

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΓΙΑ ΤΗ ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Ποιος είναι ο σκοπός της διδασκαλίας των μαθηματικών σήμερα; Τι είδους εμπόδια και δυσκολίες θα πρέπει να αντιμετωπίσουν οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές; Τι είδους μαθηματικά θα πρέπει να διδάσκονται και πώς να διδάσκονται; Ποια είναι η επίδραση του σχεδιασμού μαθηματικών δραστηριοτήτων στην επιτυχία της διδασκαλίας; Πώς θα μπορούσαν οι καθηγητές των μαθηματικών να προωθήσουν τόσο ανοιχτές ερευνητικές δραστηριότητες όσο και δομημένα μαθήματα στην τάξη; Πώς η αξιολόγηση της διδασκαλίας θα υπηρετεί τη μάθηση όλων των μαθητών; Πώς μπορούμε να χειριστούμε τα λάθη των μαθητών μας στην τάξη; Ποιο ρόλο διαδραματίζει η Ψηφιακή Τεχνολογία;

Αυτές αποτελούν μερικές μόνο ενδεικτικές ερωτήσεις που αφορούν κατά βάση το εκπαιδευτικό έργο και δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν με την υιοθέτηση μονοδιάστατων απαντήσεων. Είναι ανάγκη οι απόψεις να διασταυρωθούν γόνιμα ανάμεσα σε όσους εμπλέκονται στη Μαθηματική Εκπαίδευση. Γι' αυτό όσα εκθέτουμε μερικές ενδεικτικές πρακτικές επισημάνσεις και σκέψεις για τη βελτίωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο. **Θα πρέπει να επισημανθεί ότι όλα όσα ακολουθούν δεν θα πρέπει να εκληφθούν ως συνταγές για γενική χρήση.**

Σκοπός της διδασκαλίας των μαθηματικών

Η διδασκαλία των μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση είναι κάτι περισσότερο από τη μετάδοση εργαλείων τεχνικών από τον εκπαιδευτικό στους μαθητές και τη μηχανική εξάσκηση των μαθητών σε αυτές. Κατά βάση θα πρέπει να αποδίδει βαρύνουσα σημασία στην ενεργητική μάθηση και τη λύση προβλημάτων παρέχοντας πλούσιες ευκαιρίες για τη διαμόρφωση μιας επιστημονικής κουλτούρας και τη γλωσσική και εννοιολογική ανάπτυξη των μαθητών. Θα πρέπει να αποβλέπει στην υπέρβαση των δυσκολιών τους και την επίτευξη μόνιμων μαθησιακών αποτελεσμάτων.

Τα μαθηματικά μορφώνουν τους μαθητές όπως και τα άλλα μαθήματα του σχολικού προγράμματος. Εκτός από την οικειοποίηση μαθηματικών εννοιών ασκούν τους μαθητές στην πρακτική της επιστημονικής μεθόδου. Οι ουσιαστικοί στόχοι των Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών των Μαθηματικών (ΑΠΣΜ) αφορούν στην προοδευτική ανάπτυξη ικανοτήτων παρατήρησης και πειραματισμού, αιτιολόγησης και απόδειξης, φαντασίας και κριτικής ανάλυσης. Η ενεργητική εμπλοκή των μαθητών σε μαθηματικές δραστηριότητες με χρήση χειραπτικών ή ψηφιακών εργαλείων και η καλλιέργεια δεξιοτήτων επικοινωνίας όπως είναι η ακρόαση, η υποστήριξη επιχειρημάτων, η ανάγνωση και η γραπτή και προφορική έκφραση έχουν προτεραιότητα στη διαμόρφωση του μελλοντικού πολίτη.

Οι μαθηματικές μέθοδοι μοντελοποίησης έχουν τη δική τους αυτονομία και βρίσκουν εφαρμογή στη λύση προβλημάτων των καθαρών Μαθηματικών. Ωστόσο, χρησιμοποιούνται και σε άλλες επιστημονικές περιοχές όπως είναι η Φυσική, η Χημεία, η Βιολογία, η Οικονομία, η Τεχνολογία, η Γεωγραφία, η Αστρονομία, η Κοινωνιολογία, κ.λπ.

Τα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών Μαθηματικών (ΑΠΣΜ)

Τα ΑΠΣΜ προδιαγράφουν έναν μακροσχεδιασμό σκιαγραφώντας τον κορμό της μαθηματικής γνώσης και τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Τα ΑΠΣΜ απευθύνονται κατά κανόνα σε στον μέσο μαθητή με μητρική γλώσσα την ελληνική. Η επίσημη διδασκαλία και μάθηση σε ετήσια βάση καλύπτεται από τα διδακτικά εγχειρίδια. Τα ΑΠΣΜ μαζί με τα έγγραφα συνοδευτικών οδηγιών για τη διαχείριση της διδακτέας ύλης αποτελούν θεμελιώδη κείμενα αναφοράς. Τα προγράμματα προδιαγράφουν τους στόχους, τα περιεχόμενα, τις δραστηριότητες, το διδακτικό υλικό και τις μεθόδους. Τα συνοδευτικά έγγραφα, εμπλουτίζουν την κατανόηση των προγραμμάτων διευκρινίζοντας επιμέρους τομείς.

