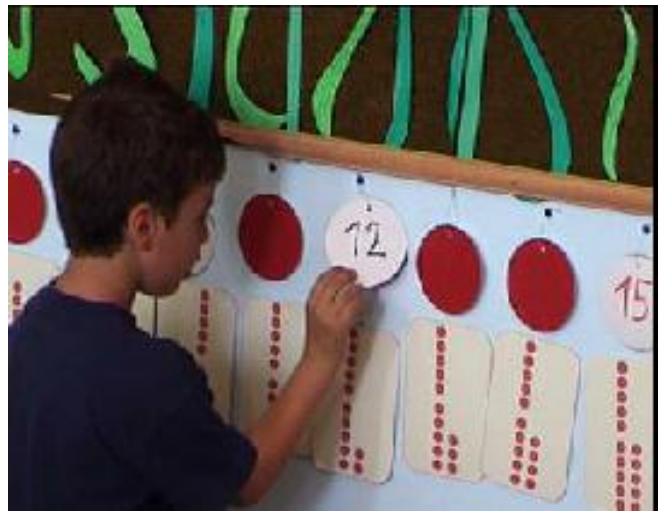
Μια **δεύτερη δραστηριότητα** ήταν η προφορική συμπλήρωση μεμονωμένων κενών (με έναν μόνο κυκλικό δίσκο) πάνω στη διαρθρωμένη ακολουθία των αριθμητικών ψηφίων μέχρι το 20. Στη δραστηριότητα αυτή η νηπιαγωγός έχει αναποδογυρίσει ορισμένους κυκλικούς δίσκους κρύβοντας το αριθμητικό ψηφίο. Με τη δραστηριότητα αυτή επισημαίνεται η έννοια του επόμενου και του προηγούμενου ενός αριθμού.

Η νηπιαγωγός δίνει την ακόλουθη εντολή:

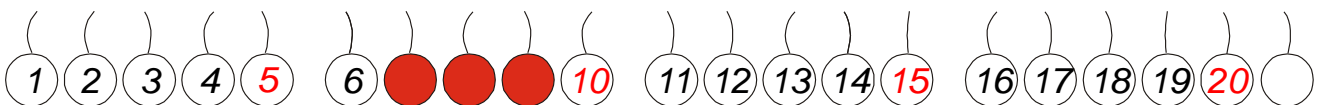
- «Μπορείτε να μαντέψετε ποιος αριθμός είναι κρυμμένος εδώ;» (δείχνει τον αριθμό)
- «Ποιος αριθμός είναι πριν από αυτόν; Δηλαδή ποιος αριθμός είναι προηγούμενος του 5;»
- «Ποιος αριθμός είναι μετά από αυτόν; Δηλαδή ποιος αριθμός είναι επόμενος του 8;»



Τα παιδιά μαντεύουν. Στη συνέχεια η νηπιαγωγός αναποδογυρίζει τον κυκλικό δίσκο με τον κρυμμένο αριθμό και τα παιδιά επαληθεύουν την ορθότητα της πρόβλεψής τους. Επίσης μπορεί να γίνεται αυτοδιόρθωση από τα ίδια τα παιδιά με τη χρήση των ατομικών αριθμογραμμών.



Τέλος μια **τρίτη δραστηριότητα** αφορούσε την προφορική συμπλήρωση περισσότερων κρυμμένων αριθμών, όπως στο ακόλουθο παράδειγμα:



Ας παρακολουθήσουμε πώς απαντούν τα νήπια στη δραστηριότητα αυτή. Παραθέτουμε το ακόλουθο στιγμιότυπο από τη συζήτηση στην τάξη.

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: Μπορείτε να συμπληρώσετε με τη σειρά τους αριθμούς που λείπουν αρχίζοντας από αυτόν τον κυκλικό δίσκο και πηγαίνοντας προς τα δεξιά, δηλαδή προς τα εδώ; (η νηπιαγωγός δείχνει τον κυκλικό δίσκο ο οποίος στην πίσω όψη του έχει το 7 και υποδεικνύει στα νήπια να κάνουν ανοδική αρίθμηση).

ΕΝΑ ΝΗΠΙΟ: Είναι τρία κυκλάκια.

