ΒΑΡΒΑΚΕΙΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΧΝ. ΚΑΤ/ΣΗΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22-12-2010 *ΤΜΗΜΑ*: **Ζ-4**

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΓΕΩΡΓ. ΚΟΣΥΒΑΣ

Ερωτήσεις κατανόησης της θεωρίας (σωστού λάθους)

Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με σωστό ή λάθος. Να κυκλώσετε τις επιλογές σας.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ	***ΕΠΙΛΟΓΗ***
1. *Αν* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$, *τότε ισχύει ότι:* $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=+\infty$ *ή* $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=-\infty$.	**Σ** **Λ**
2. *Αν* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$ *και* $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=+\infty$ *ή* $-\infty$, *τότε το* $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\cdot g(x)\right)$ *δεν υπάρχει.*	**Σ** **Λ**
3. *Αν* $\lim\limits_{x\to x_0}\left\|f(x)\right\|=+\infty$, *τότε ισχύει ότι:* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ *ή* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty$.	**Σ** **Λ**
4. *Αν ισχύει* $f(x)\le 0$ *κοντά στο* x_0, *τότε ισχύει και* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)<0$.	**Σ** **Λ**
5. *Αν υπάρχει το* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ *και ισχύει* $f(x)>0$ *κοντά στο* x_0, *τότε ισχύει και* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>0$.	**Σ** **Λ**
6. *Αν για τη συνάρτηση* $f: A\to R$ *ισχύει* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>0$, *τότε ισχύει* $f(x_0)>0$.	**Σ** **Λ**
7. *Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν όριο στο* x_0 *και ισχύει* $f(x)<g(x)$ *κοντά στο* x_0 , *τότε ισχύει* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)<\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$.	**Σ** **Λ**
8. *Αν υπάρχει το* $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)+g(x)\right)=0$ *και είναι ίσο με* ***μηδέν,*** *τότε ισχύει:* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)+\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=0$.	**Σ** **Λ**
9. *Αν η συνάρτηση* $f:[0,+\infty]\to R$ *είναι γνησίως αύξουσα, τότε ισχύει :* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	**Σ** **Λ**
10. *Αν* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, *τότε* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.	**Σ** **Λ**
11. *Ισχύει:* $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\eta\mu x}{x}=1$ *και* $\lim\limits_{x\to+\infty} x\eta\mu\frac{1}{x}=1$.	**Σ** **Λ**
12. *Αν* $\lim\limits_{h\to 0} f(x_0+h)=\ell$, *τότε ισχύει ότι:* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\ell$.	**Σ** **Λ**
13. *Αν ισχύει* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)<0$, *τότε ισχύει και* $f(x)<0$ *κοντά στο* x_0.	**Σ** **Λ**
14. *Αν* $f(x)\le g(x)\le h(x)$ *κοντά στο* x_0 *και* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0} h(x)=\ell$ *τότε:* $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=\ell$.	**Σ** **Λ**
15. *Ισχύει:* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0}\left\|f(x)\right\|=0$.	**Σ** **Λ**
16. *Αν υπάρχει το* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ *τότε* $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[\nu]{f(x)}=\sqrt[\nu]{\lim\limits_{x\to x_0} f(x)}$, *εφόσον* $f(x)\ge 0$ *κοντά στο* x_0, *με* $\nu\in N$ *και* $\nu\ge 2$.	**Σ** **Λ**
17. *Αν* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ *ή* $-\infty$, *τότε* $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=0$.	**Σ** **Λ**
18. *Αν* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty$ *τότε ισχύει και* $f(x)<0$ *κοντά στο* x_0.	**Σ** **Λ**
19. *Ισχύει:* $\lim\limits_{x\to 0^+}\log_{\frac{1}{e}} x=-\infty$ *ή* $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x}=0$.	**Σ** **Λ**
20. *Ισχύει:* $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$ *και* $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x}=+\infty$.	**Σ** **Λ**

Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με σωστό ή λάθος. Να κυκλώσετε τις επιλογές σας.	
21. Αν η συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to R$ είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha,\beta]$, τότε είναι συνεχής και στα σημεία $x_0=\alpha$ και $x_0=\beta$.	**Σ** **Λ**
22. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι συνεχείς στο x_0, τότε η f+g είναι συνεχής στο x_0 και **αντιστρόφως**.	**Σ** **Λ**
23. Αν ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x))=+\infty$, τότε η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0.	**Σ** **Λ**
24. Αν για τη συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to R$ ισχύει $f(\alpha)>0$ και $f(\beta)<0$, τότε υπάρχει ένα τουλάχιστο $x_0\in(\alpha,\beta)$, ώστε $f(x_0)=0$.	**Σ** **Λ**
25. Αν μια συνάρτηση f δεν ικανοποιεί τις υποθέσεις του θεωρήματος του Bolzano στο $[\alpha,\beta]$, τότε δεν υπάρχει $x_0\in(\alpha,\beta)$, ώστε $f(x_0)=0$.	**Σ** **Λ**
26. Αν για τη συνεχή συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to R$ ισχύει $f(\alpha)<0$ και υπάρχει $\xi\in(\alpha,\beta)$, τέτοιο ώστε $f(\xi)=0$, τότε κατ ανάγκην $f(\beta)>0$.	**Σ** **Λ**
27. Αν για τη συνεχή συνάρτηση $f:A\to R$ ισχύει $f(\alpha)<0$ και $f(\beta)>0$, τότε υπάρχει ένα τουλάχιστο $x_0\in(\alpha,\beta)$, ώστε $f(x_0)=0$.	**Σ** **Λ**
28. Αν η συνάρτηση $f:A\to R$ είναι συνεχής, και $f(x)\neq 0$ για κάθε $x\in A$, τότε η f διατηρεί σταθερό πρόσημο στο Α.	**Σ** **Λ**
29. Αν η $f:R\to R$ είναι μια συνεχής συνάρτηση, τότε μεταξύ των ριζών της **f(x)=0**, η **f** διατηρεί σταθερό πρόσημο.	**Σ** **Λ**
30. Η εικόνα f(Δ) της διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα.	**Σ** **Λ**
31. Αν η συνάρτηση f, είναι ορισμένη στο [α, β] και συνεχής στο $(\alpha,\beta]$, τότε η f παίρνει πάντοτε στο [α, β] μια μέγιστη τιμή.	**Σ** **Λ**
32. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$, τότε το σύνολο τιμών της είναι το διάστημα $[f(\alpha),\ f(\beta)]$.	**Σ** **Λ**
33. Αν η $f:[\alpha,\beta]\to R$ είναι γνησίως φθίνουσα, τότε το σύνολο τιμών της είναι το διάστημα $[f(\beta), f(\alpha)]$.	**Σ** **Λ**
34. Αν f συνεχής στο Α=(α, β) τότε το σύνολο τιμών f(Α) της f είναι ανοιχτό διάστημα.	**Σ** **Λ**
35. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και $f(x_0)\neq 0$, τότε κοντά στο x_0 οι τιμές της f είναι ομόσημες του $f(x_0)$.	**Σ** **Λ**
36. Αν f είναι συνεχής στο Α=[α, β] τότε το σύνολο τιμών f(Α) της f είναι κλειστό διάστημα.	**Σ** **Λ**
37. Αν η συνεχής συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\to R$ δεν έχει ρίζα στο (α,β), τότε ισχύει $f(\alpha)f(\beta)\geq 0$.	**Σ** **Λ**
38. Για συνάρτηση f, ορισμένη και συνεχή στο Δ=[α, β], μπορεί να υπάρχει ρίζα στο Δ ενώ ισχύει f(α)·f(β)>0.	**Σ** **Λ**
39. Η εξίσωση συνx=x, έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο $\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$.	**Σ** **Λ**
40. Η εξίσωση $x^5+x-1=0$, έχει ακριβώς μια ρίζα στο R.	**Σ** **Λ**
41. Η συνάρτηση $f:\left[\frac{1}{e},\ e\right]\to R$ με f(x) = -lnx έχει σύνολο τιμών $[-1,\ 1]$.	**Σ** **Λ**
42. Αν η συνάρτηση f, είναι ορισμένη και συνεχής στο [α, β], τότε η f παίρνει στο [α, β] μια μέγιστη τιμή **M** και μια ελάχιστη τιμή **m**.	**Σ** **Λ**
43. Για συνάρτηση f, μη συνεχή στο Α=[α, β], μπορεί το σύνολο τιμών f(Α) της f να είναι κλειστό διάστημα.	**Σ** **Λ**