Για να έχει αίσια και επιτυχή έκβαση η διδασκαλία των μαθηματικών, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να γνωρίζει αυτά τα έγγραφα, όχι μόνο για τις τάξεις που πρόκειται να διδάξει, **αλλά επίσης για τις προηγούμενες και επόμενες**. Η κατανόηση των στόχων βοηθά τον διδάσκοντα να επιλέγει τις κατάλληλες διδακτικές δραστηριότητες, αλλά και το διδακτικό και εποπτικό υλικό που ενδείκνυται για την επίτευξη των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων. Βεβαίως, έχει ελευθερία στην οργάνωση της διδασκαλίας αρκεί να ακολουθεί τις βασικές αρχές των ΑΠΣΜ. Ωστόσο, δεν πρέπει να παρασύρεται από τις προσωπικές συμπάθειες και προτιμήσεις για ορισμένες διδακτικές ενότητες, γιατί αυτό μπορεί να οδηγήσει σε στρεβλώσεις και δυσαρμονίες. Για να επιτύχει μια ισορροπημένη κάλυψη του συνόλου της διδακτέας ύλης ο καθηγητής πρέπει **να προετοιμάσει έναν δικό του ετήσιο προγραμματισμό**. Ιδιαίτερα με την εφαρμογή της ΤΡΑΠΕΖΑΣ ΘΕΜΑΤΩΝ και τον προσδιορισμό της διδακτέας-εξεταστέας ύλης στο Λύκειο ο προγραμματισμός είναι επιβεβλημένος.

Σκοπός του εν λόγω προγραμματισμού είναι ο προσδιορισμός των στόχων που αναμένεται να επιτύχουν οι μαθητές. Αποτελεί μια εξελικτική διαδικασία που προσαρμόζεται στον κάθε τύπο σχολικής μονάδας (Γυμνάσιο, Λύκειο, ΕΠΑΛ, ΕΠΑΣ, εσπερινό σχολείο) και στους συγκεκριμένους μαθητές. Εφαρμόζεται από την αρχή της σχολικής χρονιάς και εκτυλίσσεται σε πραγματικό διδακτικό χρόνο 26 περίπου εβδομάδων διδασκαλίας. Η σκιαγράφηση ενός ευέλικτου εβδομαδιαίου επιμερισμού βοηθά τον εκπαιδευτικό να προβαίνει σε αναθεωρήσεις ανάλογα με τις ανάγκες των μαθητών του. Ο εκπαιδευτικός από την αρχή του διδακτικού έτους για κάθε σχολική τάξη ή τμήμα θα πρέπει να σχεδιάσει τόσο τη μελέτη νέων μαθηματικών εννοιών όσο και την επανάληψη και εμπέδωση εννοιών που έχουν κατακτηθεί μερικώς. **Οι επαναλήψεις δεν θα πρέπει να γίνονται αποσπασματικά, αλλά να απαντούν στις ανάγκες που δημιουργούνται κατά την εξελικτική εφαρμογή του προγραμματισμού**.

Στο πλαίσιο του προγραμματισμού, ανάλογα με την ύλη κάθε τάξης, κατά τη διάρκεια του διδακτικού έτους ενσωματώνεται μια ισορροπημένη κατανομή από διαφορετικά κεφάλαια: αριθμητική και άλγεβρα, κανονικότητες και συναρτήσεις, στατιστική και πιθανότητες, ευκλείδεια και διανυσματική γεωμετρία, μιγαδικοί και ανάλυση. Συνήθως, οι επιλεγμένες

γνωστικές περιοχές δεν ολοκληρώνονται σε μια τάξη ή βαθμίδα, αλλά εξελίσσονται σε περισσότερο βάθος από τάξη σε τάξη.

Για την αποτελεσματική διδασκαλία κάθε νέας έννοιας, εισάγονται διαφορετικά πλαίσια αναπαράστασης όπως αριθμητικά, αλγεβρικά, γραφικά ή γεωμετρικά, ψηφιακά ή χειραπτικά. Η εκμάθηση της απόδειξης εξελίσσεται προοδευτικά από τις μικρότερες τάξεις του Γυμνασίου μέχρι την τελευταία τάξη του Λυκείου. Οι διαφορετικές αξιολογήσεις που γίνονται, σε σχέση με τις ανάγκες που ανιχνεύονται, τροποποιούν την εξελικτική μαθησιακή πορεία διατηρώντας τη μαθηματική συνεκτικότητα.

Ο προγραμματισμός των δραστηριοτήτων κατά τα ωριαία μαθήματα

Ο προγραμματισμός είναι σημαντικός παράγοντας της επιτυχημένης διδασκαλίας. Με τον προγραμματισμό της διδασκαλίας αυξάνεται σημαντικά τη ποιότητα και η αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας, αφού απομακρύνεται η αβεβαιότητα, η αγωνία και η ανασφάλεια, ενώ παράλληλα περιορίζονται οι δυσκολίες και ελαχιστοποιείται η πιθανότητα αποτυχίας. Ο εκπαιδευτικός που δε σχεδιάζει τη διδασκαλία του, δε μπορεί να γνωρίζει πού βαδίζει, δεν ελέγχει τη διδακτική πορεία και φυσικά δε μπορεί να αξιολογήσει την προσπάθειά του. Ο σχεδιασμός της διδασκαλίας σχετίζεται με τα εξής ερωτήματα:

- *Τι πρέπει να διδάξω σε μια συγκεκριμένη διδακτική ώρα;*
- *Πώς θα υλοποιήσω τη διδασκαλία της ύλης που επέλεξα;*
- *Πώς θα βεβαιωθώ ότι πέτυχα στη διδασκαλία μου;*