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: Σωστά, είναι τρία κυκλάκια, όμως δεν ρώτησα αυτό. Οι κυκλικοί δίσκοι κρύβουν πίσω τους αριθμούς. Μπορείς να τους βρεις με τη σειρά αρχίζοντας από αυτό το κυκλάκι; (δείχνει τον κυκλικό δίσκο που κρύβει το 7)

ΝΗΠΙΟ: Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι. (παύση)

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: Και μετά το 6;

ΝΗΠΙΟ: Να το γυρίσω;

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: Όχι, θα ήθελα να το μαντέψετε. Μπορείτε;

ΑΛΛΟ ΝΗΠΙΟ: Λείπουν: επτά, οκτώ, εννιά.

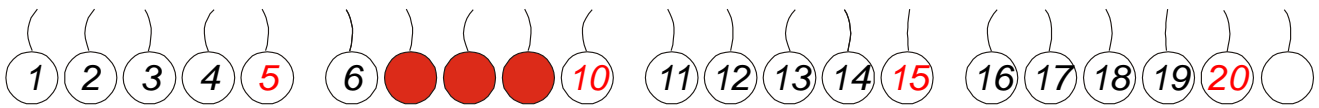
ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: Για να δούμε. Μάντεψες σωστά; Τι λέτε; (η νηπιαγωγός γυρίζει το δίσκο και τα νήπια κάνουν επαλήθευση)

ΠΟΛΛΑ ΠΑΙΔΙΑ ΜΑΖΙ: Ναι, Ναι! Σωστά!

Στην αρχή τα περισσότερα παιδιά απαγγέλλουν μηχανικά την αριθμοακολουθία. Ακόμα και όταν η απαρίθμησή τους είναι σωστή (σέβονται τις αρχές της αποκλειστικότητας και της εξονυχιστικότητας) δεν εστιάζουν την προσοχή τους στους κόκκινους κυκλικούς δίσκους, αλλά φαίνεται πως θέλουν να αποδείξουν ότι γνωρίζουν να μετρούν. Στην αρχή σπάνια σταματούν. Άλλα παιδιά έχουν ανάγκη να διαβάζουν πάντοτε την αριθμογραμμή από την αρχή. Διευκολύνονται όταν αγγίζουν τους κυκλικούς δίσκους που έχουν πίσω τους κρυμμένους αριθμούς.

Ορισμένα νήπια βλέποντας έναν κόκκινο κυκλικό δίσκο που πίσω είχε έναν αριθμό δυσκολεύονταν να φανταστούν μια αντίστοιχη συλλογή που παρίστανε ο αριθμός. Όμως μπορούσαν να ανταποκρίνονται στην ανοδική αρίθμηση.

«Μπορείτε να συμπληρώσετε με τη σειρά τους αριθμούς που λείπουν αρχίζοντας από αυτό τον κυκλικό δίσκο και πηγαίνοντας προς τα αριστερά, δηλαδή προς τα εδώ;» (η νηπιαγωγός δείχνει τον κυκλικό δίσκο ο οποίος στην πίσω όψη του έχει το 10 και υποδεικνύει στα νήπια να κάνουν καθοδική αρίθμηση).



Η καθοδική αρίθμηση παρουσιάζει περισσότερη δυσκολία για τα νήπια. Μερικά παιδιά, όταν οι κρυμμένοι αριθμοί είναι δύο ή τρεις, βρίσκουν πρώτα ανοδικά τους αριθμούς και ύστερα κατεβαίνουν, δηλαδή λένε πρώτα «οκτώ, εννιά, δέκα» και ύστερα «δέκα, εννιά, οκτώ».

