

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 7 ΙΟΥΛΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ 1ο

- A. Να δείξετε ότι για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A και A' ενός δειγματικού χώρου, ισχύει

$$P(A')=1-P(A)$$

Μονάδες 9

- B. α. Έστω μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A. Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$;

Μονάδες 3

- β. Αν t_1, t_2, \dots, t_n είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X σε δείγμα μεγέθους n, να ορίσετε τη μέση τιμή \bar{x} των παρατηρήσεων.

Μονάδες 3

- Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Αν η συνάρτηση f έχει στο x_0 όριο έναν πραγματικό αριθμό l , δηλαδή αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ τότε για κάθε

φυσικό αριθμό n μεγαλύτερο του 1 θα ισχύει
$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^n = n l^{n-1}$$

Μονάδες 2

- β. Για τη συνάρτηση $f(x) = e^x$, $x \in \mathbb{R}$, ισχύει $f'(x) = e^x$

Μονάδες 2

- γ. Η διάμεσος ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι η τιμή για την οποία το πολύ 50% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες από αυτήν και το πολύ 50% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες από την τιμή αυτήν.

Μονάδες 2

- δ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων για ένα χαρακτηριστικό είναι κανονική ή περίπου κανονική με τυπική απόκλιση s και εύρος R, τότε ισχύει $s \approx \delta R$

Μονάδες 2

- ε. Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης λέγεται βέβαιο ενδεχόμενο.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 - 8$, όπου a ένας πραγματικός αριθμός.

- α. Αν $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -7$, να βρεθεί η τιμή του a

Μονάδες 5

- β. Έστω $a=1$

- i. Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2}$

Μονάδες 10

- ii. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο με τετμημένη $x_0 = 2$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω x_1, x_2, x_3, x_4 οι τιμές μιας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους $n=72$ με αντίστοιχες (απόλυτες) συχνότητες v_1, v_2, v_3, v_4 , όπου $v_4 = 3v_3$. Δίνεται επίσης ότι τα τόξα του κυκλικού διαγράμματος συχνοτήτων που αντιστοιχούν στις τιμές x_1 και x_2 είναι αντίστοιχα 50° και 30° .

α. Να βρεθούν οι συχνότητες $v_i, i=1,2,3,4$

Μονάδες 10

β. Να βρεθούν τα τόξα που αντιστοιχούν στις τιμές x_3 και x_4

Μονάδες 8

γ. Δίνεται ότι $x_1 < -7, x_2 = -7, x_3 = 3$, και $x_4 > 3$. Να δειχθεί ότι

$$10R + 72\bar{x} = 52\delta$$

όπου R, \bar{x}, δ είναι αντίστοιχα το εύρος, η μέση τιμή και η διάμεσος των παρατηρήσεων.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = v^3x + \frac{4}{x^2}$, $x \in (0,1)$, όπου v ακέραιος αριθμός με $v > 2$

Α. α. Να προσδιοριστεί το διάστημα στο οποίο η f είναι γνησίως αύξουσα και το διάστημα στο οποίο η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Μονάδες 8

β. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τα ακρότατα και να δειχθεί ότι $f(x) \geq 3v^2$ για κάθε $x \in (0,1)$

Μονάδες 5

Β. Θεωρούμε τον δειγματικό χώρο $\Omega = \{1, 2, \dots, v\}$ με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και το ενδεχόμενό του, A για το οποίο ισχύει

$$v^3 P(A) + \frac{4}{(P(A))^2} = 3v^2 \text{ και } N(A) = v^2 - 9v - 8$$

όπου $P(A)$ είναι η πιθανότητα του A και $N(A)$ το πλήθος των στοιχείων του A

α. Να δείξετε ότι $P(A) = \frac{1}{5}$

Μονάδες 7

β. Αν επιπλέον B είναι ένα ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου Ω με $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, να υπολογιστεί η πιθανότητα του ενδεχομένου $A' \cup B$

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα. Να μη χρησιμοποιηθεί το μιλιμετρέ φύλλο του τετραδίου.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό διαρκείας και μόνο ανεξίτηλης μελάνης.** Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.