Πολλοί εκπαιδευτικοί προετοιμάζουν ένα καλά καταστρωμένο σχέδιο για την οργάνωση της ωριαίας διδασκαλίας. Ορισμένοι απλώς καταγράφουν τους στόχους που πρέπει να πετύχουν οι μαθητές τους ή γράφουν σε ένα σημειωματάριο 4-5 ασκήσεις που θα εκθέσουν στον πίνακα, άλλοι γράφουν τις ουσιαστικές ερωτήσεις που θα υποβάλουν σε αυτούς, άλλοι προετοιμάζουν φύλλα εργασίας με τα οποία θα εργαστούν οι μαθητές τους, ενώ άλλοι έχουν όλο το σχέδιο στο μυαλό τους. Όταν τα μαθήματα είναι μελετημένα με προσοχή ο διδάσκων αισθάνεται ασφάλεια και στρέφει την προσοχή του στις στρατηγικές και τους συλλογισμούς των μαθητών. Οι μαθητές αντιλαμβάνονται το αίσθημα ασφάλειας που μεταδίδεται αδιόρατα και έτσι ενισχύεται η αυτοπεποίθησή τους. Με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού πιστεύουν ότι θα υπερνικήσουν τα εμπόδια και της δυσχέρειας και θα φτάσουν στο στόχο της διδασκαλίας που θα έχουν πια κάνει δικό τους στόχο μάθησης.

Ο σχεδιασμός των μαθηματικών δραστηριοτήτων στην τάξη

Πριν από κάθε μάθημα, ο καθηγητής προσδιορίζει με σαφήνεια τους στόχους του μαθήματος. Ακριβείς μαθησιακοί στόχοι απαντούν σε ερωτήματα όπως τα ακόλουθα:

- *Τι πρέπει να μάθουν οι μαθητές;*
- *Τι πρέπει να αποκτήσουν, με όρους γνώσεων, ικανοτήτων και μεθόδων;*
- *Τι αναμένεται να αποκομίσουν;*
- *Κατέχουν οι μαθητές τις αναγκαίες προαπαιτούμενες γνώσεις;*

Κατ' αρχάς ο καθηγητής εντοπίζει τις πρότερες γνώσεις των μαθητών και αξιολογεί το βαθμό κατοχής τους. Μελετά συστηματικά τη μαθηματική ύλη που θα διδάξει. Δεν περιορίζεται στο διδακτικό εγχειρίδιο των μαθητών, αλλά μελετά πολλαπλά σύγχρονα βιβλία, η άλλες πληροφορίες που αντλεί από έγκυρες ηλεκτρονικές πηγές. Μερικά ακόμα ερωτήματα:

- Πώς το αντικείμενο διδασκαλίας θα προκαλέσει απορία και έκπληξη στους μαθητές;
- Πώς οι μαθηματικές έννοιες θα γίνουν ενδιαφέροντα προβλήματα, δραστηριότητες ή ερωτήματα που θα συναρπάσουν τους μαθητές;
- Πώς ο εκπαιδευτικός θα επινοήσει σημαντικές μαθηματικές δραστηριότητες που έχουν νόημα για τους μαθητές;
- Με ποια σειρά θα τις διαρθρώσει σε ένα ωριαίο μάθημα;

Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να προσελκύσει το ενδιαφέρον των μαθητών και να δώσει στο διδακτικό υλικό την κατάλληλη μορφή χωρίς να το παραμορφώσει. Συνήθως η ωριαία διδασκαλία δομείται σε δραστηριότητες. Οι δραστηριότητες αποτελούν καταστάσεις προβληματισμού που πηγάζουν από τις εσωτερικές ανάγκες των μαθητών και προωθούν την ενεργητική ανακάλυψη. **Μια δραστηριότητα είναι καλή όταν έχει ξεκάθαρο και εφικτό στόχο και αποτελεί για τους μαθητές πρόκληση για σκέψη και διερεύνηση.** Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να συνδυάσει την κάλυψη της ύλης του ΑΠΣΜ με την ενσωμάτωση κατάλληλων δραστηριοτήτων στην καθημερινή διδασκαλία του. Με τις ανανεωμένες διδακτικές πρακτικές του παρέχει επαρκή χρόνο στους μαθητές του για να εξερευνήσουν προβλήματα και να σκεφτούν τις λύσεις των δραστηριοτήτων, τις οποίες θα συζητήσουν σε ολόκληρη την τάξη. Λαμβάνει ποικίλες αποφάσεις για τα ουσιώδη στοιχεία της διδασκαλίας, την οργάνωση της τάξης, την αξιολόγηση. Κατανέμει τον διαθέσιμο χρόνο με βάση τη δυσκολία και τη σπουδαιότητα των εννοιών, επιλέγει τις διδακτικές δραστηριότητες για την εισαγωγή νέων εννοιών στην τάξη, **προβλέπει χρόνο για να σκεφτούν και να γράψουν οι μαθητές στα τετράδιά τους, αλλά και χρόνο για ανταλλαγή επιχειρημάτων σε ολόκληρη την τάξη,** επιλέγει ασκήσεις και προβλήματα που γίνονται μέσα στην τάξη ή στο σπίτι. Οι διδακτικές δραστηριότητες θα πρέπει να έχουν λογική αλληλουχία και εσωτερική συνοχή. Η σχεδίαση της διδασκαλίας είναι χρήσιμη, αρκεί να μην προδιαγράφει βήμα προς βήμα κατά τρόπο αμετάκλητο τη διαμόρφωση και τη διεξαγωγή της.