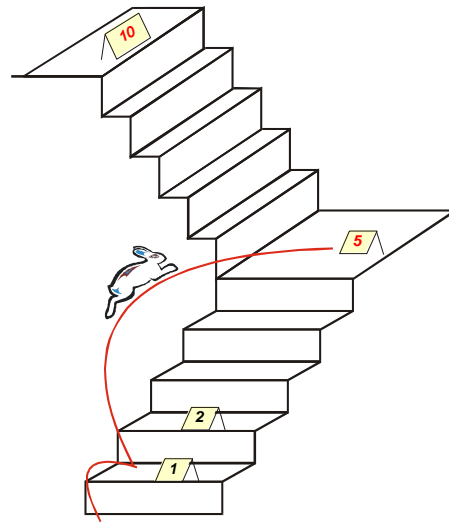
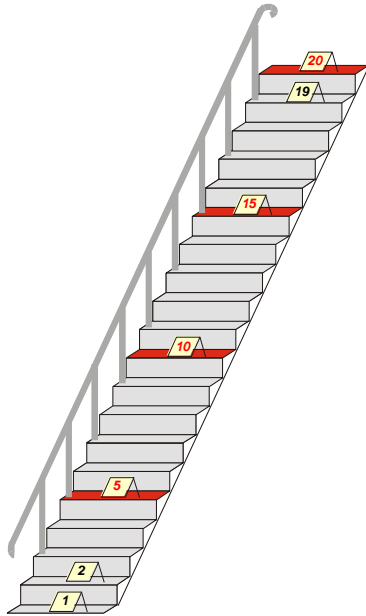
Στην αριθμογραμμή μπορούν να οργανωθούν και δραστηριότητες σύγκρισης, πρόσθεσης, αφαίρεσης και ανάλυσης των αριθμών. Τα νήπια αρχίζουν σιγά-σιγά να προβληματίζονται και να επικοινωνούν στην μαθηματική γλώσσα. Οι δραστηριότητες αυτές μπορούν να διευκολύνονται με αισθητοποίηση.

Ενώ αρχικά είχαν εκφραστεί ενδιαασμοί από τις νηπιαγωγούς για την πρόωμη χρήση της αριθμογραμμής ως διδακτικού μέσου, τα αποτελέσματα της πειραματικής εφαρμογής αξιολογήθηκαν ως θετικά. Αποδείχθηκε ότι η διατήρηση της διαρθρωμένης ακολουθίας των αριθμητικών ψηφίων μπροστά στα μάτια των νηπίων σε όλη τη διάρκεια του χρόνου συνέβαλλε στην ανάπτυξη της γλωσσικής μαθηματικής επικοινωνίας και υποβοήθησε τη βίωση της σειράς των αριθμών. Τα νήπια έμαθαν να διαβάζουν ανοδικά και καθοδικά την ακολουθία των αριθμητικών συμβόλων. Επιπλέον ήταν ένα λεξικό στο οποίο μπορούσαν να ανατρέχουν ανά πάσα στιγμή για να αναγνωρίζουν τα γραπτά αριθμητικά ψηφία και αργότερα να γράφουν τα αριθμητικά σύμβολα μέχρι το 10. Η διπλή αρίθμηση πάνω στην αριθμογραμμή αποδείχτηκε ευκολότερη από τη νοερή διπλή αρίθμηση. Ίσως η εξάσκηση στην ακολουθία των αριθμητικών ψηφίων να βοηθάει στην παράσταση της νοερής αριθμογραμμής και την συνακόλουθη επίλυση προβλημάτων με αυτήν.

4. Καταστάσεις προβληματισμού και επικοινωνίας στην αριθμοσκάλα

Όλες οι δραστηριότητες που αναφέρθηκαν για την διαρθρωμένη αριθμογραμμή μπορούν να πραγματοποιηθούν στη σκάλα. Η σκάλα είναι ένα φυσικό μέσο που αρέσει στα νήπια να την ανεβαίνουν και να την κατεβαίνουν. Έτσι ασκούνται στην ανοδική και καθοδική αρίθμηση με άμεσο και βιωματικό τρόπο. Παράλληλα μπορούν να εισαχθούν και στα τακτικά αριθμητικά: πρώτο (σκαλί), δεύτερο, τρίτο κλπ.

Στο ακόλουθο σχήμα η αριστερή σκάλα έχει τη δομή της διαρθρωμένης δεκάδας και η δεξιά σκάλα κατ' απομίμηση των δακτύλων είναι χωρισμένη σε δύο πεντάδες (το πλατύσκαλο παριστάνει το 5).



Η νηπιαγωγός υπέβαλλε στα παιδιά διάφορες ερωτήσεις και προβλήματα πάνω στην πρώτη σκάλα. Ενδεικτικά είναι τα εξής προβλήματα:

- Ένα παιδί είναι στον αριθμό 6 (στο έκτο σκαλί) και θέλει να ανεβεί δύο σκαλιά. Σε ποιον αριθμό θα φθάσει;
- Ένα άλλο παιδί βρίσκεται στον αριθμό 2 (στο δεύτερο σκαλί). Πόσα σκαλιά πρέπει να ανεβεί για να φτάσει στο 6;
- Ένα παιδί έφθασε από το 6 στο 10. Πόσα σκαλιά ανέβηκε;
- Ένα άλλο παιδί είναι στο 16. Πόσα σκαλιά θα περάσει για να ανεβεί όλη τη σκάλα;
- Ένα παιδί βρίσκεται στο 4 και θέλει να κατεβεί όλη τη σκάλα. Πόσα σκαλιά θα περάσει;

Στη δεύτερη σκάλα η νηπιαγωγός έθεσε στα νήπια το ακόλουθο πρόβλημα:

Ένας λαγός θέλει να ανεβεί στο σκαλί με την αριθμό 5 (πλατύσκαλο). Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να ανεβεί με δύο πηδήματα.

Τα νήπια ασχολήθηκαν με το παραπάνω πρόβλημα χωρισμένα σε ομάδες των τριών. Η αναπαράσταση της εν λόγω σκάλας στη σχολική τάξη επέτρεψε στα νήπια να μιμούνται τον λαγό, να βρίσκουν διάφορους τρόπους με τους οποίους μπορούσαν να πηδήσουν στο πέμπτο σκαλί με δύο μόνο πηδήματα και να τους επαληθεύουν.

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: *Ο λαγός θέλει με δύο πηδήματα να φτάσει στο πλατύσκαλο. Πόσα σκαλιά θα ανεβεί στο πρώτο και πόσα στο δεύτερο πηδήμα;*

ΚΩΣΤΑΣ: *Θα ανεβεί πρώτα δύο σκαλιά και μετά άλλα δύο.*

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: *Δηλαδή δύο και δύο κάνουν πέντε;*

ΚΩΣΤΑΣ: *Όχι δύο και δύο κάνουν τέσσερα. Θα ανεβαίνει δύο-δύο τα σκαλιά!*

Παρότι ο Κώστας γνωρίζει απέξω ότι δύο και δύο κάνουν τέσσερα ίσως από τις δικές του εμπειρίες θεωρεί ότι θα πρέπει να ανεβαίνουμε τα σκαλιά δύο-δύο. Η υπόδειξη της νηπιαγωγού για τροποποίηση της της ιδέας του τον οδηγεί στον ακόλουθο διάλογο:

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: *Μπορεί να ανεβαίνει περισσότερα από δύο σκαλιά;*

ΚΩΣΤΑΣ: *Όχι γιατί μπορεί να σπάσει κανένα πόδι!*

ΜΑΡΙΑ: *Όταν κατεβαίνει μπορεί να σπάσει το πόδι!*

Η εξέλιξη της συζήτησης οδηγεί σε απροσδόκητη κατεύθυνση με ενδιαφέρουσες μη μαθηματικές προεκτάσεις.

ΜΑΡΙΑ: *Εγώ λέω πρώτα θα ανεβεί στο δύο και μετά στο πέντε.*

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: *Τι λες Κώστα μπορείς να το κάνεις;*

Με την υποβοήθηση της νηπιαγωγού ο Κώστας φτάνει με το πρώτο πηδήμα στον αριθμό 2 και με το δεύτερο στο 5 (πλατύσκαλο).

ΜΑΡΙΑ: *Ναι! Πρώτα στο 2 και μετά στο 5.*

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: *Πόσα σκαλιά ανέβηκε κάθε φορά;*
ΜΑΡΙΑ: *Πρώτα δύο σκαλιά και ύστερα άλλα τρία.*
ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: *Ποιος θέλει να ανεβεί στη σκάλα πρώτα δύο σκαλιά και ύστερα άλλα τρία;*
ΕΛΕΝΗ: *Να «ένα, δύο» και μετά «ένα, δύο, τρία».*

Στη συνέχεια η νηπιαγωγός καλεί και άλλα νήπια να ανεβούν στη σκάλα απαριθμώντας πρώτα δύο και ύστερα τρία βήματα.

ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: *Πόσα κάνουν δύο σκαλιά και άλλα τρία;*
ΜΑΡΙΑ: *Δύο και τρία πέντε.*
ΝΗΠΙΑΓΩΓΟΣ: *Υπάρχει και άλλος τρόπος για να φτάσει ο λαγός στο πλατύσκαλο;*
ΓΙΑΝΝΗΣ: *Πρώτα τρία σκαλιά και ύστερα δύο. Αλλά πρέπει να πάρει φόρα!*

Η συζήτηση συνεχίζεται και οδηγεί στην ανεύρεση και άλλων αναλύσεων του πέντε. Στο τέλος η νηπιαγωγός συστηματοποιεί τις δημιουργικές ανακαλύψεις των νηπίων που αφορούν τις αναλύσεις του 5 και συζητά με τα νήπια τις γνωστές αναλύσεις του 3 και του 4.