Κάθε μάθημα οργανώνεται πάνω σε λίγους μαθησιακούς στόχους, αλλά καλά μελετημένους και διατυπωμένους και προπάντων πραγματοποιήσιμους. Με την εκ των προτέρων ανάλυση (a priori) της διδασκαλίας ο εκπαιδευτικός φαντάζεται τις πιθανές αντιδράσεις των μαθητών του και τις συνυπολογίζει στο σχεδιασμό των δραστηριοτήτων του. Η ανάλυση που γίνεται μετά τη διδασκαλία (a posteriori) επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να ξέρει σε πιο βαθμό έχουν επιτευχθεί οι στόχοι. Γι' αυτό, συγκεντρώνει πραγματικά δεδομένα για τις παρεμβάσεις των μαθητών, τη φύση των απαντήσεών τους, το βαθμό επιτυχίας των δραστηριοτήτων. **Μπορεί έτσι να στοχαστεί τις δυσκολίες που συναντούν οι μαθητές, τις αιτίες τους, και να προσδιορίσει, εάν είναι απαραίτητο, τα σημεία στα οποία θα πρέπει να επανέλθει.** Επιπλέον εξετάζει με κριτικό βλέμμα τις ενέργειές του, τα

μέτρα που έλαβε και τα μέσα που χρησιμοποίησε σε σχέση με τους διδακτικούς του στόχους.

Οι καθημερινές γραπτές εργασίες των μαθητών μπορεί να είναι ατομικές ή συνεργατικές (κατά ζεύγη ή σε τετραμελείς ομάδες). Ο εκπαιδευτικός θέτει την εκφώνηση (πρόβλημα, άσκηση, ορισμός, θεώρημα, ιδιότητα, κ.λπ.) και καθορίζει το πλαίσιο δράσης των μαθητών (χρόνος, μορφές οργάνωσης της τάξης). Τα αποτελέσματα εκτίθενται στην ολομέλεια της τάξης από επιλεγμένους μαθητές και συχνά θα πρέπει **να αιτιολογηθούν με μια απόδειξη**. Διευκρινίζεται επίσης ο ιδιαίτερος τύπος της εργασίας που αναλαμβάνουν (δραστηριότητα εισαγωγής, άσκηση εφαρμογής, εικασία, εξάσκηση σε διαδικασία). Τα τετράδια στα οποία οι μαθητές γράφουν τις διάφορες εργασίες στην τάξη ή στο σπίτι αποτελούν αντικείμενο συστηματικής προσοχής και παρακολούθησης από τον εκπαιδευτικό. Αποτελούν πραγματικά εργαλεία για τη βελτίωση των ικανοτήτων των μαθητών.

Ο διδάσκων είναι χρήσιμο να κρατά **ημερολόγιο** όπου θα καταγράφει σε τακτική βάση τις μαθησιακές δραστηριότητες κάθε τάξης ή τμήματος. Μετά από κάθε μάθημα σημειώνει σύντομα τις ικανότητες που απέκτησαν οι μαθητές και την εργασία που θα πρέπει πραγματοποιηθεί στο επόμενο μάθημα. Σε εύθετο χρόνο ο εκπαιδευτικός προβαίνει σε **σχόλια αυτοαξιολόγησης** των μαθησιακών στόχων του συγκεκριμένου μαθήματος ή μιας μικρής ομάδας μαθημάτων. Μπορεί να αναφερθεί στους επιμέρους μικροσχεδιασμούς των μαθησιακών δραστηριοτήτων, τη συνοχή των δραστηριοτήτων στο ωριαίο μάθημα, στη μαθησιακή έμφαση, την απόσταση γνωστού-άγνωστου και την αναμόρφωση των στόχων.

Ο προγραμματισμός έχει βαρύνουσα σημασία για την απόδοση της τάξης. Όμως δεν είναι δυνατόν να προβλεφθούν όλες οι δυσκολίες που θα συναντήσει ο εκπαιδευτικός σε κάθε ημερήσιο μάθημα. **Γι' αυτό θα πρέπει να είναι έτοιμος να παίρνει αποφάσεις που τροποποιούν τον αρχικό σχεδιασμό του**. Ο τρόπος με τον οποίο κάθε εκπαιδευτικός αντιμετωπίζει τις απρόβλεπτες καταστάσεις είναι μοναδικός.

Η εκτύλιξη των μαθημάτων στην τάξη

Τα μαθήματα στην τάξη αναλύονται γενικά ως ακολούθως: η διόρθωση των ασκήσεων που οι μαθητές έκαναν στο σπίτι τους θα πρέπει να επιτρέπει την κατανόηση των λαθών και τη σύγκριση διαφορετικών λύσεων. Κατά κανόνα συστήνεται να μην υπερβαίνει τα 15 λεπτά. Η διδασκαλία του νέου μαθήματος απαιτεί την επιλογή κατάλληλων μαθηματικών δραστηριοτήτων. Είναι πιθανό το ωριαίο μάθημα να οργανωθεί με βάση Ατομικά Φύλλα Εργασίας, με τα οποία επιδιώκεται κυρίως η προσωπική εμπλοκή των μαθητών. **Συστήνεται αντί του παραδοσιακού μεταδοτικού μοντέλου να προτιμώνται διερευνητικές προσεγγίσεις της διδασκαλίας και της μάθησης των Μαθηματικών**. Η δραστηριότητα ανακάλυψης που εισάγει μια νέα έννοια ή ιδιότητα, μπορεί να ακολουθείται από μια απόδειξη ή μια άσκηση άμεσης εφαρμογής. Είναι ενδεχόμενο η κατάσταση προβληματισμού για την εισαγωγή της νέας έννοιας να έγινε στο προηγούμενο μάθημα. Σ' αυτή την περίπτωση η μελέτη της συνεχίζεται κατά το επόμενο μάθημα. Η σύνθεση γίνεται με τη συμμετοχή των μαθητών που σημειώνουν στο τετράδιό τους τα ουσιώδη σημεία των

μαθημάτων. Είναι σημαντικό να προσδιοριστεί η φύση των αποτελεσμάτων (υπολογισμοί, εικασίες, καθιέρωση αποδείξεων).