Οι παρατηρήσεις μας έδειξαν ότι τα νήπια φανέρωσαν εντυπωσιακές ικανότητες στην ανάπτυξη μαθηματικών συλλογισμών. Οι προαναφερόμενες δραστηριότητες τους έδωσαν ευκαιρίες να σκέφτονται και να υπολογίζουν. Τα παιδιά άρχισαν να αναγνωρίζουν σχέσεις μεταξύ των αριθμών και να δίνουν εξηγήσεις. Ανέπτυξαν μεθόδους να εξερευνούν την πρόσθεση, την αφαίρεση και τον ελλείποντα προσθετό. Η αριθμητική μάθηση δεν στεγνώνει στην αίθουσα διδασκαλία, αλλά γίνεται για τα νήπια ένα ευχάριστο και δημιουργικό παιχνίδι.

5. Γενικές παρατηρήσεις

Τα παιδιά αρχικά εξοικειώνονται με τη σωστή εκφώνηση της προφορικής αριθμοακολουθίας, την άμεση εκτίμηση μικρών συλλογών και την απαρίθμηση συλλογών. Άμεση εκτίμηση (subitizing) είναι η γρήγορη αναγνώριση του πλήθους των αντικειμένων μιας συλλογής χωρίς προσφυγή στην απαρίθμηση. Απαρίθμηση (counting, dénombrement) είναι η συσχέτιση των αριθμήσιμων μονάδων μιας συλλογής αντικειμένων με τα αριθμητικά (αριθμολέξεις) της προφορικής ή νοερής αριθμοακολουθίας με σκοπό τον προσδιορισμό της πληθικότητας.

Η διαρθρωμένη αριθμογραμμή, οι σχηματισμοί της διαρθρωμένης εικοσάδας και η αριθμοθημοσκάλα, τονίζοντας τις ενδιάμεσες ομαδοποιήσεις της δεκάδας και της πεντάδας, αποδείχτηκαν άριστα διδακτικά μέσα για την ανάδειξη του μαθηματικού συλλογισμού των μικρών παιδιών. Στις βασικές βιωματικές καταστάσεις προβληματισμού και επικοινωνίας τα νήπια ξεκινούν από εικόνες του εξωτερικού κόσμου και με προοδευτικές αφαιρέσεις και γενικεύσεις, με τη βοήθεια ανεικονικού υλικού, προσπαθούν να διανύσουν τον δρόμο από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο, από το εικονιστικό στο παραστατικό και τελικά στο συμβολικό επίπεδο. Περνούν σταδιακά από τις πραγματικές συλλογές (τα αντικείμενα και τα δάκτυλα) και τις εικονιστικές και ανεικονικές συλλογές στα σύμβολα των αριθμών. Μεταφράζουν συλλογές σε αριθμητικά σύμβολα και αντίστροφα. Προοδευτικά η προφορική και γραπτή αριθμοακολουθία συμβάλλουν στην παραστατική και αφηρημένη αρίθμηση και στην επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης με τις ενδεικνυόμενες κάθε φορά στρατηγικές όπως: συναπαρίθμηση ή ξαναμέτρηση (counting-all, recomptage), προσαρίθμηση ή ανοδική αρίθμηση ή πανομέτρηση (counting-on, surcomptage), καθοδική αρίθμηση, διπλή ανοδική και καθοδική αρίθμηση). Με τέτοιου είδους στρατηγικές και δραστηριότητες τα μικρά παιδιά ανακαλύπτουν ενεργητικά τον κόσμο των αριθμών και των ποσοτήτων, επικοινωνούν στη μαθηματική γλώσσα και αναπτύσσουν την αριθμητική τους σκέψη.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Brissiaud R. (1989). *Comment les enfants apprennent à calculer. Au-delà de Piaget et de la théorie des ensembles*, Retz, Paris.
- ERMEL (1990), *Apprentissages numériques et résolution des problèmes, grande section de maternelle*, Hatier, Paris.
- Fayol M. (1990). *L'enfant et le nombre, du comptage à la résolution des problèmes*, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel-Paris.

- Fischer J.-P. (1981), Développement et fonctions du comptage de 3 a 6 ans, *Recherches en didactique des mathématiques*, 2-3, éditions la pensée sauvage, Grenoble.
- Fuson K.C. (1988). *Children's counting and concepts of number*, Springer-Verlang, New York.
- Gelman R., Gallistel G. R. (1978). *The children's understanding of number*, Harvard University Press, Cambridge M. A.
- Hughes M. (1986), *Children and Number*, Difficulties in learning mathematics, Blackwell, Oxford.
- INRP. (1988), *Un, deux... beaucoup, passionnément!*, les enfants et les nombres, Rencontres pédagogiques, 21, Paris.
- Kamii C.-K. (1985), *Young children reinvent arithmetic: Implication of Piaget's theory*, Teacher College Press, New York.
- Neuman D. (1987), *The origin of arithmetic skills, A phenomenographic Approach*, Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Payne J.-N., Huinker D.-M. (1993). Early number and numeration. In Jensen R. C. (ed.) *Research ideas for the classroom*, Early childhood Mathematics, pp. 43-71, Macmillan, New York.
- Piaget J., Szeminska A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel-Paris, (septième édition 1991).
- Resnick L. -B. (1983), A development theory of number understanding, in: Ginsburg H.-P.(ed) (1983), *The development of mathematical thinking*, Academic Press, New York.
- Steffe L.- P., von Glasersfeld E., Richards J., Cobb P. (1983), *Children's counting types: Philosophy, theory, and application*, Praeger Scientific, New York.
- Bruner J. (1997). *Πράξεις νοήματος*, σ. 18, μτφρ. Η. Ρόκου Γ. Καλομοίρης, Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.
- Γκλιάου Ν. (2000). Η μέθοδος Project, *Σύγχρονο νηπιαγωγείο*, 25, 14-19, Αθήνα.
- Καρούση Σ. (2000). Τα Μαθηματικά των παιδιών του νηπιαγωγείου, *Σύγχρονο νηπιαγωγείο*, 13, 20-22, Αθήνα.
- Κολέζα Ε.(2000), *Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών*, Leader Books, Αθήνα.
- Κόσυβας Γ. (2001), “*Η βιωματική διδασκαλία των αριθμητικών εννοιών στο νηπιαγωγείο-, η επίδραση της ανάλυσης των αριθμών με δακτυλικούς σχηματισμούς και άλλα εποπτικά και εκφραστικά μέσα του πολιτισμού στην ανάπτυξη της αριθμητικής σκέψης των νηπίων 5-6 χρονών*” αδημοσίευτη διδακτορική διατριβή, ΑΠΘ, ΠΣ Φλώρινας.
- Κουτσουβάνου Ε. (2000). Δραστηριότητες για την ανάπτυξη μαθηματικών εννοιών στο νηπιαγωγείο, *Σύγχρονο νηπιαγωγείο*, 13, 7-10, Αθήνα.
- Λεμονίδης Χ. (1994), *Περίπατος στη μάθηση της στοιχειώδους Αριθμητικής*, Αφοί Κυριακίδη, Θεσσαλονίκη.
- Μπούφη Α. (1995α). Αρχικές αντιλήψεις των παιδιών της πρώτης δημοτικού για τον αριθμό: Διδακτικές συνέπειες, *Ευκλείδης Γ'*, 42, 17-39, ΕΜΕ, Αθήνα.
- Ντολιοπούλου Ε. (1999), *Σύγχρονες τάσεις της προσχολικής αγωγής*, Τυπωθήτω, Αθήνα.
- Σιβροπούλου Ρ. (1999). *Η οργάνωση και ο σχεδιασμός του χώρου (νηπιαγωγείου) στο πλαίσιο του παιχνιδιού*, Πατάκης, Αθήνα.
- Τζεκάκη Μ. (1996), *Μαθηματικές δραστηριότητες για την προσχολική ηλικία*, Gutenberg, Αθήνα.
- Χρυσοφίδης Κ. (1994), *Βιωματική-επικοινωνιακή διδασκαλία, η εισαγωγή της μεθόδου Project στο σχολείο*, Gutenberg, Αθήνα.