Τα μαθήματα ασκήσεων μπορεί να περιλαμβάνουν ατομικές εργασίες (ασκήσεις προοδευτικές, διαφοροποιημένες), συνεργατικές φάσεις και συζήτηση των κοινών εργασιών σε ολόκληρη την τάξη, ακόμη και χρήση υπολογιστών. Στις ασκήσεις, σε αντιδιαστολή προς τα προβλήματα, οι μαθητές έχουν ήδη οικειοποιηθεί τον κανόνα ή τη μέθοδο και καλούνται απλώς να κάνουν εφαρμογή.

Οι διορθώσεις των εργασιών που ανατέθηκαν αρχίζουν με μια γενική ανασκόπηση του εκπαιδευτικού και εξελίσσεται σε μια εποικοδομητική ανταλλαγή επιχειρημάτων πάνω στα βασικά λάθη που παρατηρήθηκαν. Η εξαντλητική διόρθωση δεν είναι απαραίτητη. Η διδακτική αξιοποίηση μιας άσκησης που προκάλεσε σύγχυση ή παρανόηση, ή άλλης παρόμοιας, είναι συχνά αποτελεσματική. Κάθε μαθητής θα πρέπει να συμμετέχει ενεργά κατά τη διάρκεια της διόρθωσης.

Οι ανασκοπήσεις κεφαλαίων ή μεγάλων ενοτήτων, η εξατομικευμένη βοήθεια και οι επαναλήψεις καλύπτουν αδήριτες παιδαγωγικές αναγκαιότητες. Μπορεί να αποβλέπουν στην επίτευξη του ίδιου στόχου για όλους τους μαθητές ή να υπάρχει διαφοροποίηση. Στη δεύτερη περίπτωση, όπου οι τάξεις παρουσιάζουν μεγάλη ανομοιογένεια με έντονες γνωστικές διαφορές, αξιοποιούνται διαφορετικοί ρυθμοί και μέθοδοι μάθησης. Οι μαθηματικές δραστηριότητες πρέπει να συνταιριάζουν στις μορφές οργάνωσης της τάξης: μια εργασία σε μικρές ομάδες που συγκροτήθηκαν με βάση τις ανάγκες των μαθητών ενισχύει την αυτοπεποίθηση, ενθαρρύνει την αλληλοβοήθεια και βοηθά στην υποστήριξη θέσεων κατά τη μαθηματική συζήτηση σε ολόκληρη την τάξη. Αναμφίβολα, διευκολύνει την κατανόηση των λαθών και την οικειοποίηση των μεθόδων. Η απαίτηση γραπτής εργασίας (ατομικής ή κοινής) επιτρέπει στον καθηγητή να εκτιμήσει την εξέλιξη της ομαδικής δράσης και να κρίνει τη σκοπιμότητα συνέχισης της υποστήριξης. Για να εμπλέξουμε ενεργά τους αδύνατους μαθητές και να τους βοηθήσουμε να προοδεύσουν στη μάθησή τους, είναι απαραίτητο να τους αναθέτουμε τακτικά γραπτές εργασίες μετρίου μεγέθους συνδυασμένες με πιθανή βοήθεια στο επόμενο μάθημα. Ο ακόλουθος έλεγχος αξιοποιεί την εξατομικευμένη εργασία και έχει ευεργετικά αποτελέσματα στη βαθύτερη κατανόηση.

Η εργασία των μαθητών

Οι εργασίες και οι ασκήσεις των μαθητών αποβλέπουν στην εμπέδωση, σταθεροποίηση και εφαρμογή των μαθηματικών γνώσεων. Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να αποφύγει την άχαρη επανάληψη πανομοιότυπων ασκήσεων. Επιπλέον, καλείται ο ίδιος να δώσει απαντήσεις σχετικά με την ποιότητα, την ποσότητα και την κλιμάκωση των γνωστικών απαιτήσεων που θα ανατεθούν ως εργασίες στην τάξη ή θα δοθούν ως κατ' οίκον εργασίες.

Εργασία στην τάξη

Οι μαθητές πρέπει να είναι ενεργητικοί. Για να τους ασκήσουμε στη διερεύνηση, τις διεργασίες διατύπωσης εικασιών, αιτιολόγησης και απόδειξης, τη γραπτή ή προφορική

έκφραση, εναλλάσσουμε ατομικές εργασίες προσωπικής έρευνας με συλλογικές εργασίες. Τόσο οι μέθοδοι εργασίας των μαθητών όσο και ο βαθμός καθοδήγησης ποικίλουν.

Οι κατ' οίκον εργασίες

Η αυτόνομη εργασία στο σπίτι ισχυροποιεί τη **μαθηματική αυτοπεποίθηση** των μαθητών, εφόσον βεβαίως αυτοί εργάζονται μόνοι τους και τα καταφέρνουν χωρίς την καθοδήγηση άλλων. Ωστόσο το «λυσάρι» και το φροντιστήριο καλλιεργούν στους περισσότερους μαθητές την πεποίθηση ότι δεν μπορούν ποτέ να τα καταφέρουν μόνοι τους, γι' αυτό χρειάζονται «πατερίτσες». Έτσι οι μαθητές χάνουν την εμπιστοσύνη στις δικές τους δυνάμεις και βρίσκονται σε διαρκή εξάρτηση.

Οι κατ' οίκον εργασίες συνήθως δεν αξιολογούνται, μπορούν όμως να ελέγχονται sporadικά τα τετράδια των μαθητών. Στο επόμενο μάθημα μπορεί να γίνει επιλεκτική διόρθωση μερικών χαρακτηριστικών ασκήσεων που ανατέθηκαν για το σπίτι. Είναι καλύτερα αντί να λύνουν οι εκπαιδευτικοί τις ασκήσεις στον πίνακα, να επιμένουν στη γραπτή έκφραση των συλλογισμών των μαθητών και τη **μαθηματική συζήτηση** σε ολόκληρη την τάξη.

Κάθε μάθημα εστιάζει σε μια ατομική εργασία των μαθητών: κατοχή του μαθήματος, ασκήσεις άμεσης εφαρμογής, εκβάθυνση, έρευνα... Μεγαλύτερες εργασίες που γράφουν σε φύλλα εργασίας κατά τον ελεύθερο χρόνο δίνονται επίσης τακτικά, κατά μέσον όρο μία το δεκαπενθήμερο. Αυτές οι εργασίες είναι λογικής έκτασης αναφέρονται στις γνώσεις που απέκτησαν πρόσφατα ή σταθεροποιούν προηγούμενες γνώσεις. Επιτρέπουν στους μαθητές να αναπτύξουν τις ικανότητές τους, να επιλύσουν ένα πρόβλημα και να γράψουν μια προσωπική λύση. Ενδεχομένως μπορούν να διαφοροποιηθούν ανάλογα με το βαθμό ετερογένειας της τάξης.

Η αξιολόγηση για τη μάθηση

Η παραδοσιακού τύπου προφορική εξέταση αποτελεί εργαλείο πειθαρχικού ελέγχου, που μεταθέτει χρονικά τη διαπίστωση της επίτευξης των μαθησιακών στόχων για τις προσεχείς ημέρες στρεβλώνοντας την παιδαγωγική αυτοτέλεια του ωριαίου μαθήματος. Η πρόταξη της εξέτασης του προηγούμενου μαθήματος έχει νόημα μόνο στην περίπτωση που ο εκπαιδευτικός επιδιώκει να βοηθήσει τους μαθητές να αξιοποιήσουν τις προαπαιτούμενες γνώσεις και τα προϋπάρχοντα γνωστικά σχήματα στην οικοδόμηση και επεξεργασία του νέου μαθήματος.

Η βαθμολογία του πρώτου τριμήνου για το Γυμνάσιο και του πρώτου τετραμήνου για το Λύκειο δεν θα πρέπει να βασίζεται μόνο στο υποχρεωτικό γραπτό ωριαίο διαγώνισμα. Κατά βάση οι γραπτές εξεταστικές δοκιμασίες αξιολογούν περισσότερο την ικανότητα απομνημόνευσης των μαθητών και λιγότερο την κριτική και δημιουργική σκέψη. Ωστόσο, υπάρχουν μαθητές οι οποίοι κατανοούν τις μαθηματικές έννοιες, αλλά επειδή δυσκολεύονται στην απομνημόνευση, αποτυγχάνουν στις εξετάσεις. Ακόμα κι αν οι εκπαιδευτικοί για να βάλουν τον τελικό βαθμό στηρίζονται κυρίως στις γραπτές δοκιμασίες δεν θα πρέπει να διαγράφουν τον πλούτο των έγκυρων πληροφοριών, οι οποίες αντλούνται

σε όλες τις φάσεις της καθημερινής διδασκαλίας αποτυπώνοντας την αληθινή εικόνα των μαθητών της τάξης. **Η συγκέντρωση δεδομένων αξιολόγησης τόσο με ανεπίσημη παρατήρηση όσο και με οργανωμένο τρόπο είναι πραγματικός θησαυρός για τη βελτίωση της μάθησης.** Καθώς ο μαθητής λύνει μια άσκηση και αιτιολογεί τα αποτελέσματα, αποκαλύπτει τις πραγματικές γνώσεις του ή τις παρανοήσεις του και ο διδάσκων αποσπά χρήσιμες πληροφορίες.

Η αξιολόγηση δεν ταυτίζεται με τη βαθμολόγηση, αλλά αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της μαθησιακής διαδικασίας. Η αξιολόγηση είναι διαρκής και καθημερινή και έχει κατά βάση διαμορφωτικό χαρακτήρα. Σύμφωνα με τη σχετική βιβλιογραφία, η **διαμορφωτική αξιολόγηση** διακρίνεται από την αθροιστική και βοηθά τους εκπαιδευτικούς να λαμβάνουν αποφάσεις για τη μάθηση των μαθητών και για την αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας τους. Ανάμεσα στα πιο δημοφιλή μοντέλα διαμορφωτικής αξιολόγησης είναι η **Αξιολόγηση για τη Μάθηση**. Η διαμορφωτική αξιολόγηση αποτελεί σπουδαίο μέσον άντλησης πληροφοριών για τη βελτίωση της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών.

Οι τεχνικές αξιολόγησης των μαθητών δεν εξαντλούνται στις καθιερωμένες γραπτές δοκιμασίες (ολιγόλεπτα τεστ ή ωριαία διαγωνίσματα). Μπορούν να επεκτείνονται σε ποικίλες εναλλακτικές μορφές αξιολόγησης όπως είναι η παρατήρηση, ο φάκελος εργασιών, το ημερολόγιο, η αυτοαξιολόγηση, η συνέντευξη, η ομαδοσυνεργατική λύση προβλημάτων στην τάξη και οι συνθετικές εργασίες.

Τόσο οι προγραμματισμένες τυπικές δοκιμασίες (π.χ. μία γραπτή εξέταση για κάθε κεφάλαιο), όσο και τα ολιγόλεπτα τεστ ή οι άτυπες μορφές αξιολόγησης αποτελούν πολύτιμες πηγές που πληροφορούν τον εκπαιδευτικό για την εκάστοτε γνωστική κατάσταση του κάθε μαθητή. Οι μαθητές συγκρίνονται συνεχώς τόσο με το προηγούμενο γνωστικό τους επίπεδο όσο και με τις απαιτούμενες ικανότητες που πρέπει να κατακτήσουν. Ανάλογα με την περίπτωση λαμβάνονται **αποφάσεις για εξατομικευμένη υποστήριξη ή για ένταξη ορισμένων μαθητών σε ομάδες συλλογικής βοήθειας** (Ενισχυτική Διδασκαλία, Πρόσθετη Διδακτική στήριξη).

Οι παρατηρήσεις του εκπαιδευτικού πάνω στις διάφορες γραπτές δοκιμασίες **θα πρέπει να εξατομικεύονται** για να βοηθούν όλους τους μαθητές να συνειδητοποιούν τις επιτυχίες και τις δυσκολίες τους. Οι διαπιστώσεις που γίνονται κατά τη διόρθωση των γραπτών δοκιμασιών επιτρέπουν στον εκπαιδευτικό να σχεδιάσει τον απολογισμό της δοκιμασίας. Χωρίς να κάνει απαραίτητως εξαντλητική διόρθωση, αναπτύσσει κάποια λεπτά σημεία που συνδέονται με αρκετά λάθη. Παρότι δεν συνηθίζεται στην ελληνική εκπαιδευτική κουλτούρα είναι χρήσιμο οι διορθωμένες γραπτές δοκιμασίες να παραδίδονται και να φυλάσσονται από τους μαθητές. Οι μαθητές μπορούν να τις τοποθετούν αριθμημένες ή χρονολογημένες στον ατομικό τους φάκελο και να τις διατηρούν όλη τη χρονιά.

Στον τομέα της αξιολόγησης, η **συνεργασία** ανάμεσα στους καθηγητές της ειδικότητας είναι επιβεβλημένη. Οι μαθηματικοί του σχολείου ως ομάδα μπορούν να επεξεργάζονται κοινά θέματα γραπτών δοκιμασιών, να εναρμονίζουν τον προγραμματισμό της διδασκαλίας

και της αξιολόγησης, να καθορίζουν προδιαγραφές και κριτήρια για την αξιολόγηση, να ανταλλάσσουν ιδέες πάνω στις πρακτικές τους.

Τεχνολογίες Πληροφοριών και Επικοινωνιών (ΤΠΕ) και διδασκαλία των Μαθηματικών

Η χρήση λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας προσφέρεται για τη διδασκαλία πολλών εννοιών. Επομένως εντάσσεται λειτουργικά στο μάθημα. Η μέθοδος της επίδειξης σε ολόκληρη την τάξη με ένα σύστημα προβολής (διαδραστικός πίνακας) επιτρέπει στον εκπαιδευτικό σε μερικά λεπτά να παρουσιάσει ποικιλία παραδειγμάτων βοηθώντας τους μαθητές να διατυπώσουν εικασίες, αντιπαραδείγματα και νοερές εικόνες. Είναι εφικτή και εμπλουτίζει το μάθημα. **Όταν υπάρχουν οι απαραίτητες προϋποθέσεις οι μαθητές εργάζονται ανά δύο στο εργαστήριο υπολογιστών.** Ο νέος ρόλος του εκπαιδευτικού σε ένα τέτοιο σκηνικό είναι ο σχεδιασμός διδακτικών καταστάσεων και επιλογής πρόσφορου λογισμικού. Τα **μικροσενάρια και μικροπειράματα** της ηλεκτρονικής πλατφόρμας του ψηφιακού σχολείου μπορούν να τροποποιούνται από τους εκπαιδευτικούς και να αξιοποιούνται σύμφωνα με τις ανάγκες της εκάστοτε διδασκαλίας.

Επιπλέον, οι μαθητές πρέπει να ασκηθούν να χρησιμοποιούν με συνετό τρόπο την αριθμομηχανή, σύμφωνα με τις οδηγίες του εκπαιδευτικού.

Ο συντονισμός των εκπαιδευτικών

Διεπιστημονική συνεργασία: Τα καινοτόμα προγράμματα και οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες δεν προσβλέπουν άμεσα στην επαγγελματική και ακαδημαϊκή ζωή, έχουν όμως ξεχωριστή συμβολή στην ολόπλευρη ανάπτυξη όλων των μαθητών (π.χ. στήριξη των πολλά υποσχόμενων και ταλαντούχων μαθητών, ικανοποίηση καλλιτεχνικών κλίσεων, τεχνικών δεξιοτήτων, ανάπτυξη της κριτικής στάσης των μαθητών σε σύγχρονα κοινωνικά ή επιστημονικά φαινόμενα, κ.λπ.). Στα πλεονεκτήματα συγκαταλέγονται η κοινωνικοποίηση των μαθητών σε ένα ανοιχτό συμμετοχικό πλαίσιο, ο σχηματισμός άτυπων εστιών έμπρακτης αμφισβήτησης της παντοδυναμίας της διδακτέας ύλης και ανατροπής της ομοιόμορφης σχολικής ρουτίνας που συνήθως προκαλεί ανία στους μαθητές, η τόνωση εσωτερικών κίνητρων και η ευελιξία εφαρμογής. Η διδασκαλία των μαθηματικών δεν περιορίζεται στο περιεχόμενο των προγραμμάτων της επιστήμης. Εγγράφεται σε ένα διεπιστημονικό πλαίσιο. Οι διαθεματικές ή συνθετικές εργασίες στο Γυμνάσιο και οι Ερευνητικές Εργασίες στο Λύκειο προωθούνται με τη γόνιμη διεπιστημονική συνεργασία εκπαιδευτικών διαφορετικών κλάδων. Έτσι τα Μαθηματικά εντάσσονται στις αναζητήσεις και τα ενδιαφέροντα των διδακτικών ομάδων της σχολικής μονάδας.

Ομάδα εργασίας μαθηματικών του σχολείου: Ο σχεδιασμός διδακτικών δραστηριοτήτων δεν θα πρέπει να είναι μονοπωλιακός, αλλά να περνά μέσα από το κόσμιο της ομαδικότητας και της συνεργασίας. Η εναρμόνιση της διδασκαλίας και αξιολόγησης ανάμεσα στους εκπαιδευτικούς που εργάζονται στην ίδια σχολική μονάδα είναι ο βασικός σκοπός της ύπαρξης και λειτουργίας της ομάδας εργασίας μαθηματικών του σχολείου. Στις επιδιώξεις των τακτικών συναντήσεων της ομάδας μπορεί να συμπεριληφθεί η επεξεργασία

προγραμμάτων ενδοσχολικής επιμόρφωσης και ο κοινός σχεδιασμός διερευνητικών δραστηριοτήτων στο επίπεδο του σχολείου. Οι μάχιμοι εκπαιδευτικοί έχουν επίγνωση της ανθρωπογεωγραφίας των σχολικών τάξεων, στην ανάλογη βαθμίδα. Κατά βάση ο συστηματικός σχεδιασμός των καινοτομικών μαθησιακών δραστηριοτήτων και η οργάνωση της δράσης θα πρέπει να αποτελεί προϊόν μελετημένης μακροχρόνιας συνεπεξεργασίας από ομάδες συνεργαζόμενων εκπαιδευτικών της ειδικότητας με την πιθανή συνεισφορά πανεπιστημιακών και σχολικών συμβούλων. Αντί οι μεμονωμένοι εκπαιδευτικοί να συμπαρασύρουν τους μαθητές τους σε αποκλειστικά ατομικούς δρόμους, ανταλλάσσουν σκέψεις και εμπειρίες με τους συναδέλφους τους και λαμβάνουν κοινές αποφάσεις σε θέματα όπως τα ακόλουθα: διδακτικό υλικό, σχέδια μαθήματος, σύνδεση με άλλα γνωστικά αντικείμενα, πρόσφορες ενεργητικές μέθοδοι μάθησης (ομαδοσυνεργατικές, διερευνητικές, βιωματικές), σύγχρονα εποπτικά μέσα, αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών στη σχολική τάξη, χρήση ηλεκτρονικών βιβλιοθηκών, αξιολόγηση του μαθητή, διάγνωση δυσκολιών στη διδασκαλία και κατανόηση των εννοιών, επινόηση μεθόδων για διαφορετικά επίπεδα ικανοτήτων, διαχείριση του διδακτικού χρόνου, ανάρτηση μαθησιακών δραστηριοτήτων στο διαδίκτυο κ.λπ. Τίποτε δεν θα πρέπει να μένει ανεξέταστο από την ομάδα. Στο πλαίσιο ενός «οργανισμού που μαθαίνει», η εποικοδομητική συνεργασία των εκπαιδευτικών είναι το μεγάλο ζητούμενο για την αυτοβελτίωση του παραγόμενου μαθησιακού έργου στις σχολικές τάξεις.

Ο συμβουλευτικός ιστότοπος για τη διδασκαλία των μαθηματικών

Ο εν λόγω ιστότοπος αποβλέπει στην ανάπτυξη προβληματισμού, συνεργασίας και επικοινωνίας του Σχολικού Συμβούλου με τους εκπαιδευτικούς για την πρακτική της διδασκαλίας των Μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Στην Εκπαιδευτική Κοινότητα των χρηστών παρέχεται πλήρης ελευθερία για ανάγνωση και «ιατέβασμα» αρχείων. Θα ενημερώνεται τακτικά παρέχοντας χρήσιμες πληροφορίες για τον ετήσιο προγραμματισμό των μαθημάτων και συνεισφέροντας με τον τρόπο του στη βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης. **Πάνω απ' όλα δεν παρέχει εντολές προς ομοιόμορφη χρήση, αφού δεν υπάρχουν τέτοιου είδους συνταγές.**